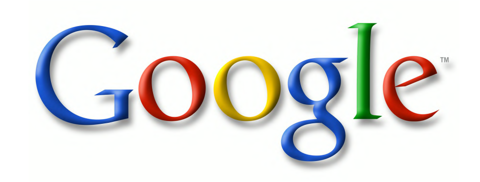
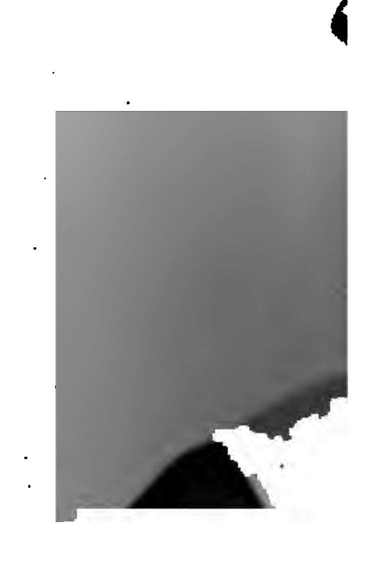
















ANNALES

DE

CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

CINQUIÈME SÉRIE.

1882.

ANNALES

DE

CHIMIE ET DE PHYSIQUE,

PAR

MM. CHEVREUL, DUMAS, BOUSSINGAULT,
WURTZ, BERTHELOT, PASTEUR,

AVEC LA COLLABORATION DE

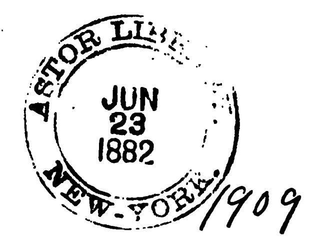
M. BERTIN.

CINQUIÈME SÉRIE. — TOME XXV.

PARIS,
G. MASSON, ÉDITEUR,
LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE,
Boulevard Saint-Germain
(en face de l'École de Médecine).

IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS,
Quai des Augustins, 55.

1882


ASTOR LIB
JUN
23
1882
NEW-YORK.

ANNALES

DE

CHIMIE ET DE PHYSIQUE.

RECHERCHES HISTORIQUES SUR LES ÉTALONS DE L'OBSERVATOIRE;

PAR M. C. WOLF.

INTRODUCTION.

Près de quatre-vingts ans se sont écoulés depuis qu'un arrêté du premier Consul, en date du 1er vendémiaire an XII, a ordonné le dépôt à l'Observatoire de Paris de deux étalons du mètre et du kilogramme identiques à ceux des Archives nationales, et des appareils qui ont servi à l'établissement du système métrique. La garde de ces instruments était confiée au Bureau des Longitudes; elle a passé depuis 1854 au Directeur de l'Observatoire.

La transmission des pouvoirs, on le sait, ne s'est pas toujours opérée à l'amiable : les renseignements oraux sur les instruments de l'Observatoire ont fait le plus souvent défaut, et, pendant plus de cinquante ans, il n'a existé aucun catalogue régulier de ces instruments; aujourd'hui les savants qui ont pris part aux opérations de l'établissement du système métrique sont tous morts les uns après les autres. On ne peut donc s'étonner si actuellement il règne, à l'Observatoire et dans le monde savant, de nombreuses incertitudes touchant les traditions relatives

aux appareils employés par les deux Commissions du mètre, si parfois même ces traditions ont été complètement perdues.

A l'étranger, des doutes ont été élevés récemment sur l'authenticité de l'un de nos étalons historiques, la toise du Pérou. Dans le préambule de ses observations, faites en 1870 avec l'appareil du pendule de Bessel, M. C.-F.-W. Peters écrit, en parlant de la toise de Bessel :

« Da das Original der Toise du Pérou seit jener Zeit verloren gegangen ist, so hat diese genaue Copie erhöhte Bedeutung erhalten. » « Comme, depuis l'époque des expériences de Bessel, l'original de la toise du Pérou a été perdu, cette copie exacte (qui en a été faite en 1823 par Fortin et qui est connue sous le nom de *toise de Bessel*) a acquis un haut accroissement d'importance. »

L'attention de M. l'amiral Mouchez, directeur de l'Observatoire, ayant été appelée, par le *Standard Office* de Londres, sur cette assertion de M. Peters, il m'a chargé des recherches nécessaires pour vérifier l'authenticité et l'état de conservation de la règle de fer que l'Observatoire possède sous le nom de *toise du Pérou*. Ces recherches, celles auxquelles je m'étais livré depuis mon entrée à l'Observatoire, les renseignements que j'avais eu la bonne fortune d'obtenir autrefois de MM. Mathieu et Laugier, m'ont permis de reconstituer d'une manière complète l'histoire, non seulement de cette toise, mais aussi de nos autres étalons et des appareils qui ont servi à leur construction, et de démontrer que, à l'exception de quatre pièces d'importance secondaire qui ont disparu à des époques que l'on peut préciser, tous les étalons et instruments déposés à l'Observatoire en exécution de l'arrêté du 1[er] vendémiaire an XII y existent encore aujourd'hui, en bon état de conservation et avec des caractères indéniables d'authenticité.

Je diviserai mon travail en trois Parties : la première a pour objet les deux toises du Pérou et du Nord; la deuxième est relative au mètre et aux règles et appareils qui ont servi à le construire; la troisième renferme l'histoire des étalons de poids.

PREMIÈRE PARTIE.

LES TOISES DU PÉROU ET DU NORD.

CHAPITRE PREMIER.

HISTOIRE DES TOISES DU PÉROU ET DU NORD.

La Condamine, dans la *Mesure des trois premiers degrés du méridien,* 1751, raconte comme il suit (p. 75) l'origine de nos deux toises :

« Nous avions emporté avec nous, en 1735, une règle de fer poli, de 17 lignes de largeur sur $4\frac{1}{2}$ d'épaisseur. M. Godin, aidé d'un artiste habile ([1]), avait mis toute son attention à ajuster la longueur de cette règle sur celle de la toise *étalon,* qui a été fixée, en 1668, au pied de l'escalier du grand Châtelet de Paris ([2]). Je prévis que cet ancien étalon, fait assez grossièrement, et d'ailleurs exposé aux chocs, aux injures de l'air, à la rouille, au contact de toutes les mesures qui y sont présentées, et à la malignité de tout mal-intentionné, ne serait guère propre à rectifier dans la suite la toise qui allait servir à la mesure de la Terre, et devenir l'original auquel les autres devraient être comparées. Il me parut donc très nécessaire, en emportant une toise bien vérifiée, d'en laisser à Paris une autre de même matière et de même forme, à laquelle on pût avoir recours s'il arrivait quelque accident à la nôtre pendant un si long voyage.

([1]) Langlois, ingénieur du roi et de MM. de l'Académie des Sciences pour les instruments d'Astronomie.

([2]) *Voir* page 20 l'histoire de cette toise étalon.

Je me chargeai d'office du soin d'en faire faire une toute pareille. Cette seconde toise fut construite par le même ouvrier, et avec les mêmes précautions que la première. Les deux toises furent comparées ensemble dans une de nos Assemblées, et l'une des deux resta en dépôt à l'Académie : c'est la même qui a été depuis portée en Laponie par M. de Maupertuis, et qui a été employée à toutes les opérations des Académiciens envoyés au cercle polaire. Celle que nous emportâmes, et qui nous a toujours servi dans le voyage, est restée à Quito, entre les mains de M. Godin, et sera vraisemblablement bientôt en France. »

Ces derniers mots nous montrent que La Condamine, en écrivant ce qui précède, n'avait pas la toise du Pérou sous les yeux.

La comparaison des deux règles dont il est ici question eut lieu dans une des séances de l'Académie des Sciences, du mois d'avril 1735 [1]. Malheureusement les procès-verbaux des séances de ce mois, conservés dans les Archives de l'Institut, présentent une lacune, et M. Maindron m'a dit n'avoir retrouvé aucune trace de cette opération.

Mais Lalande donne, au Livre XV de son *Astronomie*, quelques détails sur cette comparaison :

« On y appliqua, à l'aide d'une loupe, un compas à verge garni de deux pointes; méthode à la vérité où il pourrait bien se glisser $\frac{1}{25}$ de ligne d'erreur : elles furent aussi ajustées l'une contre l'autre sur une table, et les deux faces de chaque extrémité, soit au tact, soit à la loupe, parurent d'une exacte continuité (*Astronomie*, troisième édition, Liv. XV, p. 8.)

Les deux toises étaient accompagnées de leurs étalons, c'est-à-dire de deux barres de fer, portant à leurs extrémités deux saillies ou redents perpendiculaires à la barre,

---

[1] La Condamine, *Remarques sur la toise-étalon du Châtelet*, etc. (*Mémoires de l'Académie royale des Sciences*, 1772, 2e Partie, p. 489. Ce Mémoire fut lu à l'Académie le 29 juillet 1758).

ajustés de façon que la toise pût y entrer exactement ([1]). Cet étalon ou matrice servait à vérifier la conservation de la longueur de la toise, et aussi à ajuster à la même longueur les règles, ordinairement en bois, qui étaient employées sur le terrain. L'abbé Outhier, dans le *Journal d'un voyage au Nord,* décrit minutieusement la série des opérations d'étalonnage de ces règles. La toise-étalon du Châtelet, dont il a été question plus haut, était un étalon ou matrice de cette espèce.

La toise du Pérou courut à cette époque grand risque d'être perdue.

« Lorsque j'écrivais, en 1748, ce qui précède, dit La Condamine ([2]), je croyais que cette règle de fer, que j'appelle notre toise, était encore à Quito entre les mains de M. Godin, et j'ignorais qu'elle était à Paris depuis plusieurs mois.... M. de Maurepas avait donné l'ordre à M. Joseph de Jussieu de rapporter en France une copie des observations, la toise et les autres instruments de l'Académie.... Ces instruments, arrivés à bon port à la fin de 1748, ou vers le commencement de 1749, à l'adresse de M. le comte de Maurepas, furent portés, sans que j'en eusse connaissance, au Cabinet des machines de l'Académie, transporté depuis quelques années au Jardin royal des Plantes..... Trois ans et plus se passèrent, à compter de cette époque, sans que j'entendisse parler de notre toise, jusqu'à ce qu'en ayant demandé avec empressement des nouvelles à M. Godin, en 1752, à son arrivée d'Amérique, j'appris avec surprise que la toise était en France depuis près de quatre ans. Je me donnai tous les soins nécessaires pour en faire la recherche; enfin elle se trouva dans le garde-meuble du Jardin royal, en bon état, renfermée dans un

([1]) L'abbé OUTHIER, *Journal d'un voyage au Nord* en 1736 et 1737, p. 137; Paris, 1744. — LA LANDE, *Astronomie,* 3e édition, t. XV, p. 7. Cet Ouvrage de La Lande m'a fourni sur les toises un grand nombre de renseignements précieux. L'exemplaire que possède l'Observatoire est enrichi d'une foule de notes manuscrites de la Lande, qui préparait une 4e édition de son Ouvrage.

([2]) *Loco citato,* p. 488.

étui de bois, solide et doublé de serge, où elle avait toujours été conservée. Je ne voulus point la retirer, je réitérai seulement ma demande pour la vérification de la toise de MM. Cassini, conservée à l'Observatoire, et pour la comparaison à la nôtre. »

Une comparaison générale des toises qui existaient à Paris eut lieu, en 1756, à l'occasion des opérations faites par ordre de l'Académie pour mesurer la distance entre les centres des pyramides de Villejuif et de Juvisy, extrémités de la base de Picard.

Sur la proposition de Godin [1], les diverses toises

---

[1] Godin, revenu du Pérou en 1752, avait été nommé par le roi, sur la proposition de M. d'Argenson, pensionnaire vétéran de l'Académie en même temps que Maupertuis (Procès-verbal de la séance du 16 juin 1756). La proposition de Godin (23 juin 1756) est formulée en termes excellents qui me paraissent dignes d'être conservés :

« ...... Pour s'entendre, il faut parler la même langue : traitons de la figure de la Terre sur les mesures actuelles en employant la même toise. Nous avons celle du Pérou, celle de Laponie, celle de France, celle de M. de Mairan qui a servi de modèle pour la Moscovie et pour l'Italie; nous en aurons une autre du cap de Bonne-Espérance, nous avons eu celle qui a servi à M. Picard, une règle de 4 pieds qui doit exister; enfin il y a un étalon public à Paris auquel il paraît convenable de rapporter toutes ces mesures, à moins qu'on ne préfère d'en établir et conserver un autre particulier à l'Académie.

» Je crois absolument nécessaire et je demande que l'on compare toutes ces mesures entre elles à une même température, au-dessus et au-dessous de la moyenne; puisqu'on a mesuré dans le chaud et dans le froid, puisque les métaux, quoique de la même nature, ne résultent pas les mêmes, et que, quand ils le seraient, il y a de la différence entre l'allongement des mêmes métaux par la chaleur et leur accourcissement par le froid.

» Il faut donc exposer ces toises pendant quelque temps ensemble, avec un thermomètre d'une construction connue, à un même degré de chaleur que la saison actuelle fournit, et à un même degré de froid que l'on peut obtenir par différents moyens. Il faut comparer ces toises affectées de ces différentes impressions, constater cette comparaison, et la rapporter à un étalon qui, déposé à l'Académie, sera un modèle permanent pour les étrangers et pour la postérité; que cet étalon soit d'une matière et d'une construction les moins susceptibles de variation, de verre par exemple, quant à la matière; qu'il soit d'ailleurs relatif à la température moyenne de l'air; et qu'il soit fait mention expresse de ma représentation et de son exécution, si elle a lieu, tant dans les registres de l'Académie, que dans son histoire imprimée. »

furent rassemblées à l'Académie et comparées entre elles, à l'exception de la toise de France ou des Cassini. La toise du Nord et son étalon furent apportés le 23 juin par Le Monnier, qui les avait gardés depuis le retour de l'expédition de Laponie.

« J'ai aussi, dit-il, déposé à l'Académie, le 23 juin, la toise de Messrs du Pérou, que j'ai retirée des mains de M. de Buffon, trésorier de l'Académie, à qui elle a été renvoyée d'Amérique, et cela sur un avis que m'en a donné M. de la Condamine dans sa lettre datée du 15 avril à Rome, de cette année 1756. Il ne reste plus qu'à faire une nouvelle comparaison de toutes ces toises, afin que les Commissaires, instruits successivement de l'authenticité qu'elles ont, et des accidents qui ont pu leur arriver, soient en état de faire un rapport à l'Assemblée. » (Procès-verbaux de l'Académie, séance du 26 juin 1756.)

La comparaison des deux toises eut lieu quelques jours après, probablement le 26 juin. Le résultat en est consigné dans le Mémoire d'une des Commissions chargées de vérifier la base de Picard.

« Nous nous sommes servis, disent-ils (pour étalonner les perches en bois employées à la mesure de la base), de la toise des Académiciens du cercle polaire, et nous avons regardé les arêtes de ses extrémités comme les vrais termes de sa longueur. La toise du Pérou, marquée par deux points assez gros, n'est pas absolument la même ; mais la différence est très peu considérable : nous l'avons évaluée à un vingtième de ligne, ou crue à peu près égale à la moitié du diamètre d'un des points [1]. »

La Condamine constate aussi la différence de longueur des deux toises et il en fait connaître la cause :

---

[1] Opérations faites par ordre de l'Académie pour mesurer l'intervalle entre les centres des pyramides de Villejuif et de Juvisy, etc., par MM. Bouguer, Camus, Cassini de Thury et Pingré (p. 178). — Lalande dit aussi : « Il y a sur l'excédent de cette toise deux points dont on s'est toujours servi pour les opérations de l'équateur, mais ils sont exactement à la même distance que les entailles (*Astronomie*, Livre XV, p. 10).

« La toise du Nord, dans son état présent, est plus courte de $\frac{1}{25}$ de ligne que celle de l'Équateur, à laquelle elle était égale.... On sait que le vaisseau sur lequel elle était embarquée, au retour, fit naufrage dans le golfe de Bothnie; la toise fut mouillée de l'eau de la mer; c'est surtout aux extrémités et aux arêtes d'un fer limé que la rouille s'attache. Cette rouille n'a pu être enlevée sans que la toise perdît un peu de sa longueur (¹) ».

Le *Journal du voyage au Nord*, de l'abbé Outhier, contient (p. 170) le récit de ce naufrage ou plus exactement de l'échouage du vaisseau (lundi 10 juin 1737) qui ramenait à Stockholm les instruments de la Commission du cercle polaire et quatre membres de cette Commission, Maupertuis, Clairaut, Sommereux et Herbelot. Les autres membres, qui revenaient par terre, accoururent au secours de leurs collègues, échoués sur la côte à deux milles de Pitheå, et tous ensemble revinrent à Stockholm, où ils procédèrent, dans l'après-dînée du 26 juillet, au nettoyage et à l'emballage de leurs instruments (*ibid.*, p. 189).

Est-il vrai que la toise du Nord ait été rouillée dans ce naufrage et que la rouille n'ait pu être enlevée sans que la toise perdît un peu de sa longueur? Était-elle primitivement égale à la toise du Pérou à moins de $\frac{1}{20}$ de ligne, et la constatation actuelle de cette différence de $\frac{1}{20}$ prouvait-elle que la toise avait été altérée? Voici les documents que j'ai pu recueillir sur cette question, qui souleva, dit-on, dans l'Académie des querelles dont le souvenir confus laisse encore aujourd'hui, dans l'esprit de quelques savants, des doutes sur l'intégrité de la toise du Nord.

Dans sa Note lue à l'Académie le 26 juin 1756, dont j'ai cité plus haut le dernier passage, Le Monnier s'exprime ainsi :

(¹) *Mémoire sur les toises*, p. 492.

« A mon retour du Nord, j'ai comparé l'étalon fait sur la toise que MM. du Fay et de la Condamine nous ont assuré être égale à celle du Pérou, avec une autre toise appartenant à M. de Mairan et à laquelle cet étalon avait été trouvé parfaitement égal avant notre voyage.

Cette comparaison faite, en 1738, en présence de M. de Mairan, me fit voir que, malgré le naufrage, l'eau de la mer n'avait pas endommagé sensiblement notre étalon, puisque les deux toises y entraient comme auparavant sans être forcées ni sans que ces mêmes toises parussent trop courtes. Depuis ce temps, M. Camus m'ayant emprunté l'étalon, je lui ai toujours entendu dire, pendant notre voyage à Amiens fait en 1739, ce qu'il m'a répété les années suivantes, que cet étalon était trop court de $\frac{1}{20}$ de ligne. Voilà tout ce qui concerne l'étalon que nous avons porté au Nord, et que j'ai déposé à l'Académie le 23 juin de cette année 1756.

Je trouve aussi que la toise que nous ont laissée MM. du Pérou, conjointement avec notre étalon du cercle polaire, entre comme autrefois dans l'étalon lorsque je l'ai comparée à notre retour avec la toise de M. de Mairan. »

A ce moment 26 juin, Le Monnier admettait donc que ni la toise ni son étalon n'avaient souffert du naufrage. Mais Camus disait dès 1739 que l'étalon était devenu trop court.

Plus tard, Le Monnier lut à l'Académie son Journal des observations faites pour la mesure de la base de Villejuif, qu'il avait déposé le 24 juillet 1756; ce Journal est transcrit tout au long dans le procès-verbal de la séance du 26 mars 1757 [1].

---

[1] Le Monnier l'a publié aussi dans une brochure anonyme intitulée : *Premières observations faites par ordre du Roi pour connaître la distance terrestre entre Paris et Amiens avec les mêmes mesures qui ont servi au Nord et au Pérou, où l'on déduit successivement divers détails préliminaires pour constater la grandeur du degré de France et pour décider de la courbure du méridien.* Paris, Imprimerie royale, 1757. Je n'ai trouvé à la Bibliothèque nationale que la première partie de cette publication, contenant le Journal des observations entièrement conforme au texte du procès-verbal de l'Académie.

J'en extrais les passages relatifs au sujet qui nous occupe.

« Le 26 juin. — I. La distance des points marqués sur la toise du Pérou a paru tant soit peu plus grande que les deux extrémités de la toise du Nord : l'on en mesurera bientôt la quantité avec une machine que l'on construit; cela ne va guère qu'à $\frac{1}{20}$ de ligne ou $\frac{1}{30}$.

II. La toise du Nord entrait dans l'étalon ou compas d'épaisseur qui est de fer et d'acier, mais non pas assez librement.

III. La toise de M. de Mairan est plus courte que l'étalon d'environ $\frac{1}{15}$ de ligne, mais l'on en doit mesurer la quantité avec la même machine que ci-dessus.

Autre considération. M. Camus nous a révélé qu'il avait fait mettre au feu l'étalon du Nord, qu'il devait être en effet tant soit peu trop court, et depuis que l'on y a touché les faces n'en sont plus parallèles : l'on a résolu de le réformer.

Le 28 juin. — I. L'on a usé les faces de l'étalon, en sorte que la toise du Nord y entrait librement, mais sans laisser de vuide, et cela par les milieux des faces : la toise du Nord ne descendait pas au delà du milieu de chaque carré d'acier.

II. Les sept petites perches.....

Immédiatement après, j'ai envoyé l'étalon à la forge pour l'accourcir, afin d'user les faces parallèlement, et le mettre ensuite à la longueur de la toise du Nord ou de la toise dont on convien-dra. Nous nous sommes chargés, M. Camus et moi, de le faire ré-tablir. Ayant fait rougir l'étalon par le milieu, cela m'a paru l'allonger d'un pouce; deux heures après il était refroidi. »

Les jours suivants, on s'occupe de l'étalonnage des règles de bois, puis de la mesure de la base. Il n'est plus question de la toise ni de son étalon.

Le seul passage du Journal de Le Monnier où apparaisse un blâme contre Camus est celui-ci : « M. Camus *nous a révélé* qu'il avait fait mettre au feu l'étalon du Nord. » Or ce mot fut très vivement reproché à Le Monnier par ses collègues et surtout par Bouguer qui, dans un Mémoire

manuscrit conservé aux Archives de l'Observatoire, s'exprime en ces termes :

« On retrouve dans son imprimé (la brochure anonyme de Le Monnier) tous les passages que l'Académie désapprouva hautement lorsqu'elle entendit, à différentes reprises, la lecture de ses papiers. Autre considération, dit-il (page 8), M. Camus nous a révélé, etc. On essaya de lui faire apercevoir combien le mot *révélé* était impropre dans cette rencontre, par la fausse idée qu'il faisait naître [1]. »

Lalande, à cette époque membre adjoint de l'Académie, qui avait assisté en volontaire aux opérations d'une des Commissions de la base de Villejuif, a résumé les faits en quelques lignes dans le livre XV de son *Astronomie* (p. 9) :

« Cependant Camus soutint devant l'Académie, le 3 juillet 1756, que cette toise n'avait souffert aucune altération; mais il convint que l'étalon avait été mis au feu, que la toise n'y entrait plus, et qu'on avait limé l'étalon, le 28 juin 1756, pour y faire entrer la toise avant de s'en servir pour la mesure du 1er juillet 1756; il y avait donc quelque lieu de croire que cette toise du Nord avait pu être égale dans le principe à celle du Pérou. »

A quelle époque Camus avait-il mis au feu l'étalon du Nord pour la première fois? Les faces de cet étalon avaient-elles été limées avant le 28 juin, comme le prétend Le Monnier? Ce sont des questions difficiles à résoudre,

---

[1] Ce Mémoire, dont je dois la connaissance aux bienveillantes indications de M. de la Gournerie, est intitulé : *Remarques sur la proposition d'insérer dans les Mémoires de l'Académie royale des Sciences le détail des opérations faites par M. Le Monnier aux environs de Paris pour déterminer le degré terrestre.* C'est une critique assez vive de la brochure de Le Monnier, que celui-ci, après l'avoir publiée sous le voile de l'anonyme, voulait encore faire insérer dans les Mémoires de l'Académie. C'est au sujet de ses opérations, dans le cours desquelles Le Monnier semble avoir plusieurs fois blessé ses confrères, bien plutôt qu'au sujet de la toise du Nord, que me paraissent avoir surgi les querelles dont j'ai parlé plus haut.

mais dont la solution ne nous intéresse que secondairement, puisque cet étalon, remis plusieurs fois au feu et réformé, est depuis longtemps perdu. Mais quant à la toise du Nord elle-même, il me semble ressortir clairement de tous les documents cités que les Académiciens de 1756 ne doutaient pas de sa parfaite conservation, malgré la différence de $\frac{1}{20}$ de ligne qu'ils venaient de constater entre sa longueur et celle de la toise du Pérou.

Le témoignage contraire de La Condamine ne saurait avoir une très grande valeur. Il était en Italie au moment des comparaisons. D'ailleurs, le but de son Mémoire de 1758 était d'arriver à faire choisir la toise du Pérou, notre toise comme il l'appelle, pour étalon de la toise de France; et il a dû s'efforcer de montrer que seule elle avait été conservée à l'abri de tout soupçon, et qu'ainsi elle représentait le mieux l'ancienne longueur de l'étalon du Châtelet.

Nous verrons dans le Chapitre suivant que La Condamine avait en effet raison de préférer la toise du Pérou à celle du Nord, dont les extrémités, beaucoup moins bien travaillées, présentent des inégalités de longueur notables. Mais il sera établi en même temps que ces inégalités suffisent à expliquer la divergence des résultats de 1735 et 1756, et qu'il n'existe, par suite, aucun motif de croire que la toise du Nord ait, dans cet intervalle de temps, perdu un peu de sa longueur.

Il existait à Paris, à cette époque, d'autres toises célèbres : celle des Cassini ou des degrés de France, celle de Mairan, et celle que la Caille avait employée au cap de Bonne-Espérance.

On conservait à l'Observatoire deux toises en fer : l'une, à quatre faces égales, avait appartenu à M. de la Hire; l'autre, la toise de MM. de Cassini, employée par eux à la mesure des degrés de France, était identique en longueur,

dit-on, à celle du Nord avant son naufrage, et par conséquent à la toise du Pérou ([1]). Elle avait servi à La Caille et Cassini de Thury dans la première vérification de la base de Villejuif, et l'accord des résultats qu'elle avait donnés en 1749 avec ceux qui furent déduits de l'emploi des règles étalonnées sur la toise du Nord en 1756 fut, je crois, la seule preuve de cette identité. La description de la toise des Cassini ne se trouve ni dans le *Traité de la grandeur et de la figure de la Terre* de Jacques Cassini, ni dans la *Méridienne vérifiée* de Cassini de Thury, ni dans le Mémoire de La Condamine sur les toises. Qu'est-elle devenue? Je l'ignore : toujours est-il qu'elle ne figure pas dans l'inventaire des instruments de l'Observatoire dressé en 1793 par Charles, Lenoir et Fortin, et rapporté par Cassini IV dans les *Mémoires pour servir à l'histoire des sciences et à celle de l'Observatoire de Paris* (1810).

La toise de La Caille avait été vérifiée sur l'étalon du sieur Langlois, qui avait servi à fixer la longueur de celles du Pérou et du Nord ([2]). La Caille la compara de nouveau à celles qui servirent à la base de Villejuif. En 1758, La Condamine déclare qu'elle ne s'est plus retrouvée ([3]). Lalande dit au contraire ([4]) : « La Caille avait une toise de Langlois, dont il s'était servi au Cap : elle s'était perdue en 1756, lorsqu'il l'apporta dans les salles de l'Académie pour la comparer avec les autres toises; mais elle est parvenue entre les mains de M. Le Gentil. » Et plus loin (p. 11, § 2649) : « La toise de La Caille s'est trouvée trop longue de $\frac{1}{20}$ de ligne. » Le Gentil affirme au contraire que sa toise et celle de l'Académie ne diffèrent peut-être pas entre elles

([1]) Cependant, on trouve dans La Lande : « M. Le Gentil me dit, en 1756, qu'il avait vu une toise de Cassini qui était un peu plus longue que l'étalon du Châtelet » (*Astronomie*, 3e édition, livre XV, p. 8).

([2]) *Mémoires de l'Académie*, 1751, p. 433.

([3]) *Mémoire sur les toises*, p. 496.

([4]) *Astronomie*, livre XV, § 2645, p. 8.

de $\frac{1}{100}$ de ligne, et qu'elle est aussi bien conservée que celle du Pérou (*Voyages dans les mers des Indes,* t. II, p. 332). Nous ne savons rien de sa forme.

Enfin « la toise de M. de Mairan est, dit La Condamine [1], d'environ $\frac{1}{10}$ de ligne plus courte que la nôtre, par la confrontation immédiate qui en a été faite; elle a été jugée en 1756 de $\frac{1}{15}$ de ligne au moins plus courte que la toise du Nord, qui dans son état présent est plus courte de $\frac{1}{25}$ de ligne que celle de l'Équateur. » Elle est décrite comme il suit par de Mairan, dans ses *Expériences sur la longueur du pendule à secondes à Paris* [2].

« Mon premier soin a été d'avoir une règle de fer d'une toise de long, bien juste, divisée par pieds et pouces, et que j'ai vérifiée moi-même avec l'étalon qu'on en conserve au Châtelet; c'est une règle toute pareille à celle qui a été emportée au Pérou, et dont on a laissé le modèle à l'Académie, excepté qu'au lieu que dans celle-ci les extrémités ne sont coupées que sur la moitié de leur largeur, et que le reste surpasse la toise de part et d'autre d'environ un demi-pouce, pour les mieux conserver quand elles portent à terre, la mienne se termine carrément à la toise par chaque bout, et y est parfaitement équarrie. »

Plus tard, de Mairan fit marquer sur sa toise d'autres subdivisions : d'un côté, les deux pouces de part et d'autre de la division du milieu furent divisés par des transversales et des lignes parallèles aux côtés de la toise, de manière à donner les vingtièmes de ligne. De l'autre côté, les pouces correspondants furent subdivisés en dixièmes, douzièmes, etc. [3]. Ces divisions permettraient de reconnaître aisément la toise de Mairan.

La toise de M. de Mairan devint, après sa mort, en 1771,

---

[1] *Mémoire sur les toises*, p. 496. *Voir* aussi *Astronomie de La Lande,* livre XV, p. 8, § 2646, et p. 9, § 2648.

[2] *Mémoires de l'Académie des Sciences,* 1735; p. 157.

[3] Mémoire cité, p. 176.

la propriété de Jérôme de la Lande, qui la prêta aux Commissaires des poids et mesures en l'an VII ([1]). La Lande la laissa-t-il ensuite à l'Observatoire? Je n'ai retrouvé aucun document qui permette de suivre cette règle après 1804.

Le passage de Mairan que je viens de citer est pour nous d'une haute importance, parce qu'il fixe la longueur des talons de la toise du Pérou d'une manière plus exacte, comme nous le verrons, mais en tout cas autre que ne le fait La Condamine lui-même. Dans son Mémoire sur les toises, voulant montrer que la conservation de sa règle, dont il veut faire l'étalon définitif de la toise, est assurée par sa construction même, La Condamine fait remarquer que « la règle qui la forme a de longueur environ deux pouces de plus que les six pieds; elle n'est coupée à la mesure d'une toise que sur la moitié de sa largeur, et les deux talons excédants d'environ un pouce à chaque extrémité l'ont garantie de tout choc, etc. ([2]) ».

Ainsi, d'après La Condamine, les talons de la toise du Pérou auraient un pouce de long environ; d'après de Mairan, ils n'auraient qu'un demi-pouce à peu près. Nous allons tout à l'heure retrouver une contradiction non moins singulière dans les descriptions de nos deux toises par les Commissaires du mètre. Sans nous y arrêter maintenant davantage, je tirerai de ce rapprochement instructif la conclusion que les dimensions assignées à leurs instruments par les savants du XVIIIe siècle et aussi par les auteurs des Mémoires insérés dans la *Base du système métrique,* ne doivent être acceptées comme rigoureuses qu'après mûr examen; et que toutes les fois qu'elles sont accompagnées des restrictifs *environ, à peu près,* on doit prendre ceux-ci dans le sens le plus large, puisqu'ils peuvent faire varier une dimension du simple au double.

([1]) *Base du système métrique,* t. III, p. 406.

([2]) *Mémoire sur les toises,* p. 490.

C'est à l'époque à laquelle nous sommes arrivés qu'une Déclaration du roi Louis XV, du 16 mai 1766, rendue par les soins de M. Trudaine de Montigny, substitua la toise du Pérou à l'ancienne toise du Châtelet comme étalon des mesures de longueur (¹).

(¹) L'ancienne toise des maçons de Paris était la toise de Charlemagne, ou d'un empereur Charles, à en juger par celle du cabinet de l'électeur Palatin (LALANDE, *Astronomie*, Liv. XV, § 2644, p. 7). L'étalon de cette toise se trouvait au vieux Châtelet, appliquée en dehors, dans la cour, contre un des piliers du bâtiment. On l'y voyait encore en 1714, mais tout faussé par le haut, par le défaut du pilier qui avait ployé en cet endroit [LAHIRE, *Comparaison du pied antique romain à celui du Châtelet de Paris* (*Mémoires de l'Acad. royale des Sciences*, 1714, p. 395)]. Aussi la toise de Paris avait-elle été réformée dès 1668, comme nous l'apprend l'abbé Picard dans son Mémoire *de Mensuris :* « Nota. Parisiis, anno 1668, facta est reformatio pedis latomorum, quorum sexpeda veram excedebat lineis 5. » (*Mém. de l'Acad. R. des Sc.*, t. VI, p. 536). On eut soin, à cette époque, de placer au pied de l'escalier du grand Châtelet de Paris, contre un mur, un *étalon*, ou espèce de compas d'épaisseur, c'est-à-dire une barre de fer terminée par deux éminences, deux redents ou talons, qui sont perpendiculaires à la barre, et entre lesquels une toise devait entrer exactement [*Astronomie de Lalande*, Liv. XV, § 2644, p. 7. — LA HIRE, *Mémoires de l'Acad. R. des Sc.*, 1714, p. 395. — LA CONDAMINE, *Remarques sur la toise étalon du Châtelet* (*ibid.*, 1772, p. 482)].

D'après une tradition rapportée par La Condamine, « on se servit, pour donner au nouvel étalon la véritable longueur qu'il devait avoir, de la mesure de la largeur de l'arcade ou porte extérieure du grand pavillon qui sert d'entrée au vieux Louvre, du côté de la rue Fromenteau. Cette ouverture, suivant le plan, devait avoir 12 pieds de largeur; on en prit la moitié pour fixer la longueur de la nouvelle toise, qui se trouva plus courte de cinq lignes que l'ancienne. » (LA CONDAMINE, *Remarques sur la toise*, p. 484). Lahire, mieux en état de savoir comment on avait opéré, assigne à la toise réformée une origine plus scientifique : « J'ai encore entre les mains, dit-il en 1716, un très ancien instrument de Mathématique, qui avait été fait par un de nos plus habiles ouvriers, où le pied est marqué, et qui a servi à faire le rétablissement de la toise du Châtelet, suivant ce que j'en ai appris de nos anciens mathématiciens. » (*Mém. de l'Acad. R. des Sc.*, 1714, p. 395).

Cet étalon du Châtelet servit à ajuster toutes les toises employées au XVIIᵉ et au XVIIIᵉ siècle dans les opérations géodésiques, la toise de Picard, celle des Cassini, les toises du Pérou et du Nord, celle de La Caille et aussi celle de Mairan. Mais, exposé aux injures de l'air, usé par les fréquentes présentations des toises usuelles, il n'exista pas longtemps dans son intégrité. « La toise du Châtelet n'existe plus aujourd'hui, disait La Condamine

« M. de Montaran, intendant du commerce, et M. Tillet, de l'Académie des Sciences, firent construire par Canivet quatre-vingts toises semblables, qui furent envoyées, de même que l'aune de Paris et le poids de marc ou la livre de Paris, aux procureurs généraux des Parlements, en sorte que, dans les principales villes du royaume, cette mesure existe dans toute son exactitude ([1]). »

Il serait intéressant de retrouver aujourd'hui quelques-unes de ces toises.

La règle du Pérou fut, après cette fabrication, déposée dans le cabinet de l'Académie des Sciences, au Louvre, le 8 août 1770. C'est là qu'elle se trouvait, en avril 1776, comme nous l'apprend une Note insérée dans les Mémoires de l'Académie à la suite du travail de La Condamine sur les toises.

Quant à la toise du Nord, elle fut rendue à Le Monnier au mois de décembre 1756, avec son étalon réformé dans lequel elle entre très difficilement (Procès-verbaux de l'Académie, 26 mars 1757). Elle se trouvait encore chez ce savant en 1776 (Note de Lalande). Enfin j'ai trouvé dans les archives du Bureau des Longitudes un *inventaire des instruments d'Astronomie appartenant à la nation et cy-*

à l'Académie, le 29 juillet 1758. M. de Mairan, le 24 mai dernier, avertit l'Académie que la barre de fer scellée dans le mur, au pied de l'escalier du Châtelet, pour servir d'*étalon* à la toise, était altérée et faussée, et que sa longueur avait changé. Il ajouta que les magistrats à qui cette inspection est commise étaient convenus avec lui de s'en rapporter à l'Académie pour la restauration de cette mesure publique. » (LA CONDAMINE, *Remarques sur la toise du Châtelet*, imprimées en 1772 seulement.)

La Condamine proposait dès lors à l'Académie de reconnaître comme type de la toise la règle qu'il avait employée au Pérou et qui, de toutes les toises authentiques, présentait les meilleures garanties de conservation. L'opposition de Mairan fit retarder l'adoption de cette mesure jusqu'en 1766 (Note, de Lalande probablement, à la suite du Mémoire de La Condamine).

([1]) *Astronomie de La Lande*, Livre XV, p. 10, § 2649, et Note à la suite du Mémoire de La Condamine sur les toises (de La Lande, probablement) (*Mémoires de l'Académie*, 1772, 2e Partie, p. 499).

devant à l'Académie des Sciences, qui sont entre les mains du citoyen Lemonnier, dressé à Paris, le 15 germinal de l'an deux, par Charles et Lenoir; ce document constate l'existence chez cet astronome de la toise de fer appelée *toise du Nord* (n° 11 de l'inventaire).

C'est là que Lagrange vint la prendre le 23 prairial an VI (11 juin 1798) pour la remettre au citoyen Lenoir. (Note de la main de Lagrange à la suite de l'inventaire précédent. — Procès-verbal de la séance du Bureau des Longitudes du 24 prairial.)

La toise du Pérou se retrouve à la même époque dans le même atelier de Lenoir; le 9 thermidor an VI, « La Lande a vérifié avec Lenoir que la toise du Nord est plus petite que celle du Pérou, quoiqu'on l'ait trouvée plus grande dans la matrice ». (Procès-verbaux du Bureau des Longitudes.)

C'est dans les ateliers de Lenoir que furent faites les comparaisons des toises entre elles et avec les nouvelles règles de Borda, ainsi qu'avec les étalons du mètre provisoire et du mètre définitif, par Borda, Lavoisier et Brisson d'abord, puis par les membres de la deuxième Commission des Poids et Mesures. Nous reviendrons tout à l'heure sur ces comparaisons; j'emprunte seulement ici au *Rapport sur la comparaison des toises du Pérou, du Nord, de Mairan et des quatre règles qui ont servi à mesurer les bases de Melun et de Perpignan,* la description que donnent de nos deux toises les commissaires Mascheroni, Multedo, Coulomb et Méchain [1]. L'original de ce rapport se trouve dans les archives de l'Observatoire.

« La toise du Pérou et celle du Nord ou du cercle polaire sont pareilles entre elles. Ce sont des règles plates de fer poli, dont la largeur totale est de 17 à 18 lignes, et l'épaisseur de 4 lignes

---

[1] *Base du système métrique,* t. III, p. 404.

environ; leur longueur d'un côté est de 2 pouces à peu près de plus de 6 pieds; elles sont coupées à chaque bout sur une longueur de 8 à 9 lignes, et c'est la distance entre les vives arêtes de ces entailles qui a été prise pour la longueur de la toise : les deux talons, excédant d'environ un pouce à chaque extrémité, servent à garantir les arêtes des entailles de tout choc.

A la toise du Pérou, nous avons reconnu que les arêtes de ces entailles sont encore très vives et paraissent n'avoir souffert aucune altération. Quant à la toise du Nord, ... il est à propos de dire que nous avons remarqué qu'on a ajouté une petite pièce de rapport à l'une de ses extrémités, dans la longueur seulement des entailles, et sans doute pour donner la longueur juste de la toise entre les deux entailles. Il nous a été impossible de reconnaître si cette pièce de rapport a été ajustée depuis le retour de Laponie. Ces deux toises ont été faites en 1735 par Langlois; celle du Pérou sous la direction de Godin, la seconde sous la direction de La Condamine.... »

Après la construction des étalons du nouveau système métrique, le 1er vendémiaire an XII (22 septembre 1803), un arrêté du premier Consul, pris sur le rapport du Ministre de l'intérieur Chaptal, à la demande du Bureau des Longitudes, ordonne que les étalons du mètre, du kilogramme et de toutes les règles qui ont servi aux diverses mesures de la Terre par les astronomes français, seront déposés à l'Observatoire national, sous la surveillance du Bureau des Longitudes.

En exécution de cet arrêté, le Bureau, dans sa séance du 23 brumaire an XII, « charge Delambre et Prony d'aller chez Lenoir recevoir les règles et de donner procès-verbal de la remise de ces instruments. » Le 30 brumaire, « les Commissaires nommés pour recevoir les règles et autres instruments qui ont servi à la mesure de la méridienne ainsi que l'étalon du mètre, déposent le procès-verbal du dépôt qui a été fait à l'Observatoire ». (Procès-verbaux du Bureau des Longitudes.)

Je transcris en entier ce procès-verbal, dont j'ai retrouvé l'original dans les archives du Bureau des Longitudes [1].

Nous soussignés, Commissaires nommés par le Bureau des Longitudes, certifions que le citoyen Lenoir a déposé à l'Observatoire national de Paris les instruments ci-après désignés,

Savoir,

Premièrement. La toise en fer dont Bouguer et La Condamine se sont servis pour la mesure des trois premiers degrés du méridien.

2° La toise en fer dont on s'est servi pour mesurer un arc du méridien au cercle polaire.

3° Une grande règle de cuivre d'environ quatre mètres et un cinquième de longueur, établie sur un madrier composé de deux pièces de champ entre lesquelles est une bande de tôle épaisse, laquelle règle a servi à la vérification des grandes règles de platine et à l'étalonnage du mètre.

4° Un curseur divisé en dix-millièmes de toises, qui glisse le long de la règle ci-dessus désignée.

5° La grande règle de cuivre et platine d'environ douze pieds trois pouces qui a servi à la mesure de la longueur du pendule faite en 1792 à l'Observatoire national de Paris, renfermée dans une boëte.

6° Les quatre règles de cuivre et platine numérotées 1, 2, 3 et 4, qui ont servi à la mesure des bazes de Melun et Perpignan, lesquelles sont renfermées dans deux boëtes.

7° Les deux niveaux de pente qui ont servi à mesurer l'inclinaison des règles lors de la mesure des bazes.

8° Sept trépieds en bois et dix en fer avec vis à caller pour supporter les règles quand on opère sur le terrain.

9° Le mètre en platine renfermé dans sa boëte conforme à

[1] Ce document paraît être resté inconnu depuis de longues années. Il est pour nous de la plus haute importance, non seulement parce qu'il énumère les appareils que nous devons aujourd'hui retrouver à l'Observatoire, mais encore en ce qu'il fixe l'origine de ces pièces, du mètre par exemple, à une date antérieure à la sienne propre.

celui qui est déposé au Corps législatif et ajusté pour être égal à la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre, à la température de la glace fondante.

10° Un mètre en fer renfermé dans une boëte ajusté pour être égal au précédent à la température de la glace fondante.

11° Un double mètre en fer renfermé dans sa boëte et ajusté pour être égal à la somme des deux précédents, à la température de la glace fondante.

Tous ces instruments, qui à l'exception des deux premiers ont été fabriqués par le Citoyen Lenoir, nous ont paru bien réparés et en bon état.

Fait à l'Observatoire national de Paris, le 26 brumaire an douze de la République française.

Signé : DELAMBRE, PRONY.

Nos deux toises figurent en tête de cet inventaire, mais il n'y est pas question de leurs étalons ou matrices.

On sait qu'en 1821 et 1823, il fut fait, par Fortin, deux copies de la toise du Pérou, l'une pour Schumacher, la seconde pour l'observatoire de Kœnigsberg : c'est la toise de Bessel. La comparaison en fut faite par Arago pour la première, par Arago et Zahrtmann pour la seconde. Une troisième copie enfin fut exécutée par Gambey en 1831, et comparée par Arago, Mathieu et Nyegaard; elle est, comme la première, à Altona. Je n'ai pu retrouver les procès-verbaux de ces comparaisons ni dans les archives de l'Institut, ni dans celles du Bureau des Longitudes, ni dans celles de l'Observatoire. Ils sont donnés, en quelques lignes seulement, par Bessel dans l'Ouvrage intitulé : *Darstellung der Untersuchungen und Maasregeln*, etc. Berlin, 1839 (1).

(1) Une copie de la toise du Pérou fut aussi envoyée en Suède en l'an X, avec un double mètre en fer, pour servir aux opérations de Svanberg, Ofverboom, Holmquist et Palander en Laponie. L'accusé de réception de Melanderhjelm se trouve dans les procès-verbaux de l'Institut, 26 nivôse

Nous arrivons à l'année 1854, au commencement de laquelle Le Verrier fut nommé directeur de l'Observatoire. A cette occasion, une Commission composée de MM. Daussy, membre du Bureau des Longitudes, Yvon Villarceau, astronome de l'Observatoire, et Mesnard, chef de division au Ministère de l'Instruction publique, fut chargée de faire l'inventaire du matériel de l'Observatoire. Il n'existait à cette époque aucun catalogue des instruments astronomiques ni des livres de la Bibliothèque, ainsi qu'il résulte d'une déclaration faite par M. Mathieu à la Commission [1]. C'est à cette circonstance regrettable qu'il faut attribuer le défaut, trop fréquent dans le nouveau catalogue, d'indications suffisantes sur l'origine et l'usage des instruments trouvés à l'Observatoire, et même l'absence complète, dans l'inventaire, de plusieurs appareils qui ont été reconnus depuis. De là aussi l'interruption fâcheuse des traditions que nous essayons aujourd'hui de renouer.

Je transcris ici la partie du travail de la Commission relative aux appareils qui nous occupent.

Annexe n° 6 (salle de la Méridienne) :

306. Quatre règles ayant servi à la mesure des bases, dans trois boîtes.

307. Deux niveaux à équerre ayant servi à la mesure des bases.

---

an X. *Voir* aussi Svanberg, *Exposition des operations faites en Laponie pour la determination d'un arc du méridien, en* 1801, 1802 *et* 1803. Stockholm, 1805.

(1) Cependant, on lit dans les Procès-verbaux du Bureau des Longitudes, séance du 7 septembre 1834 : « Le Bureau, sur la proposition de M. Poisson, arrête qu'il sera fait un inventaire détaillé de tous les instruments que l'Observatoire possède. A cet effet, on fera rentrer sans retard les instruments qui ont été prêtés à divers observateurs. Les Commissaires pour ledit inventaire sont MM. Le Français de la Lande, Mathieu et Savary ». Mais rien n'indique que cet arrêté ait été suivi d'exécution.

Annexe n° 7. — Inventaire des instruments et objets renfermés dans les salles désignées au procès-verbal du samedi 18 février 1854.

(Dans la salle dite Chambre noire, attenant à la salle de la Méridienne.)

405. Un mètre conforme à la loi du 18 germinal an III, présenté le 4 messidor an VII, par Lenoir, contenu dans une boîte en acajou; la clef de la serrure manque; ce mètre est en acier.

406. Un mètre en cuivre à traits, divisé en millimètres et non chiffré, contenu dans une boîte en noyer, sans nom d'auteur.

407. Une règle en cuivre, ayant seulement deux traits vers les extrémités, à distance probablement égale à un mètre, contenue dans une boîte en acajou à deux serrures.

408. Une règle en platine, à traits vers les extrémités, sans désignation aucune, contenue dans une boîte en acajou, dont la clef manque.

409. Mètre conforme à la loi du 18 germinal an III, présenté le 4 messidor an VII, par Lenoir, dans une boîte en acajou. Il est en platine.

410. Kilogramme conforme à la loi du 18 germinal an III, présenté le 4 messidor an VII, par Fortin, dans une boîte en peau de chagrin. Ce kilogramme porte une petite rayure vers la moitié de sa hauteur.

411. Un cylindre en métal doré, d'une base et hauteur de 53^{mm} à 54^{mm}, contenu dans une boîte en acajou et sans aucune indication.

412. Un kilogramme en platine marqué 880000; il porte plusieurs rayures dont une double et très forte à la base, dans une boîte en peau de chagrin.

413. Un petit comparateur de 25 centimètres environ de longueur.

414. Une boule de pendule, en platine, ayant reçu un choc, quelques taches, contenue dans une boîte en maroquin rouge.

415. Une boule (en acier?) d'environ 4 centimètres de diamètre, présentant des excoriations, renfermée dans une boîte brune.

416. Une boule argentée ou en argent de 3 centimètres environ de diamètre, déposée dans une petite boîte en bois.

. . . .

422. Deux règles en acier ou en fer, ayant probablement la longueur d'une toise, contenues dans une boîte en bois blanc, couvertes de rouille, sans désignation.

423. Une règle en fer ou acier, complètement rouillée, de la longueur de 1^m environ, contenue dans une boîte en bois blanc, sans désignation. (La boîte est brisée.)

424. Toise de l'Académie, qui a servi à mesurer la grandeur du degré sous l'équateur, en fer, maculée de rouille ailleurs qu'aux extrémités, contenue dans une boîte en bois de chêne.

425. Toise du Nord, contenue dans une boîte en bois; elle est maculée de rouille sur ses diverses faces, et notamment à l'une de ses extrémités.

426. Une boîte de bois en chêne, contenant une règle en fer ou acier, marquée au crayon *double mètre.*

Réunion du samedi 18 *février* 1854.

. . . . . La Commission, en présence de M. le Directeur de l'Observatoire, de M. Faye, astronome à l'Observatoire, et de M. Lerebours, artiste adjoint près le Bureau des Longitudes, a procédé au transport dans la salle dite Chambre noire, attenant à la salle Méridienne :

1° Des instruments et objets renfermés dans la bibliothèque, et en particulier dans l'armoire de cette bibliothèque, dite armoire des mètres, lesquels objets ont été déposés dans la salle dite Chambre noire, savoir : les objets indiqués dans l'inventaire annexe n° 7, sous les nos de 405 à 421 inclusivement dans l'armoire vitrée de gauche, et les objets indiqués dans l'inventaire, sous les nos de 422 à 426 inclusivement, dans diverses parties de la salle.

. . . .

Le même jour, 18 février 1854, M. le Directeur de l'Observatoire a reçu de la Commission et pris en charge, sous les réserves expressément indiquées ci-après, tous les instruments, objets, meubles et registres compris dans la salle

de la Méridienne et dans la salle dite Chambre noire attenant à la Méridienne, lesquels objets avaient été inventoriés, ainsi que le constatent les procès-verbaux des 13, 14, 16 et 18 février, dans les réunions desdits jours, et figurent dans l'inventaire sous les n^{os} de 153 à 435 inclusivement et sans interruption. Les clefs de la salle de la Méridienne et de la Chambre y attenant ont été remises par la Commission à M. le Directeur, après qu'il a déclaré prendre en charge les instruments et objets que ces pièces contenaient, sous le bénéfice toutefois, ainsi qu'il a été dit plus haut, des déclarations suivantes de la Commission :

« La Commission a déclaré et déclare qu'en faisant l'inventaire des objets de toute nature compris dans les salles de la Méridienne et de la Chambre noire, elle a reconnu : 1° qu'une partie notable de ces objets sont très anciens et hors de service; 2° que parmi les objets d'une date plus moderne, la plupart auraient besoin de réparation, si on voulait s'en servir actuellement. »

Fait à l'Observatoire, le samedi 18 février 1854.

Signé : YVON VILLARCEAU, P. DAUSSY, MESNARD.

Toutes les précautions furent prises, on le voit, par la Commission et par le Directeur de l'Observatoire, pour assurer la conservation des étalons de mesure. L'inventaire de la Bibliothèque nécessitait la présence d'un employé attaché aux travaux de la Bibliothèque impériale : les étalons furent enlevés de cette salle et enfermés dans la Chambre noire, où ils restèrent pendant les travaux d'appropriation que M. Le Verrier faisait exécuter dans la galerie de la Méridienne. Aucun travail ne fut entrepris dans la Chambre noire, que j'ai trouvée en 1862 dans le même état où l'avait laissée Arago.

Mais on sait quels furent, après l'entrée de Le Verrier à l'Observatoire, les rapports du nouveau Directeur avec plusieurs des Membres du Bureau des Longitudes, et combien vives furent les querelles et les plaintes réciproques. Malgré les précautions prises pour la conservation des

étalons, des bruits fâcheux circulèrent qui accusaient Le Verrier d'avoir mal gardé la toise du Pérou; et c'est probablement à ces bruits, dont l'écho se fit entendre en dehors de l'Observatoire, qu'il faut attribuer l'origine des doutes élevés à l'étranger sur l'existence actuelle de la toise du Pérou.

Il faut avouer ici que Le Verrier, en dépit des sages précautions de la Commission d'inventaire qui le défendaient contre toute imputation malveillante, commit l'imprudence de compromettre sa cause par une opération que le souvenir de Camus et des querelles académiques de 1756 aurait dû lui interdire. On avait constaté sur les deux toises du Pérou et du Nord quelques taches de rouille. Le Verrier fit nettoyer les toises vers le mois d'août 1854, et, pour les préserver à l'avenir, les fit enduire d'une couche de vernis à froid. De plus, il fit remplacer les anciennes boîtes par des boîtes neuves, en chêne, doublées de drap. Cette opération, exécutée avec tous les soins nécessaires dans les ateliers de Secretan, ne pouvait altérer la longueur des toises: nous verrons même qu'elle en a respecté des caractères très délicats; mais on ne peut s'empêcher de regretter qne l'opération n'ait pas été bornée à un graissage des règles et à la construction de nouvelles boîtes pour renfermer les anciennes. Elle nous met aujourd'hui dans la nécessité de démontrer l'authenticité et la conservation des deux toises; cette démonstration fait l'objet de la suite de mon travail.

CHAPITRE SECOND.

ÉTAT ACTUEL ET AUTHENTICITÉ DES TOISES DE L'OBSERVATOIRE.

J'indiquerai, comme première pièce, le procès-verbal de reconnaissance des toises du Pérou et du Nord, dressé en 1870, par la Commission d'inventaire du matériel de

l'Observatoire, lors de l'arrivée de Delaunay à la direction de cet établissement.

Séance du mercredi 23 mars 1870.

....

2° *Examen de la toise du Pérou et de la toise du Nord.* — Les scellés qui, à la demande de M. Delaunay dès son entrée à l'Observatoire, avaient été mis sur l'armoire des règles par MM. Breguet et de Maisonneuve, ont été constatés intacts. Les règles sont dans des boîtes qui paraissent neuves, et elles ont été nettoyées à une époque récente. On a constaté aux deux extrémités des taches de rouille, qui ont été enlevées par le nettoyage.

La surface de la toise du Pérou, vue suivant la longueur, présente une série d'ondulations sensibles seulement sous une incidence très oblique de la lumière. Les divisions et les lignes longitudinales, tracées sur les bords de ces règles et sur la surface, paraissent intactes.

Signé : MATHIEU, LAUGIER, BREGUET, DELAUNAY, Y. VILLARCEAU, WOLF.

L'existence matérielle des deux règles n'est pas mise en doute par les Commissaires, dont plusieurs connaissaient bien les accusations dirigées contre Le Verrier. Mais, sous la préoccupation de ces bruits, ils recherchent sur la toise du Pérou les traces des avaries qu'elle a pu subir; une flexion de la barre de fer, employée, avait-on dit, comme levier pour soulever des fardeaux, eût laissé, après le redressement, des traces visibles sous l'incidence rasante, même dans la texture du grain du métal. Les Commissaires ne trouvent rien que les défauts de la construction primitive, assez grossière auprès de ce que peuvent aujourd'hui les procédés mécaniques d'exécution. Ces défauts, en effet, se retrouvent les mêmes dans la toise du Nord, qui n'a jamais été incriminée, qui porte son nom gravé sur le métal, et qui nous reste comme un témoin

irrécusable de ce que devait être la toise du Pérou. Le procès-verbal constate aux deux extrémités des taches de rouille qui ont été enlevées par le nettoyage, sans dire sur laquelle des deux toises a été faite cette constatation. Mais le nettoyage a eu lieu en août 1854; en février de la même année, la Commission d'inventaire avait constaté que la toise du Pérou était maculée de rouille *ailleurs qu'aux extrémités;* que la toise du Nord présentait de semblables taches, notamment à l'une de ses extrémités. Le nettoyage n'a donc pu enlever sur la première des taches qui n'y existaient pas. Et, en effet, un examen attentif des bouts des deux toises montre aujourd'hui que celle du Nord présente seule les traces dont parle le procès-verbal de 1870. Nous pouvons donc déjà présumer que les accusations élevées en 1854 contre l'incurie avec laquelle on aurait laissé fausser la toise du Pérou ne reposent sur aucun fondement sérieux, et que l'opération subie par les règles a consisté en un simple nettoyage des surfaces. L'examen comparé des deux toises va compléter cette démonstration.

La règle désignée aujourd'hui à l'Observatoire par le nom de *toise de l'Académie* ou *du Pérou* est formée d'une bande plate en fer forgé et poli de $40^{mm},1$ de largeur sur $7^{mm},7$ d'épaisseur ($17^{l},8$ et $3^{l},4$). Aux extrémités, cette règle est entaillée sur une profondeur de $19^{mm},3$ ($8^{l},5$), de manière à laisser sur une moitié de la largeur deux talons dont la saillie est de $13^{mm},3$ ($5^{l},9$). Les arêtes extrêmes de ces talons sont chanfrénées; celles des entailles sont vives, ainsi que celles de la règle dans sa longueur. On trouve seulement sur le dos de légères échancrures, qui paraissent dues à des pailles du métal; une de ces pailles occupe toute l'épaisseur du dos de la règle, à 5 pouces de l'extrémité et sur une longueur de 1 pouce. Aucune des échancrures n'a été produite par

un choc ou par un instrument taillant. L'autre bord de la règle est parfaitement net.

La longueur de la toise est la distance comprise entre les arêtes des entailles. Elle est marquée sur l'un des plats de la règle par deux lignes très nettes, qui prolongent les arêtes et se terminent à deux gros points creux de forme très irrégulière. Le diamètre de ces points est à peu près de $0^{mm},4$. On reconnaît ici le caractère donné par les Commissaires de l'ancienne Académie des Sciences, « la toise, marquée par deux points assez gros... ».

Sur la même face qui porte ces points, la toise est divisée de trois en trois pouces le long de ses deux arêtes longitudinales; les deux derniers intervalles sont, à l'un des bouts et des deux côtés, divisés en pouces, et le dernier de ces pouces subdivisé en lignes. Les traits de division se terminent par des points. De plus, cette même face porte trois lignes longitudinales, dont l'une passe par les deux gros points et une autre termine la graduation en lignes. A l'une des extrémités seulement, celle qui n'est pas subdivisée en lignes, il y a en outre trois autres lignes longitudinales, qui disparaissent à moins de 1 pouce de l'extrémité.

La toise du Nord est pareille, mais non identique, à celle du Pérou. Sa largeur est $37^{mm},7$ ($16^{l},7$), son épaisseur $10^{mm},3$ ($4^{l},6$); la profondeur des entailles $21^{mm},2$ ($9^{l},4$) et la longueur des talons $13^{mm},8$ ($6^{l},1$). Elle n'est pas divisée; elle porte sur une des faces, au milieu de la longueur, l'inscription gravée : *toise du Nord*. A l'une des extrémités, se trouve la pièce de rapport dont il est parlé dans le procès-verbal de comparaison des Commissaires de l'an VII.

J'ai examiné avec soin et fait examiner par un ouvrier habile l'état des diverses surfaces des règles. Les plats ont été nettoyés et polis, puis recouverts de vernis à froid; il en est de même des champs. Mais les faces ter-

minales, qui déterminent la longueur de la toise, n'ont certainement pas été touchées et n'ont pas reçu de vernis. Celles de la toise du Pérou présentent la teinte du fer poli ancien, sans trace d'aucune tache de rouille. Une des extrémités de la toise du Nord est en bon état; sur l'autre, on retrouve les maculatures de rouille signalées par la Commission de 1854. Ces taches ne semblent pas avoir été nettoyées.

La comparaison des toises dans leur état actuel avec les descriptions, très incomplètes il est vrai, qui en ont été données au siècle dernier, fait ressortir des ressemblances et aussi des différences dont il importe de discuter la valeur.

L'authenticité de la toise du Nord ne peut être et n'a jamais été mise en doute; elle porte son nom gravé ([1]), et l'existence de la pièce ajoutée à l'un des bouts est une preuve indiscutable d'identité. Or les Commissaires de l'an VII, décrivant à la fois les deux toises, leur donnent une largeur de 17^l à 18^l et une épaisseur de 4^l environ. Aujourd'hui la toise du Nord a $16^l,7$ de largeur et $4^l,6$ d'épaisseur. L'épaisseur n'a certainement pas augmenté; nous devons donc conclure de là que les dimensions données dans cette description commune aux deux règles ne sont pas absolues, mais représentent plutôt une moyenne grossièrement prise entre les dimensions homologues des deux toises.

Sur la toise du Pérou, nous retrouvons les deux gros points, qui en marquaient la longueur en 1756; les divisions qui existent sur les bords et les lignes longitudinales tracées sur la surface sont aujourd'hui très nettes et paraissent intactes (Commission de 1870). Il est donc certain que l'une des faces au moins de la règle n'a pas été altérée

([1]) Je n'ai pu trouver aucun document relatif à la date à laquelle a été gravée cette inscription.

dans le nettoyage qu'elle a subi en 1854. L'autre face a-t-elle été plus profondément entamée, les bords de la règle ont-ils été travaillés de manière à changer l'épaisseur et la largeur de la barre de fer?

La Condamine, en 1748, donnait à la règle une épaisseur de $4^l,5$ et une largeur de 17^l; j'ai fait remaquer qu'à ce moment il n'avait pas sous les yeux la toise qui reposait, à son insu, dans le Cabinet des machines de l'Académie, au Jardin des plantes. Les Commissaires de l'an VII, décrivant à la fois les deux toises, leur donnent une épaisseur de 4^l environ avec une largeur totale de 17^l à 18^l. La toise du Pérou n'a aujourd'hui que $3^l,4$ d'épaisseur, mais $17^l,8$ de largeur: elle est moins épaisse, mais plus large que ne le dit La Condamine; ses dimensions diffèrent de celles qu'indiquent les Commissaires du mètre, exactement des mêmes quantités dont en diffèrent, en sens contraire, celles de la toise du Pérou. Rien n'autorise donc à penser que la règle du Pérou ait été profondément altérée sur ses bords ni sur la surface non graduée.

Il peut paraître singulier qu'aucune des descriptions, très incomplètes, il est vrai, qui ont été données de cette toise ne parle de la graduation que porte l'une de ses faces. Mais on lit dans une lettre de Bouguer à M. de Réaumur sur la longueur du Pendule au petit-Goave (*Mém. de l'Acad. des Sciences,* 1735, p. 522) le passage suivant (p. 536) :

« Il restait encore à prendre la mesure de la partie de la règle au delà des 12 pieds jusqu'à la glace, elle a été prise entre les pointes trempées et très fines d'un compas à verge, et l'ayant porté sur la toise de fer *graduée*... » Cette toise, comme le dit expressément Bouguer, était celle que les savants de l'expédition du Pérou avaient emportée de Paris.

Quant au mode de graduation de notre règle, il est conforme à celui des toises qui se fabriquaient au siècle der-

nier. Dans l'Introduction de son *Astronomie* (2e édition, 1781), à la suite de la Préface, Lalande donne le *prix des instruments d'Astronomie*, en 1771, et dans le Catalogue de ces instruments, on lit à la page lj :

« Un modèle de la toise de l'Académie des Sciences de Paris, en fer, divisé en pouces et le premier pouce en lignes, limé, dressé et vérifié sur la toise de l'Académie, avec son étalon d'acier aussi limé et dressé, le tout dans une boîte doublée, en état d'être transportée dans les voyages, pour servir aux mesures astronomiques et géographiques, chez Canivet ([1])... 225 livres. »

Nous avons vu que la toise de Mairan, toute pareille à celle de l'Académie, était aussi graduée. L'examen des traits de la toise du Pérou prouve, d'ailleurs, avec évidence l'ancienneté de la division; ces traits sont grossiers et inégaux, ils n'aboutissent pas tous exactement au centre des points qui en marquent l'extrémité. A mon sens, ces traits ont été faits à la main et non à la machine à diviser; les points marquent la division primitive faite au compas, d'après laquelle on a tracé ensuite les traits.

Reste la question de la longueur des talons. Cette longueur est actuellement de 13^{mm},3 et 13^{mm},7 ou 5^{l},9 et 6^{l},1. Quelle en était la longueur à l'origine? Nous avons vu la Condamine leur attribuer un pouce environ, mais dans un passage où il a intérêt à exagérer cette longueur, puisqu'il veut prouver que, grâce à la présence des talons, les extrémités de la toise du Pérou n'ont pas été altérées. De Mairan, au contraire, ne leur donne que 6 lignes environ.

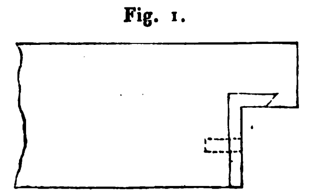
Les Commissaires de l'an VII (Mascheroni, Multedo, Coulomb et Méchain) qui semblent avoir eu le Mémoire de La Condamine sous les yeux bien plutôt que les règles, pendant qu'ils rédigeaient leur Rapport, répètent les pro-

([1]) Canivet, neveu de Langlois, l'avait remplacé, en 1756, dans son titre d'ingénieur du Roi et de MM. de l'Académie royale des Sciences.

pres expressions de ce savant : « leur longueur d'un côté est de 2 pouces à peu près de plus que 6 pieds. » Mais le manuscrit de ce Rapport, qui est conservé dans les archives de l'Observatoire, porte un dessin des extrémités des toises que n'a pas reproduit l'impression ; or, dans ce dessin, le talon a une longueur moindre que la profondeur de l'entaille ou la demi-largeur de la toise, moindre par conséquent que 9^l. La même particularité se remarque dans le dessin imprimé qui accompagne le Rapport de Borda et Brisson *sur la vérification du mètre, qui doit servir d'étalon pour la fabrication des mesures provisoires* ([1]). Ainsi nous retrouvons entre les dessins et le texte la même contradiction que celle qui se présente entre les dires de La Condamine et de Mairan. Nous devons donc prendre à la lettre le correctif *environ* ajouté par tous les auteurs à la longueur qu'ils attribuent aux talons des deux toises. Et comme leur longueur actuelle s'accorde avec le texte de de Mairan et avec les dessins de Borda et des Commissaires de l'an VII, comme, d'autre part, on n'a jamais prétendu que la toise du Nord ait été altérée, nous conclurons que la longueur commune des talons des deux toises a toujours été ce qu'elle est aujourd'hui, 6^l environ.

La toise du Nord porte à l'une de ses extrémités une

Fig. 1.



petite pièce de rapport, dans la longueur seulement des entailles. Cette pièce a la forme indiquée ci-dessus ; son épaisseur est $3^{mm},4$. Elle est maintenue par une grosse

([1]) *Base du système métrique*, t. III, p. 680.

goupille, dont on aperçoit la tête sur la face terminale de la toise. C'est là un caractère, je l'ai fait remarquer, d'indéniable authenticité. Mais à quelle époque a été ajustée cette pièce? Existait-elle dès l'origine, ou a-t-elle été adaptée depuis le retour de Laponie? Les Commissaires de l'an VII n'ont pu le reconnaître. Il me semble impossible qu'elle ait été ajustée entre 1737, époque du retour de Laponie, et 1756, date de sa comparaison à la toise du Pérou et des querelles suscitées à l'Académie par la constatation d'une différence de longueur entre les deux toises. Les adversaires de Camus n'auraient pas manqué de reconnaître et de signaler l'existence d'un pareil témoin d'une altération de la toise. Si donc nous trouvons qu'aujourd'hui la différence de longueur de la toise du Nord et de celle du Pérou est exactement la même qu'ont pu constater les Académiciens de 1756, il faudra bien en conclure que la pièce de rapport existait avant le voyage de Laponie, dès l'origine de la toise.

Or, si l'on place les deux toises l'une sur l'autre, procédé de comparaison qu'ont employé les Académiciens de 1756, on reconnaît immédiatement, à l'œil nu ou à la loupe, que la toise du Nord est plus courte que celle du Pérou de $0^{mm},1$ environ, soit à peu près $\frac{1}{20}$ de ligne.

De ce fait résulte une seconde conclusion bien autrement importante, c'est que la toise du Pérou n'a pas non plus changé de longueur, et que le nettoyage qu'elle a subi en 1854 a été tout à fait superficiel.

Je vais maintenant appuyer cette conclusion sur des comparaisons précises des deux toises, en les rapprochant de celles qui ont été faites à diverses époques.

Je résume d'abord les résultats de ces anciennes comparaisons.

Avril 1735. Les deux toises sont reconnues égales en séance de l'Académie.

Juillet 1756. La toise du Nord est tant soit peu plus courte aujourd'hui que la nôtre, à laquelle elle était égale (*La Condamine*). La différence est très peu considérable : nous l'avons évaluée à $\frac{1}{20}$ de ligne (*Les Commissaires de l'Académie.*)

1792. On trouve la toise du Nord plus longue de $\frac{1}{160}$ de ligne (*note manuscrite de Lalande*).

9 messidor an VI (1798). Lalande a vérifié avec Lenoir que la toise du Nord est plus courte que celle du Pérou, quoiqu'on l'ait trouvée plus grande dans la matrice. (*Procès-verbaux du Bureau des Longitudes.*)

1799. La toise du Pérou et celle du Nord sont parfaitement égales l'une à l'autre, à 4 lignes de l'entrée de leurs coupes ou entailles (*Commission du mètre*).

15 nivôse an X (1802). La toise du Nord et celle de Mairan sont un peu plus courtes que celle de Bouguer (DE PRONY, *Base du système métrique*, t. III, p. 480.)

J'ai fait la comparaison des deux toises sur la grande règle de cuivre de Lenoir, qui a servi aux expériences de Borda et des Commissaires du mètre, et j'ai employé le comparateur à levier de Lenoir que de Prony y a fait adapter en 1804 [1]. Le butoir fixe et celui du comparateur sont formés de deux lames d'acier en forme de hache, terminées par une surface cylindrique de grand rayon. Le levier amplifie les mouvements du butoir dans le rapport de 1 à 30 à peu près; les divisions de l'arc gradué valent $\frac{1}{50}$ de millimètre, le vernier donne directement le $\frac{1}{10}$ et permet d'évaluer aisément le $\frac{1}{20}$ de cette quantité, soit le $\frac{1}{500}$ et le $\frac{1}{1000}$ de millimètre.

Le 2 avril 1881, la toise du Pérou étant placée entre les butoirs, sur des fils de cuivre qui lui donnaient une grande mobilité, j'ai obtenu les résultats suivants par la

---

[1] Je donnerai dans la deuxième Partie de mon travail l'histoire de cette règle et des transformations qu'elle a subies.

moyenne de dix lectures dans chaque position, le contact des butoirs étant assuré à nouveau après chaque lecture :

		Tempér.
	d	o
Butoirs le plus près possible du fond des entailles.	49,90	10,7
» à 1 ligne du fond des entailles........	50,01	10,7
» à 5mm du fond des entailles..........	49,88	10,7
» à 10mm du fond des entailles.........	49,66	10,7
» à 15mm du fond des entailles.........	49,75	10,65
» aux bords des entailles..............	49,61	10,7

La toise du Nord est substituée à celle du Pérou :

	d	o
Butoirs au fond des entailles..............	45,11	10,65
» à 1 ligne du fond des entailles........	45,57	10,65
» à 5mm du fond des entailles..........	46,58	10,6
» à 10mm du fond des entailles....... ..	47,35	10,7
» à 15mm du fond des entailles.........	47,06	10,65
» aux bords des entailles..............	47,01	10,7

La toise du Pérou est substituée à celle du Nord :

	d	o
Butoirs à 1 ligne du fond des entailles........	50,00	10,55

L'indication du comparateur s'est retrouvée la même que dans la première expérience. La température des règles a certainement moins varié que celle des thermomètres très sensibles posés sur les toises. Les nombres obtenus sont donc directement comparables.

La valeur des divisions a été déterminée à l'aide de la vis de rappel qui entraîne le comparateur et de la graduation que porte le chariot. Elle est exactement de $\frac{1}{50}$ de millimètre.

On voit que les surfaces des extrémités de la toise du Pérou sont assez bien travaillées; la variation maxima de distance entre deux points correspondants des entailles ne s'élève qu'à $0^{mm},008$. La toise du Nord est beaucoup plus

variable : la différence atteint $0^{mm},045$. De plus, la toise du Pérou est un peu plus courte aux bords que dans le fond des entailles; le contraire a lieu pour la toise du Nord. Ces différences, jointes à la diversité des procédés de comparaison, à la variété de forme des butoirs, expliquent les résultats très divergents des comparaisons faites aux différentes époques.

Les Académiciens en 1735, et les astronomes pendant l'expédition du Pérou, avaient pris les deux gros points marqués sur la toise comme limitant la longueur de cette toise (Lalande, *Astronomie*, livre XV, p. 10). C'est cette distance, prise avec un compas à verge, qui fut trouvée égale en 1735 à la longueur de la toise du Nord prise entre ses arêtes. Mais Lalande fait remarquer que, dans un tel procédé de comparaison, il a bien pu se glisser $\frac{1}{25}$ de ligne d'erreur. Les deux règles furent aussi ajustées l'une contre l'autre sur une table, et les deux faces de chaque extrémité, soit au tact, soit à la loupe, parurent d'une exacte continuité. Je trouve aujourd'hui entre les deux toises près des bords une différence de $2^{p},60$ ou 23 millièmes de ligne : soit au tact, soit à la loupe, une pareille différence est insensible, et les faces paraissent d'une exacte continuité.

Les Commissaires de 1756 disent expressément qu'ils ont regardé les arêtes des extrémités de la toise du Nord comme les vrais termes de sa longueur. Pour celle du Pérou, ils paraissent avoir pris encore les deux gros points. N'employant pas le compas à verge, ils ont dû superposer les deux toises; dans cette position, la différence de longueur apparaît immédiatement au fond des entailles. Je la trouve de $4^{p},90$ ou $0^{mm},098$, exactement $\frac{1}{23}$ de ligne : ils accusent $\frac{1}{20}$ de ligne; la différence, d'après La Condamine, est comprise entre $\frac{1}{20}$ et $\frac{1}{30}$ de ligne, ailleurs il donne $\frac{1}{25}$. Le résultat est le même si les membres de l'Académie ont placé la toise du Nord sur celle du Pérou, de manière

à faire correspondre le fond des entailles de celle-là aux deux gros points qui marquent la longueur de la dernière; car ces deux points sont aux extrémités de deux lignes qui prolongent les arêtes des entailles.

La différence trouvée en 1756 entre les deux toises ne contredit donc nullement le résultat obtenu en 1735. Dès lors il n'existe aucune raison de croire que la toise du Nord ait été altérée dans cet intervalle.

Nous pouvons aujourd'hui retrouver à volonté soit l'égalité de 1735, soit la différence de 1756 : la conclusion serait donc que, dans les limites d'exactitude des comparaisons anciennes, nous possédons aujourd'hui les deux toises du Nord et du Pérou dans l'état même où elles sont sorties des mains de Langlois en 1735. L'examen des comparaisons ultérieures confirme cette conclusion.

Dans toutes ces comparaisons, on a pris désormais pour longueur des deux toises les distances comprises entre les arêtes des extrémités.

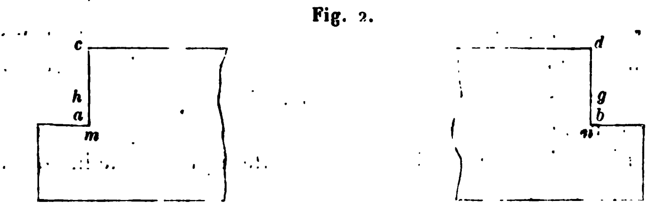
Lalande et Lenoir ont trouvé la toise du Nord plus courte que celle du Pérou, bien qu'elle ait semblé plus grande dans la matrice. Cette contradiction apparente me paraît tenir à ce que, dans la toise du Nord, la plus grande longueur correspond au bord extérieur des entailles, tandis que le contraire a lieu pour la toise de Pérou : de là une plus grande difficulté pour présenter la première à la matrice. Telle paraît être aussi l'opinion de Lalande lui-même : « Nous regardions alors, dit-il dans une Note manuscrite de l'exemplaire de son Astronomie qui appartient à la Bibliothèque de l'Observatoire, nous regardions alors cette épreuve de mettre une toise dans son étalon comme la plus exacte; mais elle supposait que les bouts des règles et les talons (de la matrice) étaient bien parallèles, bien égaux et bien à angle droit. En 1794, on a pris un autre parti; M. Lenoir a fait un comparateur avec un vernier qui donne des centièmes de ligne, et des

contacts qui peuvent toucher l'extrémité des toises dans le milieu de sa largeur et faire connaître la longueur plus exactement dans un point déterminé. La toise du Pérou est plus petite de *a* en *a* (au bord) que de *b* en *b* (au fond), où elle est plus grande que la toise du Nord ([1]). »

Borda ne parle pas de comparaison des deux toises. Dans son Rapport du 18 messidor an III, il dit, à la page 680 :

« Nous avons trouvé qu'en prenant la longueur de la toise (du Pérou) entre les points *h* et *g*, placés au tiers des lignes *cm* et *dn*, la toise était plus courte d'une partie et demie qu'en la prenant entre les points *a* et *b* (situés à 1 ligne du fond des entailles).

Fig. 2.



Borda assigne ainsi aux extrémités de la toise la même forme que Lalande a indiquée en dernier lieu et que je leur trouve aujourd'hui. Seulement, puisqu'une partie des verniers de la règle de Lenoir valait $\frac{1}{116}$ de ligne, $1^p,5$ valait $\frac{1}{77}$ ou $0^{mm},029$, quantité près de quatre fois plus grande que celle que j'ai trouvée, $0^{mm},008$. Mais pouvait-on compter sur l'exactitude absolue d'une différence si petite mesurée à l'aide d'un vernier, et ne faut-il pas aussi tenir compte de la différence des butoirs que j'ai employés

([1]) Il est vrai que dans le texte imprimé de sa 2e et 3e édition, Lalande écrivait : « La coupe des entailles qui déterminent la longueur de la toise de l'équateur n'est pas exactement perpendiculaire à la longueur de la règle; ces entailles rentrent un peu dans le fond où elles formeraient une toise plus courte ». C'est exactement le contraire de ce qu'il avance plus tard dans ses Notes manuscrites, mais il ne dit pas comment avait été obtenu ce premier résultat.

[illegible] Les Commissaires de l'an VII ont [illegible] mêmes verniers et des mêmes butoirs, [illegible] différents de ceux de Borda. Voici les [illegible] leur Rapport du 21 floréal (*Base du syst.* [illegible] 413.

[illegible] de la toise du Pérou est la même, à quelque [illegible] de ses entailles ; la toise du Nord dans l'é[illegible] actuellement est exactement de même longueur [illegible] Pérou, si ce n'est très près des angles intérieurs des [illegible] première partie, dont il n'est point du tout pro[illegible] se soit servi. »

[illegible] le corps du Rapport :

[illegible] de la toise du Nord, on voit qu'on lui trouve aussi [illegible] longueur, à 3 millionièmes près, depuis l'entrée de [illegible] jusqu'à 3 lignes des angles intérieurs, et que ce n'est [illegible] le reste qu'elle est plus courte de 0,165 partie, ou de [illegible] de ligne, environ $\frac{1}{70}$, quantité déjà presque insensible [illegible] ».

J'ai trouvé, d'accord avec les Académiciens de 1756, [illegible] de ligne, ou presque exactement $\frac{1}{10}$ de millimètre, pour la différence de longueur des deux toises au fond de leurs entailles. Mais si je ne considère que la toise du Nord, la différence de la moyenne des trois mesures prises le plus près du fond des entailles et de la moyenne des trois autres faites au voisinage du bord est $1^p,39$, soit $0^{mm},028$, presque exactement la valeur donnée par les Commissaires de l'an VII.

Il est à remarquer que, dans les premières comparaisons, les Commissaires placèrent les deux règles *de champ* entre le butoir fixe dont la hauteur est de 4 lignes environ et le butoir du curseur dont ni la forme ni la hauteur ne sont indiquées et qui n'existe plus. C'est dans cette position qu'ils trouvèrent les deux toises égales. Avec les butoirs du comparateur de Prony, dont la hauteur est $16^{mm},4$ ou $7^l,3$, j'ai

trouvé entre les règles placées de champ une différence de $0^p,73$ ou $0^{mm},015$, quantité bien plus petite que celle que j'avais trouvée précédemment, ce qui semblerait indiquer que les extrémités de la toise du Pérou ne sont pas planes, mais légèrement concaves, si toutefois l'on admet la possibilité d'établir le contact des butoirs dans toute leur hauteur et de la même manière pour les deux toises.

Cette divergence des résultats des expériences de l'an VII avec toutes les précédentes paraît avoir aussi préoccupé Lalande, et nous trouvons la trace de cette perplexité dans les Notes manuscrites ajoutées par lui à la troisième édition de son *Astronomie*. J'ai déjà signalé une contradiction entre deux assertions de cet auteur relativement à la forme des extrémités de la toise du Pérou. Voici d'autres divergences dans les Notes manuscrites ajoutées par lui à la troisième édition de son *Astronomie* :

« Sur la matrice ou le comparateur on a trouvé en 1798 la toise du Nord plus grande (que celle du Pérou), du moins dans le milieu de sa largeur, mais seulement de $\frac{1}{100}$ de ligne. »

« En 1792, on trouva la toise du Nord plus longue de $\frac{1}{160}$ de ligne en les mettant l'une et l'autre sur le comparateur. En 1798, on a trouvé la toise du Nord plus longue de $\frac{1}{98}$ de ligne que celle du Pérou, quoique dans un étalon elle paraisse plus petite. Cela vient de ce que la matrice du comparateur donne la longueur à 4 lignes de l'épaulement et que l'étalon prend le fond de la toise. Il y a $\frac{1}{25}$ de ligne entre la longueur de la toise au bord ou dans le fond. Enfin, en 1799, on a décidé qu'elles étaient parfaitement égales à 4 lignes de l'entrée de leurs coupes. »

Cette dernière phrase est d'une autre encre que ce qui précède.

A travers les obscurités que présentent ces Notes de Lalande, semble percer l'opinion qu'il attribue la divergence des résultats obtenus à ce fait que la toise du Nord serait plus courte de $\frac{1}{25}$ de ligne au fond des entailles

qu'au bord. Il déduit probablement cette différence de la comparaison des deux toises faites en 1756, et de la *décision* des Commissaires de l'an VII que les deux toises sont égales à 4 lignes de l'entrée des entailles.

Il est vrai que les mêmes Commissaires n'admettent qu'une différence de $\frac{1}{70}$ de ligne entre la plus grande et la plus petite longueur de la toise du Nord. Mais si l'on ajoute que, d'après Borda, la toise du Pérou est plus grande de $\frac{1}{77}$ de ligne au fond des entailles qu'aux bords, il en résulterait une différence de $\frac{1}{37}$ de ligne, dont la toise du Nord serait plus courte que celle du Pérou au fond de leurs entailles, les deux toises étant supposées égales aux bords.

On voit donc que, de l'ensemble des comparaisons anciennes, il résulte que les entailles des deux règles avaient bien la même forme que je leur trouve aujourd'hui : ces entailles s'écartent un peu l'une de l'autre vers le fond dans la toise du Pérou; elles se rapprochent l'une de l'autre dans celle du Nord. Mais la différence des deux règles prises près des bords, $0^{mm},052$ ou $0^{l},023$ d'après mes comparaisons, paraît avoir échappé aux moyens de mesure autrefois employés : résultat qui n'a pas lieu de surprendre, si l'on tient compte des divergences des nombres trouvés par Borda d'une part, et par les Commissaires des Poids et Mesures de l'autre, dans les comparaisons des mêmes règles, faites sur le même comparateur à verniers. On comprend aussi que les différences de longueur d'une même règle à divers points de ses faces terminales, ou tout au moins le sens dans lequel marchent ces différences, soient bien plus faciles à apprécier sur le comparateur de Borda, que la différence des longueurs des deux toises.

En résumé, je crois pouvoir tirer de mon travail les conclusions suivantes :

1° L'histoire des deux toises du Pérou et du Nord peut être suivie, sans interruption, depuis leur origine jusqu'à l'époque actuelle. Les deux règles que l'Observatoire possède sous ces noms sont bien réellement les toises de Godin et de La Condamine.

2° Les deux toises, comparées par les procédés qu'ont employés les Académiciens en 1735 et 1756, présentent aujourd'hui, suivant le mode de comparaison, l'égalité affirmée en 1735 ou la différence constatée en 1756.

3° La forme générale des faces terminales des deux toises est la même que celle qui résulte de l'ensemble des comparaisons anciennes. La petite différence de longueur des deux toises aux bords des entailles, appréciable sur un comparateur à levier, a dû échapper aux procédés anciens de comparaisons.

4° Il suit de là que le nettoyage subi par les deux toises en 1854 n'a pas altéré d'une manière appréciable la forme ni la distance de leurs faces terminales; que, par conséquent, les bruits répandus à cette époque sur l'altération de la toise du Pérou ne reposent sur aucun fondement sérieux.

5° Il résulte encore de cet examen qu'il n'est nullement prouvé que la toise du Nord ait jamais été égale à celle du Pérou à moins de $\frac{1}{25}$ de ligne, ni, par conséquent, qu'elle ait été altérée à son retour de Laponie. Ma conviction est que nous possédons les deux toises dans l'état même, quant aux surfaces terminales, où elles sont sorties des mains de Langlois en 1735.

DEUXIÈME PARTIE.

LES ÉTALONS MÉTRIQUES DE L'OBSERVATOIRE ET LES APPAREILS QUI ONT SERVI A LES CONSTRUIRE.

J'ai rapporté dans la première Partie de ce travail le procès-verbal du dépôt, fait à l'Observatoire, des étalons du mètre et de toutes les règles qui ont servi aux diverses mesures de la Terre par les astronomes français, en exécution du décret du premier Consul en date du 1er vendémiaire an XII. Les diverses pièces qui y sont mentionnées sont :

1° La toise de l'Académie ou du Pérou;

2° La toise du Nord ;

3° et 4° Une grande règle de cuivre d'environ $4^m,2$ de longueur, qui a servi à la vérification des règles de platine et à l'étalonnage du mètre, avec son curseur divisé en dix-millièmes de toise;

5° La grande règle de cuivre et de platine qui a servi à la mesure de la longueur du pendule par Borda et Cassini;

6°, 7° et 8° Les quatre règles de cuivre et platine qui ont servi à la mesure des bases, avec leurs deux niveaux de pente et leurs trépieds en fer et en bois;

9° Le mètre en platine conforme à celui des Archives;

10° Le mètre en fer;

11° Le double mètre en fer.

Nous n'avons pour reconstituer l'histoire de ces divers appareils et étalons que les documents contenus dans la *Base du système métrique*, tomes I et III, et dans les procès-verbaux des séances de l'Institut et du Bureau des Longitudes. Les manuscrits relatifs à l'établissement du système métrique, qui devaient être déposés à l'Observatoire, sont fort incomplets, à l'exception de ceux qui se rapportent aux mesures géodésiques de Delambre et Méchain.

Je diviserai l'histoire des règles en trois Chapitres, relatifs au comparateur de Borda et Lenoir, aux quatre règles de Borda et à la règle du pendule, et enfin aux étalons du mètre.

CHAPITRE PREMIER.

LE COMPARATEUR DE BORDA ET LENOIR.

« Lenoir avait construit, dès 1792, un grand comparateur qui fait partie de la collection de l'Institut. Il est composé d'une forte règle de cuivre de 13 pieds de longueur, et d'un curseur sur lequel sont tracées des divisions de dix-millièmes de toise, qui répondent à des douzièmes de ligne, à très peu près; des verniers, tracés d'espace en espace sur la grande règle, divisent chaque dix-millième de toise en dix parties, ce qui donne les cent-millièmes de toise, équivalentes à la division de la ligne en 116 parties environ. C'est sur ce comparateur que Borda et Lavoisier ont fait toutes les expériences relatives aux règles de platine et de cuivre qui ont servi à la dernière détermination de la longueur du pendule et à la mesure des bases d'après lesquelles on a calculé les triangles de la méridienne.... » [DE PRONY, *Résultats des expériences....* (*Base du système métrique,* t. III, p. 471).]

C'est sur ce même comparateur que Borda et Brisson étalonnèrent, en 1794, le mètre provisoire en cuivre [*Rapport sur la vérification du mètre qui doit servir d'étalon pour la fabrication du mètre provisoire* (*Base du système métrique,* t. III, p. 673)].

Les Commissaires de l'an VII en firent également usage pour la comparaison des toises du Pérou, du Nord, de Mairan, et des quatre règles qui ont servi à mesurer les bases de Melun et de Perpignan (*Base du système métrique,*

t. III, p. 402). Il leur servit ensuite, après une première transformation, à l'étalonnage du mètre définitif.

Ce comparateur est donc la pièce la plus intéressante de tous les appareils qui ont servi à l'établissement du système métrique. Aussi fut-il transporté à l'Observatoire et confié à la garde du Bureau des Longitudes, comme le prouve le procès-verbal de dépôt. Et cependant, on le cherche en vain dans le Catalogue dressé en février 1854 par la Commission d'inventaire du matériel de l'Observatoire. Il existait néanmoins, mais méconnu et tellement transformé qu'en 1870, lorsque la Commission internationale du mètre vint visiter les étalons de l'Observatoire, ses membres passèrent auprès de l'instrument sans lui accorder aucune attention. On le prenait à cette époque pour le comparateur désigné par Delambre sous le nom de *comparateur de l'Observatoire* (*Base du système métrique*, t. III, p. 691) (¹).

L'examen attentif de la grande règle de cuivre que possède l'Observatoire m'a démontré qu'elle est bien le comparateur construit par Lenoir dès 1792 pour Borda et Lavoisier; et il est possible de suivre dans la *Base du système métrique* et dans les procès-verbaux du Bureau des Longitudes, l'histoire des transformations qui l'ont amenée à son état actuel.

Cette règle de cuivre, de $4^{m},40$ de long, $0^{m},066$ de large et $0^{m},010$ d'épaisseur, est établie par son milieu sur un madrier composé de deux pièces de champ entre lesquelles est une bande de tôle épaisse (Procès-verbal du dépôt à l'Observatoire.) A l'une de ses extrémités, elle porte le butoir cylindrique décrit par Borda. Sur sa face, j'ai re-

---

(¹) M. Tresca, rendant compte à la Section française de la Commission du Mètre d'une visite qu'il a faite à l'Observatoire, s'exprime en ces termes : « Le comparateur de Lenoir que possède l'Observatoire est celui qui a servi à la comparaison du mètre de l'Observatoire avec le mètre des Archives, en 1807. » (Procès-verbal de la séance du 28 décembre 1869.)

trouvé presque tous les verniers au dixième devant lesquels glissaient les divisions du curseur en dix-millièmes de toise. Ces verniers, à divisions très fines, sont accompagnés d'une étoile plus fortement gravée, qui permet de les retrouver aisément. Dans la portion de la règle opposée au butoir, ces divisions ont disparu par une cause que je vais dire, mais les étoiles sont restées, et en montrent l'existence aux points assignés par la description de Borda et des Commissaires de l'an VII.

Le curseur et son chariot n'existent plus.

Une première modification fut apportée à la règle par les Commissaires du mètre, en l'an VII. Ne pouvant amener en contact avec le butoir de Borda les différents points des extrémités des toises du Pérou et du Nord posées à plat, ils firent adapter sur la règle un second butoir de forme différente, qui s'y trouve encore, à $0^m,465$ du premier. [*Rapport sur la comparaison des toises du Pérou, du Nord,*... (*Base du système métrique,* t. III, p. 411).]

Le curseur et les verniers de Borda furent encore utilisés pour ces comparaisons ; mais pour l'étalonnage du mètre définitif, les Commissaires voulurent, à tort ou à raison, atteindre une précision supérieure à celle du $\frac{1}{116}$ de ligne, et Lenoir promit un comparateur qui donnerait les millièmes de ligne : il est tout semblable, dit Delambre, à celui qu'il exécuta depuis pour l'Observatoire impérial ; la seule différence est que le comparateur qui a servi pour le mètre définitif donnait les millionièmes de la toise, et que celui de l'Observatoire donne les cinq cents millièmes du mètre. [*Base du système métrique,* t. III, p. 691. *Voir* aussi De Prony, *Résultats des expériences....* (*Base du système métrique,* t. III, p. 474).] Ce comparateur de Lenoir n'existe plus (1).

---

(1) Il n'est pas mentionné dans le procès-verbal de dépôt des instruments à l'Observatoire.

Lorsque le Bureau des Longitudes eut été mis en possession des règles et des étalons, il voulut procéder à une série de comparaisons de leurs longueurs, et ce fut particulièrement de Prony qui s'occupa de ce travail. Lenoir avait perfectionné son comparateur, et en avait construit plusieurs exemplaires, dont le dernier et le plus parfait a été décrit par Prony dans un Mémoire intitulé : *Description et usage du comparateur de Lenoir* (1) (*Base du système métrique,* t. III, p. 447). Un de ces instruments, fixé sur un madrier en sapin de $2^m,50$ de longueur, qui avait été construit pour un savant étranger, ami de Prony, fut d'abord employé, au commencement de l'an X (derniers mois de 1801), à la comparaison du mètre au yard anglais et aux toises du Pérou, du Nord et de Mairan.

L'instrument ayant été probablement repris par son propriétaire, le Bureau des Longitudes désira en posséder un semblable. Nous lisons en effet dans les procès-verbaux des séances que, le 3 messidor an XII (22 juin 1804), « M. de Prony communique une lettre de Lenoir. Cet ingénieur est chargé d'établir un instrument *pirométrique* (2), lequel sera adapté à la règle de cuivre qui a servi pour la comparaison des règles de platine. Avec tout le désir qu'il a de satisfaire le Bureau des Longitudes, il ne saurait

---

(1) Delambre, dans un Nota (*ibidem,* p. 446), dit en parlant de ce Mémoire : « La première (pièce) est la description du comparateur de Lenoir qui a servi à la construction et à la vérification des cinq règles de platine destinées à la mesure des bases et à celle du pendule, à comparer les toises du Pérou, du Sud et de Mairan, et enfin à la détermination du mètre définitif et de deux étalons déposés l'un aux Archives nationales et l'autre à l'Observatoire national. » Cette note pourrait induire en erreur sur les comparateurs réellement employés à ces diverses opérations, si de Prony n'écrivait en tête de son Mémoire : « Je parlerai, dans un Mémoire qui fera suite à cet écrit, des expériences et des travaux qui ont suggéré à Lenoir l'idée de son comparateur; il me suffira de dire que celui dont je donne ici la description est le dernier et le plus parfait de ceux qu'il a exécutés. »

(2) Ce mot, dans le procès-verbal, est surchargé; peut-être faut-il lire *micrométrique*.

cependant comment pouvoir y parvenir, si l'on ne se déterminait à l'autoriser à envoyer chercher cette règle à l'Observatoire. Le Bureau autorise la sortie de la règle. »

Le 5 octobre 1804, « M. de Prony annonce, de la part de M. Lenoir, que le comparateur qu'il fait pour le Bureau est à peu près achevé, et qu'il désire conférer avec quelques membres du Bureau avant de le terminer. MM. de Prony et Burckhardt sont nommés Commissaires. »

Enfin, le 16 novembre de la même année, « M. de Prony annonce que le comparateur construit par Lenoir est fini et que l'on peut faire la vérification des mesures. »

Le nouveau comparateur adapté par Lenoir à la règle de cuivre existe encore. Il est identique à celui qu'a décrit de Prony dans le Mémoire cité plus haut, et dont le dessin occupe la *Planche XI* du tome III de la *Base du système métrique*. Il n'en diffère que par quelques détails insignifiants, comme le remplacement par un ressort à boudin de la lame de ressort qui ramène le curseur. Un changement plus important est la substitution d'une graduation en doubles millimètres à la division en lignes que porte dans le dessin la règle latérale, et de même la graduation de l'arc donne le $\frac{1}{500}$ de millimètre au lieu du $\frac{1}{500}$ de ligne. Cette modification, aussi bien que le désir d'avoir un instrument plus parfait, fut certainement le motif qui porta le Bureau des Longitudes à remplacer par un nouveau comparateur celui de la Commission de l'an VII. Et très probablement c'est là aussi la cause de la disparition de ce dernier, dont plusieurs pièces auront servi à la construction du nouveau. On peut voir dans cette adaptation de pièces anciennes à un nouvel appareil une explication de la date que porte le curseur de notre comparateur : *inventé et exécuté par Lenoir, en* 1794. » Ou bien on pourra encore l'expliquer en admettant que Lenoir aura voulu conserver, sur le dernier et le plus parfait de ses comparateurs, la date de son invention.

En même temps qu'elle reçut ce comparateur, la règle de cuivre fut munie d'un nouveau butoir mobile et de pièces destinées à assurer le parallélisme des bords de la règle avec les arêtes des mesures à comparer.

Enfin, à une époque ultérieure que je ne puis préciser, cette règle éprouva une nouvelle modification qui acheva d'en dénaturer l'aspect. A l'extrémité opposée au butoir de Borda, on fixa, très grossièrement, une pièce de rapport plus étroite et plus mince, sur laquelle s'adapte par une vis de pression latérale un comparateur de Fortin.

Ce comparateur n'est pas signé, mais il est identique de forme à un autre instrument de Fortin que possède l'Observatoire, et à un comparateur qui n'a jamais quitté les ateliers de cet artiste et que son petit-fils vient de donner à l'Observatoire : il ne peut donc y avoir de doute sur son origine. Quant à l'usage qui en a été fait, nous pouvons le préciser d'après deux particularités qu'il présente. D'abord la semelle de ce comparateur est en fer, celle des deux autres est en laiton. En second lieu, la graduation de l'arc, qui avec son vernier donne les $\frac{1}{500}$ de millimètre, est chiffrée de telle façon que les lectures vont en décroissant quand la longueur à mesurer augmente. Or ces deux caractères se rapportent au comparateur de Fortin, employé par Biot dans toutes les mesures du pendule en France, en Écosse et en Italie, et dans les comparaisons de ses règles avec le mètre des Archives et celui de l'Observatoire. Biot l'avait fait construire en fer, parce qu'il employait des règles de ce métal pour la mesure du pendule; et il nous apprend dans une Note lue au Bureau des Longitudes, le 10 mai 1826, aussi bien qu'en plusieurs endroits de ses manuscrits, que l'échelle présentait la singularité que je viens de dire. Il me paraît donc très probable que nous avons ici le comparateur de Biot ([1]).

([1]) L'Observatoire possède un autre comparateur de Fortin d'une con-

C'est probablement dans l'adaptation de la pièce de support de ce nouveau comparateur qu'ont disparu de la surface de la règle, dans sa partie la plus éloignée du butoir, les très fines divisions des verniers de Borda.

Ainsi surchargée de deux comparateurs sortis de mains différentes, privée de son curseur primitif, la règle de cuivre de Lenoir a complètement changé d'aspect; et il n'est pas étonnant qu'on l'ait tout à fait méconnue dans ces derniers temps. En retrouvant sur sa surface les divisions du comparateur de Borda, j'ai eu le bonheur de restituer l'authenticité d'une des pièces les plus importantes de toutes celles qui ont servi à l'établissement du système métrique.

CHAPITRE DEUXIÈME.

LES RÈGLES DE BORDA.

L'origine et l'histoire des règles bimétalliques de Borda est trop connue pour qu'il soit utile de nous y arrêter. Elle est donnée avec tous les détails nécessaires dans les trois Volumes de la *Base du système métrique*. On doit seulement, avec le général Morin, regretter que, dans toute cette publication, soit à peine prononcé une fois, et encore par un étranger, le nom de Lavoisier, qui cependant a pris la part la plus active à l'établissement du système métrique, et en particulier à la construction et à la vérifi-

---

struction plus soignée, qui est fixé sur un banc de fer d'environ 1^m de long avec deux bancs latéraux un peu plus bas pour poser les règles à comparer. On le considère généralement comme le comparateur de Biot. Cette désignation est évidemment inexacte pour le comparateur lui-même : la semelle est en laiton, et la graduation croît en même temps que la longueur mesurée. Pour le banc en fer il peut recevoir, il est vrai, le comparateur que je crois être celui de Biot; mais s'il est celui qui a servi aux expériences du pendule, ce banc a été diminué de largeur sur une partie de sa longueur pour recevoir le nouveau comparateur. Le butoir fixe n'a pas non plus la forme que lui assigne Biot dans sa description.

cation des règles dites de Borda [1]. La plupart des expériences faites sur la dilatation de ces règles l'ont été dans les jardins de l'hôtel de Lavoisier, situé boulevard de la Nouvelle-Madeleine. Les comparaisons des règles entre elles et avec les toises furent probablement exécutées dans les ateliers de Lenoir, établis dans la partie aujourd'hui démolie de la rue Cassette.

Après les mesures des bases de Melun et de Perpignan et la vérification de l'état des règles géodésiques (*Base du système métrique,* t. III, p. 441), celles-ci restèrent probablement chez Lenoir, d'où elles furent apportées à l'Observatoire dès le 30 messidor an XI (19 juillet 1803), par conséquent avant même l'arrêté du 1er vendémiaire an XII (Procès-verbaux du Bureau des longitudes.)

Elles n'y restèrent pas longtemps. Le 18 ventôse de l'an XII, le colonel Henry, chargé de la triangulation de la Suisse et de l'Alsace, demanda au Bureau l'autorisation d'employer ces règles à la mesure d'une base. Le Bureau prit dès ce moment la résolution de conserver la règle n° 1 ou le module, dont la longueur avait été prise par Borda comme terme de comparaison pour les trois autres, et de ne laisser sortir de l'Observatoire que ces trois dernières. Avant leur départ, ces règles furent comparées au module ou règle n° 1, le 6 germinal an XII, par MM. Delambre, Bouvard, Henry et Lenoir. A leur retour, après avoir servi à mesurer la base d'Ensisheim, elles furent comparées de nouveau, le 23 pluviôse an XIII, par de Prony, Burckhardt, Bouvard, Henry, Caroché et Etienne Lenoir. Les procès-verbaux de ces comparaisons existent dans les archives du Bureau des Longitudes.

Le 18 mai 1823, le Ministre autorise de nouveau le

---

[1] Si Delambre ne prononce pas le nom de Lavoisier, de Prony le rappelle au contraire à plusieurs reprises. Laplace le cite également dans son discours au Conseil des Cinq Cents.

Bureau à confier temporairement trois des règles de platine au colonel Bonne, qui devait mesurer une base aux environs de Brest. C'est à ce moment que se place un accident dont les procès-verbaux des séances du Bureau des Longitudes nous donnent le récit.

Le 18 juin, « M. Arago rend compte au Bureau du malheureux accident qui est arrivé dimanche dernier, au moment où l'on replaçait les règles de platine sur leurs supports en bois. Le Bureau décide que le procès-verbal de cet accident sera transcrit sur ses registres et inséré dans la *Connaissance des temps.* »

Dans la séance suivante, le 25 juin 1823, « Arago annonce que la règle n° 1 a été soigneusement comparée aux règles nos 3 et 4, qui étaient déjà emballées quand arriva l'accident dont il a été rendu compte précédemment. Cette règle n'a éprouvé aucun changement. La règle n° 2, celle qui était tombée sur les chevalets, présentait après l'événement une flexion très sensible : on l'a redressée avec précaution. MM. Mathieu et Arago ont reconnu, après l'opération, que cette règle ne s'est raccourcie que d'environ $0^{mm},015$. »

L'inscription du procès-verbal dans la *Connaissance des temps* ne fut pas faite. Ce changement de longüeur de la règle n° 2 a-t-il été communiqué aux officiers qui, depuis 1823, ont fait usage de ces appareils? Il semblerait qu'ils n'en eurent pas connaissance. Car dans la *Description géométrique de la France,* Puissant, résumant les opérations géodésiques sur lesquelles s'appuie cette description, emploie pour le calcul des bases les longueurs des règles telles qu'elles ont été données par Borda lui-même, sans rien remarquer sur le changement arrivé en 1823. « Jusqu'à présent, dit-il (1832), les longueurs des côtés de tous les triangles ont été déterminées comme si ces règles n'avaient éprouvé aucune altération depuis la mesure de la base d'Ensisheim. » (*Description géométrique de la France,* t. Ier, p. 45.)

Les règles furent employées ensuite à la mesure de la base de Plouescat, par le colonel Bonne, en 1823. Revenues le 18 février 1824, elles sont comparées au module par Arago et Mathieu.

Elles sont demandées de nouveau, le 25 mai 1825, pour la base d'Aix ou de la Crau, par Delcros; le 24 mai 1826, par le colonel Brousseaud, pour la base de Bordeaux; et le 4 avril 1827, par le colonel Coraboeuf pour la base de Gourbera, près de Dax.

Dès 1825, dans la séance du 19 octobre, Biot avait appelé l'attention du Bureau « sur les incertitudes qui affectent les expériences par lesquelles Borda a déterminé le zéro de son thermomètre métallique, incertitudes qui ont été constatées par les Commissaires des Poids et Mesures, comme on peut le voir dans le troisième volume de la *Méridienne*. Les expériences faites à ce sujet par les Commissaires pour déterminer le vrai zéro des thermomètres métalliques des règles de platine et du pendule ne s'accordent pas entre elles lorsqu'on les compare à deux expériences faites par Borda avec tous les soins qui pouvaient en assurer l'exactitude; et comme les discordances entre les observateurs, d'ailleurs très habiles, jettent nécessairement du doute sur les vraies valeurs des règles qui ont servi soit à la mesure du pendule, soit à la mesure des bases, soit enfin à la confection des étalons métriques, M. Biot propose au Bureau de charger des Commissaires de les répéter de nouveau, de manière à fixer définitivement ces divers résultats. » (Procès-verbaux du Bureau des Longitudes.)

Ce ne fut que le 28 novembre 1827, après la mesure de la base de Gourbera, qu'il put être donné suite à cette demande de M. Biot; le Bureau le chargea de faire la vérification de la dilatation des règles. Mais cette opération fut-elle exécutée? Je n'ai rien trouvé dans les manuscrits de Biot. A la publication de la *Description géométrique de la France*, Puissant ne connaissait pas les résultats des

diverses comparaisons faites par le Bureau des Longitudes. Ils ne sont pas donnés non plus dans les procès-verbaux des séances ([1]).

Il ne reste plus à signaler que deux circonstances où furent employées les règles de Borda.

« Le 9 mars 1853, le Bureau autorise le Directeur du Dépôt de la Guerre à faire comparer à l'Observatoire un appareil Porro avec les règles de Borda n°s 2, 3 et 4. Le 31 août, M. Laugier donne des renseignements sur les comparaisons des règles de Borda qu'il fait avec M. Hossard, chef d'escadron. (Procès-verbaux des séances.) »

En 1856, MM. Ibañez et Saavedra obtinrent du Directeur de l'Observatoire l'autorisation de comparer à la règle n° 1 de Borda la règle espagnole que J. Brünner venait de construire. Cette comparaison eut lieu dans les ateliers de ce constructeur, en présence de M. Laussedat et de M. Yvon Villarceau. Tous les détails en sont rapportés dans l'Ouvrage intitulé : *Expériences faites avec l'appareil à mesurer les bases appartenant à la Commission de la carte d'Espagne,* traduit de l'espagnol par M. Laussedat. Paris, 1860, grand in-8°.

A cette occasion, on fit photographier des images agrandies des bouts de la règle n° 1. Depuis lors, elle n'est plus sortie de l'Observatoire, où elle est conservée dans sa boîte fermée à clef et scellée.

Le procès-verbal du dépôt du 18 brumaire an XII signale, en même temps que les règles, les deux grands niveaux de pente qui servaient à mesurer l'inclinaison des règles, et les trépieds, dix en fer et sept en bois, sur les-

---

([1]) La question de la dilatation des règles de Borda a été reprise et complètement élucidée par M. Laugier et par M. Fizeau dans deux Notes communiquées le 15 février 1870 à la Section française de la Commission internationale du mètre.

quels on les posait pour la mesure des bases. Nous retrouvons les niveaux et les trépieds en fer dans l'inventaire de 1854, sous les n°s 307 et 208. Depuis cette époque et avant 1862, les niveaux ont disparu; il ne reste que les dix trépieds en fer avec leurs vis calantes, renfermées dans une boîte très solide.

Pour la mesure de la règle du pendule, Borda et Cassini employèrent une cinquième règle bimétallique, dont ils donnent la description et le mode d'emploi dans leur Mémoire. [*Expériences pour connaître la longueur du pendule qui bat les secondes à Paris* (*Base du système métrique*, t. III, p. 345 et suiv.).] Cette règle fut déposée avec les autres à l'Observatoire (n° 5 du procès-verbal de dépôt.)

Le 1er août 1806,

« Le Bureau des Longitudes adopte la proposition de couper en deux la règle de platine qui a servi aux expériences du pendule, afin de pouvoir la transporter plus facilement à Ivice pour répéter l'expérience. » (Procès-verbaux des séances.)

Par qui fut faite cette singulière proposition? Fut-elle mise à exécution? Les procès-verbaux restent muets sur ces deux points. On lit seulement, le 22 août 1806 :

« MM. Biot et Arago rendent compte des expériences qu'ils ont faites pour déterminer la longueur de la règle de platine avec laquelle ils se proposent de mesurer la longueur du pendule, et de celles par lesquelles ils ont déterminé le point de départ du thermomètre métallique de cette règle et la valeur de ses divisions. »

Il semble donc prouvé qu'avec les morceaux de la règle de Borda Biot et Arago firent construire une règle de platine moitié moins longue ou d'une toise environ, munie de son thermomètre métallique, et qu'ils l'ont essayée dans leurs premières expériences sur le pendule. Cependant, ni

dans les Mémoires relatifs à ces expériences, ni dans les Manuscrits de Biot, on ne trouve rien qui indique à aucune époque l'emploi d'une règle de platine. Biot expose seulement en quelques lignes les raisons qui l'empêchèrent d'emporter dans ses expéditions la grande règle de Borda, mais sans parler de la destruction décidée de cette règle. Toujours est-il que, depuis cette époque, on ne trouve aucune trace de la règle du pendule de Borda et Cassini, dont les débris même ont disparu.

Nous ne possédons aujourd'hui, des diverses pièces du pendule de Borda, que la boule de platine. Cette boule, qui était restée entre les mains de Méchain, fut apportée par son fils au Bureau des Longitudes, le 16 août 1805. L'appareil de Biot, au contraire, est aujourd'hui presque entièrement restitué, grâce à la libéralité de M. l'inspecteur général Lefort, qui a offert à l'Observatoire, avec les manuscrits de son beau-père, toutes les pièces et appareils qui étaient restés en sa possession. J'ai dit que le comparateur employé par Biot est très probablement adapté aujourd'hui à l'extrémité de la grande règle de cuivre de Lenoir.

CHAPITRE TROISIÈME.

LES ÉTALONS DU MÈTRE.

Le mètre définitif n'a pu être construit qu'après l'achèvement des opérations géodésiques de Delambre et Méchain. Mais, en 1795, « l'Assemblée conventionnelle, voulant dès à présent faire jouir la nation des avantages du nouveau système des Poids et Mesures, a pensé qu'en attendant la fin des opérations il convenait de faire un étalon provisoire qui serait déterminé d'après l'ancienne mesure de la méridienne de France, faite par l'Académie des Sciences, étalon dont la précision sera suffisante pour tous les besoins

fication des mesures que les savants auraient occasion d'employer dans leurs opérations les plus délicates, sans être obligés d'avoir si souvent recours aux Archives de l'Empire. MM. Lenoir et Fortin, qui avaient fabriqué les premiers étalons, avaient conservé toutes les pièces ainsi que tous les instruments dont ils s'étaient servis pour assurer l'exactitude des étalons primitifs. Ils furent chargés de faire, par les mêmes moyens, de nouveaux étalons qui eussent la même authenticité et que l'on pût consulter journellement. »

Les comparaisons eurent lieu pour le kilogramme, le 8 janvier 1805, et pour le mètre, le 26 juin 1806.

Il paraît donc maintenant établi que le mètre en platine de l'Observatoire, aussi bien que le kilogramme, ne datent que de 1805, contrairement à ce qu'affirmait tout à l'heure Delambre et aux inscriptions gravées sur les boîtes des mètres.

Le général Morin, dans la Notice historique sur le Système métrique qu'il a publiée dans les *Annales du Conservatoire des Arts et Métiers,* adopte cette opinion :

« A la demande du Bureau des Longitudes, un troisième mètre et un troisième kilogramme, également en platine, furent faits plus tard par les mêmes artistes, Lenoir et Fortin. Mais ils n'avaient été terminés et ne furent comparés à ceux des Archives que le 18 nivôse an XIII (8 janvier 1805) par une Commission composée de Lefèvre-Gineau, Delambre, Prony et Burckhardt. Ils sont donc postérieurs de sept ans environ aux étalons déposés au Ministère de l'Intérieur et plus tard au Conservatoire, les seuls qui soient réellement contemporains de ceux des Archives. »

Pour le général Morin, le deuxième mètre en platine dont parle Delambre serait donc celui du Conservatoire des Arts et Métiers.

M. Dumas, dans son Rapport à l'Académie des Sciences sur les prototypes du système métrique (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* 1869, t. LXIX, p. 514),

émet une troisième opinion : les étalons de l'Observatoire et ceux du Conservatoire ont été fabriqués postérieurement à ceux des Archives, en vertu de décrets spéciaux :

« La précision des observations et leur caractère international ont été souvent confirmés depuis cette époque : en premier lieu, par des arrêtés du Gouvernement français, qui ordonnent la construction de nouveaux étalons du mètre et du kilogramme, destinés à l'Observatoire et au Conservatoire des Arts et Métiers. »

La Section française de la Commission internationale du mètre, bien qu'elle fût composée des savants les plus compétents en la matière, ne paraît pas avoir été mieux renseignée sur l'histoire véritable de nos étalons de mesure. On lit dans le procès-verbal de sa séance du 23 novembre 1869 : « Le mètre en platine de l'Observatoire est aussi identique à celui des Archives, mais il n'a été fabriqué qu'en l'an XIII, ainsi qu'il résulte du procès-verbal de comparaison consigné dans le grand ouvrage sur les bases du système métrique. » C'est, on le voit, l'opinion du général Morin. Cependant M. Fizeau semble n'accepter cette origine qu'avec doute. A deux reprises, il demande si le mètre de l'Observatoire ne serait pas celui qui est désigné dans divers documents sous le nom de *Mètre de l'Institut* (séances du 23 novembre et du 28 décembre 1869). Le 11 avril 1870, on revient encore sur la question de l'origine des mètres : « Il faudrait avant tout savoir avec certitude quel est le mètre en platine qui est le plus contemporain de celui des Archives, et, pour cela, revoir avec la plus grande attention les textes originaux des pièces officielles. Une Sous-Commission, composée de MM. Laugier, Fizeau et Tresca, est chargée de cet examen. » Dans la séance suivante, M. Laugier fait connaître que, « sans se prononcer encore sur la question, il a trouvé la preuve que Zannetti a été chargé de faire les différents mètres et les différents kilogrammes mentionnés dans les travaux de

	marcs.	onces.	gros.
1° Un mètre et un kilogramme pesant ensemble.	17	3	0
2° Un mètre de...........................	11	3	4
3° Recharge du premier mètre..............	1	1	»
4° Un kilogramme..........................	4	5	4
5° Un autre kilogramme....................	4	6	4
6° Un mètre...............................	10	6	6
7° Un kilogramme pesant avec la recharge ...	5	5	»
8° Un mètre...............................	10	2	1
Total..............	66	1	3

Dont il lui a été rendu par le citoyen Fortin un kilogramme qui a été gâté du poids de 5 marcs 2 onces; mais, comme il est actuellement en fabrication, il n'y a pas lieu d'en faire la déduction.

Voici maintenant l'état des valeurs reçues en payement par Jannetti :

En promesses de mandats....... 47000fr
En numéraire.................. 10500fr

Les Commissaires estiment que la valeur réelle des promesses de mandats ne s'élèvent pas à plus de 2422fr,10.

Le citoyen Jannetti pose en fait qu'il a fabriqué trente kilogrammes pour obtenir les quatre qu'il a livrés, dont un lui a été rendu pour le retravailler.

Pour fin de payement des quatre mètres et des quatre kilogrammes étalons de platine, il fut alloué à Jannetti la somme de 3880fr, savoir immédiatement celle de 2620fr, et les 1260fr restants après la remise qu'il aurait faite du quatrième kilogramme. »

Jannetti avait donc forgé quatre mètres et quatre kilogrammes. De ces derniers, trois étaient finis au commencement de l'an X (1801); le quatrième, manqué par Fortin, avait été retourné à Jannetti et se trouvait encore dans ses ateliers; c'est là un fait important qui éclaircira singulièrement l'histoire de nos étalons. Mais je laisse de côté en ce moment les kilogrammes pour ne m'occuper que des mètres.

Pourquoi avait-on fait forger quatre barres de platine? A quelle époque furent-elles étalonnées? Que sont-elles devenues? Voilà les questions dont nous avons maintenant à chercher la solution.

Pour se rendre compte de la nécessité de quatre barres de platine, il suffit de se rappeler que la commande en avait été faite du vivant de Borda, sans doute par Borda lui-même, et qu'*il se proposait de déterminer le mètre définitif par les moyens qui lui avaient si bien réussi pour le mètre provisoire :* c'est Delambre qui nous le dit à la première ligne de son article intitulé *Mètre définitif* (*Base du système métrique,* t. III, p. 291). De même qu'il avait, en 1795, comparé quatre mètres en cuivre à la somme de deux toises, de même Borda voulait comparer plus tard quatre mètres en platine à sa règle n° 1 ou module en platine, à la longueur de laquelle devait être rapporté le mètre : le plus exact de ces quatre mètres fût devenu le prototype. Très malheureusement, après la mort de Borda, les Commissaires de l'an VII crurent trop souvent devoir s'écarter de la méthode si logique créée par leur illustre prédécesseur; et, si l'on en croit le récit de Delambre, ce fut par l'intermédiaire des douze mètres en fer et des deux toises qu'ils étalonnèrent le prototype en platine, courant ainsi le risque d'introduire dans sa détermination les erreurs provenant d'une connaissance imparfaite des dilatations des deux métaux et du rapport de la toise au module. Dès lors il n'y eut plus nécessité pour eux d'étalonner à la fois quatre barres de platine; nous allons voir néanmoins que trois au moins d'entre elles furent ajustées en l'an VII.

L'une de ces barres devint le mètre des Archives. Une autre est aujourd'hui le mètre du Conservatoire des Arts et Métiers : sa filiation est nettement établie, comme l'a reconnu la Commission internationale du mètre. Je vais démontrer que le mètre de l'Observatoire est la troisième

des barres de Jannetti. Quant à la quatrième, elle paraissait perdue : le jour où j'eus l'honneur de communiquer à l'Académie le résultat de mes recherches, M. Tresca fit connaître qu'il venait de retrouver, dans les collections de l'École des Ponts et Chaussées, un mètre en platine à bouts, venant de Prony, qui semble, d'après tous ses caractères, être un de ceux de la Commission de l'an VII.

L'histoire authentique de notre mètre de l'Observatoire ne date aujourd'hui que du 26 juin 1806, époque de sa comparaison officielle avec le mètre des Archives. Nous avons à rechercher s'il existait avant cette date et sous quel nom.

J'ai fait connaître, dans la première Partie de ce travail, le procès-verbal du dépôt à l'Observatoire, le 26 brumaire an XII, par Delambre et de Prony, des appareils et étalons qui étaient attribués à cet établissement par l'arrêté consulaire du 1er vendémiaire. Or, ce procès-verbal mentionne, aux articles 10 et 11, nos deux mètres, l'un en platine, l'autre en fer. Ces deux mètres existaient donc à la date du 26 brumaire an XII (16 novembre 1803) : il n'est donc pas exact que notre mètre en platine n'ait été terminé qu'en 1805.

Nous pouvons retrouver nos deux mètres à une époque antérieure. Le 28 vendémiaire an X (12 octobre 1801), le citoyen Pictet, professeur de Physique à Genève, mit sous les yeux de la Classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut, avec un grand nombre d'autres appareils, un étalon de mesure anglaise, divisé en pouces et dixièmes de pouce, tracé sur une règle de laiton de 49 pouces. Cet étalon avait été construit par Troughton, et comparé à celui de sir Georges Shuckburgh. Il était accompagné d'un comparateur à microscopes micrométriques construit par le même artiste. Sur la demande de Pictet, Legendre, Méchain et de Prony furent chargés de

comparer l'étalon anglais, dont 36 pouces font un yard, avec l'étalon du mètre en platine.

On a comparé au pied anglais, dit de Prony, *le mètre étalon en platine de l'Institut et un autre mètre en fer appartenant aussi à l'Institut*. Les opérations furent faites le 28 vendémiaire chez Lenoir, et le 4 brumaire chez de Prony, avec le comparateur anglais ([1]).

Il y avait donc, à l'Institut, dès le commencement de l'an X, c'est-à-dire en 1801, un mètre en platine et un mètre en fer, qui faisaient partie des collections de cet établissement.

Les expériences de comparaison furent continuées par de Prony au moyen du comparateur de Lenoir, et étendues à tous les étalons *appartenant alors à l'Institut*, dont de Prony fait ainsi le dénombrement : « Ces étalons sont : la toise du Nord, qui a servi à la mesure des degrés terrestres sous le cercle polaire; celle de Bouguer, employée par ce savant aux mesures des degrés qu'il a faites sous l'Équateur et qui est devenue l'étalon authentique auquel on a rapporté toutes les mesures linéaires de l'ancien système métrique; les règles de platine et de cuivre qui ont servi à la dernière détermination de la longueur du pendule et à la mesure des bases de Melun et de Perpignan, toutes rapportées à celle de ces règles qui porte le numéro 1; enfin, un mètre en platine, un mètre et un double mètre en fer : ces dernières mesures donnent la dix-millionième partie du quart du méridien lorsqu'elles sont à la température de la glace fondante. » (*Base du système métrique*, t. III, p. 478.) Or, cette liste des étalons de l'Institut est précisément celle des étalons qui furent plus tard déposés à l'Observatoire et confiés à la garde du Bureau des Longitudes.

([1]) Les débris de ce comparateur existent à l'Observatoire de Paris. Je l'ai vu entier avant 1870. Les comparaisons ont donné entre les deux mètres à 0° une différence de $\frac{1}{250}$ de millimètre, dont le mètre en platine serait plus long que le mètre en fer.

Dans cette même collection de l'Observatoire, nous trouvons également aujourd'hui les étalons du pied Luitprand, de la livre et de l'once du Piémont, qui avaient été offerts à la première Classe de l'Institut, dans la séance du 6 thermidor an VII, par Lefèvre-Gineau, au nom du Commissaire du Piémont, Vassali (Procès-verbaux de la Classe des Sciences physiques et mathématiques de l'Institut).

C'est donc l'ensemble des étalons de mesure qui appartenaient à l'Institut, y compris la grande règle de cuivre de Lenoir, qu'on appelait le *comparateur de l'Institut,* qui devint, en 1803, la collection de l'Observatoire.

Les deux mètres de l'Observatoire, l'un en platine, l'autre en fer, existaient donc avant 1803, et dès 1801, sous le nom de *mètres de l'Institut.*

Ainsi se trouvent justifiés les soupçons émis en 1869 par M. Fizeau; et nous pouvons maintenant obtenir la réponse à la question posée par la Commission du mètre en 1870 : Quel est le mètre en platine le plus contemporain de celui des Archives? En effet, l'origine du mètre de l'Institut est clairement établie, en même temps que celle du mètre et du kilogramme de l'agence des Poids et Mesures près le Ministère de l'Intérieur, par les procès-verbaux de la classe des Sciences physiques et mathématiques de l'Institut.

Le 16 nivôse an VIII, sur la demande du Ministre de l'Intérieur, Lucien Bonaparte, la Classe charge une Commission, composée de Lefèvre-Gineau, Coulomb, Delambre et Méchain, de vérifier les copies en platine du mètre et du kilogramme qui doivent être remises au Gouvernement d'après la loi du 19 frimaire an VII.

Le 16 ventôse an VIII, Lefèvre-Gineau lit le Rapport, que je transcris en entier :

» Le Ministre de l'Intérieur ayant invité la Classe à nommer des Commissaires pour vérifier, d'une manière exacte et authen-

tique, les copies en platine du mètre et du kilogramme prototypes qui doivent être remises au Gouvernement, vous avez chargé de ce travail les citoyens Delambre, Coulomb, Méchain et moi.

Pour la vérification du mètre, nous avions plusieurs mètres en fer déterminés, l'été dernier, par la Commission générale des Poids et Mesures, et marqués du timbre qu'elle y a apposé; aucun de ces mètres ne différait du mètre vrai de plus d'un demi-millionième de sa longueur. Celui que nous avons choisi pour terme de comparaison était plus petit que le mètre vrai exactement de cette petite quantité, $\frac{1}{2}$ millionième.

Pour déterminer la différence entre le mètre qu'il fallait vérifier et le mètre en fer, nous avions un instrument qui donne les millionièmes de toise et permet encore d'estimer les dix millionièmes [1].

Par des expériences faites à la température de 8°, nous avons reconnu que le mètre de platine excédait le mètre en fer de 3 millionièmes de toise, tous les deux étant ramenés à la glace fondante.

D'autres expériences, à la température de 24° et 26°, nous ont donné le même résultat.

Enfin des expériences faites à 3° au-dessus de la glace, à la glace fondante, et même à 3° au-dessous, nous ont toujours donné 3 millionièmes de toise pour l'excès du mètre en platine sur le mètre en fer, tous deux à la glace fondante.

Assurés par un grand nombre d'expériences, ainsi répétées à diverses températures, que le mètre en platine à la glace fondante excédait réellement le mètre en fer, à la même température, de 3 millionièmes de toise, *nous en avons fait user deux*, et des expériences ultérieures et nombreuses nous ont rendus certains que la copie du mètre en platine que nous vous présentons ne diffère pas du mètre vrai, à la glace fondante, d'un demi-millionième de sa longueur.

Ce mètre a été dressé par le citoyen Lenoir.

Quant au kilogramme, qui est aussi en platine et qui a été dressé par le citoyen Fortin, nous avons eu pour le vérifier :

---

[1] C'était le comparateur de Lenoir, exécuté pour la Commission générale de l'an VII et fixé sur la grande règle de Borda.

1° Une balance sensible au delà du millionième du poids dont elle est chargée, ce poids étant 1^{kg}.

2° Les poids dont nous nous sommes servis sont l'unité en cuivre et ses subdivisions, qui ont été précédemment employés pour déterminer le kilogramme vrai et pour établir ensuite l'étalon en platine qui est déposé aux Archives nationales et les étalons en cuivre qui ont été remis aux savants Commissaires étrangers. Le kilogramme vrai pèse 0,992072 de cette unité.

Nous avons donc pesé le platine avec du cuivre; mais nous avons tenu compte de la différence qui a lieu entre le poids de ces deux substances pesées dans l'air, lorsque ces poids sont égaux dans le vide.

Enfin, par un fort grand nombre d'expériences qui toutes ont donné des résultats qui ne différaient pas entre eux de 1 millionième, nous sommes parvenus à la certitude que le poids du cylindre de platine que nous remettons à la Classe ne diffère pas de 1 millionième de celui du kilogramme vrai.

Signé à la minute : Delambre, Lefèvre-Gineau, Coulomb, Méchain.

Le Rapport est adopté et la Classe arrête :

1° Que les copies en platine seront envoyées au Ministre de l'Intérieur.

2° Que *le mètre en platine, vérifié avec le précédent par les Commissaires, sera déposé à l'Institut avec un des mètres en fer,* et un des kilogrammes en cuivre, vérifiés l'été dernier par la Commission des Poids et Mesures. »

Le 6 germinal an VIII, le citoyen Lefèvre Gineau annonce qu'il a porté au Ministre de l'Intérieur, au nom de la Classe, les copies du mètre et du kilogramme, sur lesquels la Classe a entendu un Rapport dans une de ces dernières séances; il a remis aussi au Ministre une copie de ce Rapport [1] et il présente le reçu signé *Lucien Bonaparte*.

---

[1] Cette copie du Rapport de M. Lefèvre-Gineau a été lue à la Section française de la Commission internationale du mètre, dans la séance du 23 décembre 1869. Les Commissaires n'ignoraient donc pas l'origine

Le Rapport de Lefèvre-Gineau nous apprend d'abord qu'il existait à l'Institut, en l'an VIII, plusieurs mètres en platine qui avaient déjà été ajustés presque exactement, puisqu'ils ne différaient du mètre vrai que de 2 $\frac{1}{2}$ millionièmes de toise ou 5 millièmes de millimètre.

Il me paraît d'après cela très probable que les quatre mètres de Jannetti avaient été ajustés par la Commission de l'an VII, qui aura choisi parmi eux le plus exact pour former le prototype des Archives : c'est la marche qu'avaient suivie Borda et Brisson pour le mètre provisoire. Les trois autres mètres, marqués du poinçon de la Commission (celui des Archives ne porte aucune marque) avaient sans doute été présentés au Corps législatif en même temps que le prototype, puisque leurs boîtes portent la même inscription que la sienne : « Mètre conforme à la loi du 18 germinal an III, présenté le 4 messidor an VII. »

De ces trois mètres restants, la Commission de l'an VIII en fit user deux pour les ajuster plus exactement. L'un est devenu le mètre du Ministère de l'Intérieur ; il est passé de là au Ministère de l'Agriculture et du Commerce, et enfin au Conservatoire des Arts et Métiers. L'autre fut d'abord le mètre de l'Institut, avec un des mètres en fer, probablement celui qui avait servi aux comparaisons de l'an VIII, et, en 1803, il devint le mètre de l'Observatoire.

Il est essentiel de remarquer que ces deux mètres en platine n'avaient pas été comparés, en l'an VIII, au mètre prototype en platine, mais seulement à un des mètres en fer ; et, pour le nôtre, la Commission ne donne même pas son équation par rapport à ce mètre. Je vois dans ce fait la raison pour laquelle le Bureau des Longitudes, dès qu'il

---

du mètre de l'Institut, mais, ne connaissant ni le nombre des mètres fabriqués par Jannetti, ni le procès-verbal du dépôt des instruments à l'Observatoire, ils ne purent établir l'identité de notre mètre avec celui de l'Institut. C'est la démonstration de cette identité qui me paraît être le résultat entièrement nouveau de mes recherches.

fut en possession de ce mètre en platine, voulut le comparer à celui des Archives; et c'est aussi pourquoi l'existence officielle du mètre de l'Observatoire a pu n'être datée que du 26 juin 1806, jour de cette comparaison.

Le mètre du Conservatoire ne paraît pas avoir été comparé directement et officiellement à celui des Archives avant 1863.

Quant au kilogramme, Lefèvre-Gineau nous apprend qu'il n'en a été vérifié qu'un seul en l'an VIII; nous en savons la raison. L'Institut n'a donc pas possédé de kilogramme en platine.

Il est maintenant à peine nécessaire d'expliquer le sens que l'on doit attacher au préambule inséré dans la *Connaissance des temps* de 1808 en tête des procès-verbaux de comparaison du kilogramme et du mètre. Ces procès-verbaux eux-mêmes me paraissent d'ailleurs fournir cette explication. Il est dit dans le premier :

Nous avons procédé à la comparaison d'un kilogramme étalon en platine dont le Bureau des Longitudes est dépositaire, *nouvellement terminé par M. Fortin,* avec le premier kilogramme étalon en platine déposé aux Archives nationales en messidor an VII.

Pour le mètre, rien de semblable :

Nous nous sommes réunis.... pour faire la comparaison de deux mètres étalons en platine, l'un déposé auxdites Archives, et l'autre à l'Observatoire impérial.

Des deux étalons, le kilogramme et le mètre, il y en a donc un de fabrication récente, c'est le kilogramme, que Fortin avait gâté une première fois et qui avait été retourné à Jannetti; le mètre existait depuis plusieurs années. Et c'est au kilogramme seulement que s'appliquent les phrases ambiguës du préambule. Nous reviendrons

plus tard sur l'histoire particulière de notre kilogramme.

L'origine et l'histoire de nos mètres étalons me semblent clairement établies par les documents que j'ai rapportés, et pouvoir être résumées comme il suit :

1° Il fut fabriqué par Jannetti quatre barres de platine, dont trois au moins furent ajustées par Fortin et la Commission de l'an VII. L'une de ces barres est le mètre des Archives.

2° Des autres barres, deux furent étalonnées à nouveau par une Commission de l'Institut en ventôse de l'an VIII, et comparées à un des mètres en fer de la Commission de l'an VII. L'un de ces mètres est actuellement au Conservatoire des Arts et Métiers ; l'autre devint le mètre de l'Institut.

3° En 1803, le mètre en platine et le mètre en fer de l'Institut, avec les autres étalons et comparateurs appartenant à cette Compagnie, furent transportés à l'Observatoire et confiés à la garde du Bureau des Longitudes.

4° La première comparaison du mètre en platine de l'Observatoire avec celui des Archives eut lieu le 26 janvier 1806.

5° Le quatrième mètre en platine, retrouvé par M. Tresca, s'il a été étalonné par la Commission de l'an VII comme le prouve le poinçon dont il est marqué, doit être dans l'état où l'a laissé cette Commission.

Le mètre à bouts en platine de l'Observatoire est une barre rectangulaire de $23^{mm},5$ de largeur et $3^{mm},75$ d'épaisseur. Il ne porte aucune inscription. Sur une même face, vers chacune des extrémités, est frappé un poinçon qui représente une ellipse ou cercle aplati, divisé en quatre secteurs par ses deux axes. Trois de ces secteurs sont remplis par des hachures; le quatrième porte en exergue : 10000000. Ce symbole signifie évidemment que le mètre est la dix-millionième partie du quart du méridien ter-

restre. C'est le poinçon de la Commission des poids et mesures.

Le mètre à bouts en fer est aussi une barre rectangulaire, de 29^{mm} de largeur sur $8^{mm},7$ d'épaisseur. Il porte à l'un des bouts seulement et sur une face le même poinçon qui est répété aux deux extrémités du mètre en platine.

Il est dit, dans le Rapport fait à l'Institut sur les bases du nouveau système métrique par Van Swinden, que les mètres en fer portaient aux deux extrémités des saillies en laiton pour les préserver de toute usure (*Base du système métrique*, t. III, p. 643). Le mètre en fer de l'Observatoire offre à ses extrémités, sur la tranche, deux trous taraudés qui ont dû servir à fixer ces pièces. De plus je trouve dans le Catalogue de la Commission d'inventaire de 1854 : « N° 421. Deux petites boîtes ou garnitures probablement en argent, destinées probablement à garantir les bouts des règles métriques. » Ces garnitures ne se retrouvent plus dans les Catalogues ultérieurs et ont disparu. Il est très probable que c'étaient les pièces de notre mètre en fer dont parle Van Swinden.

Le premier usage qui fut fait de notre mètre en platine, alors mètre de l'Institut, fut de le comparer au yard anglais, dont Pictet, de Genève, avait apporté à Paris un étalon authentique, avec un comparateur de Troughton. J'ai déjà cité cette comparaison.

J'ai dit également que ces comparaisons furent continuées par de Prony entre les divers étalons de longueur de l'Institut, à l'aide d'un nouveau comparateur que Lenoir avait construit pour un savant étranger (*Base du système métrique*, t. III, p. 476). Plus tard, et probablement pour remplacer cet instrument, de Prony en fit adapter un semblable sur la grande règle de Lenoir, comme on l'a vu dans l'histoire de cette règle. Il semble que le Bureau des Longitudes s'en soit servi dès lors pour les comparaisons

des étalons de longueur; c'est du moins ce que font supposer certaines phrases, trop peu explicites, des procès-verbaux. « M. de Prony annonce que le comparateur construit par Lenoir est fini et que l'on peut faire la vérification des mesures » (16 novembre 1804). « On continuera les expériences au comparateur interrompues par le voyage de Prony en Italie » (21 février 1806). « On propose d'achever la comparaison des mètres et kilogrammes qui avait été interrompue par le voyage de Prony à Venise. On prendra jour avec Lenoir » (30 mai 1806).

C'est le 27 juin de cette année que la Commission rend compte de la comparaison qui a été faite du mètre de l'Observatoire à celui des Archives.

Le 4 juillet, « on s'assemblera vendredi prochain à dix heures du matin pour vérifier les règles qui ont servi aux bases de Melun et de Perpignan, établir leur rapport entre elles, le mètre et les différentes toises ».

Ces citations nous montrent le Bureau, et surtout de Prony, occupé d'un travail d'ensemble, d'une série de comparaisons, au milieu desquelles est venue se placer, à son rang, celle du mètre de l'Observatoire avec le mètre des Archives. Cette dernière opération n'apparaît donc plus comme une œuvre isolée, pouvant servir, ainsi qu'on l'a prétendu, à fixer la date de la construction de notre mètre; c'est une partie, la plus importante sans doute, d'un ensemble complet destiné à fixer les rapports de longueur de toutes les règles et étalons dont le Bureau venait d'être mis en possession. De Prony nous a conservé, dans son Mémoire déjà cité, les résultats de quelques-unes de ces comparaisons. Malheureusement un plus grand nombre ne nous sont pas connues, et particulièrement celles qui ont pu fixer le rapport du mètre aux règles de Borda.

A côté du mètre en platine et du mètre en fer, il existait à l'Observatoire un double mètre en fer. Le Bureau des Longitudes l'avait commandé à Lenoir dès le 14 messidor

an VII (*procès-verbaux des séances*). J'ai retrouvé ce double mètre, dont la mémoire s'était complètement perdue, en parfait état de conservation.

En l'an X, l'Institut avait fait construire un autre double mètre qui fut envoyé, avec une copie de la toise, à J. Melanderhjelm et servit aux astronomes suédois dans la mesure de l'arc de Laponie. (*Procès-verbaux des séances de l'Institut*, 26 nivôse an X.) (¹).

En 1817, la Société royale de Londres fit au Bureau des Longitudes la demande d'un étalon du mètre destiné à être comparé de nouveau aux mesures anglaises. Fortin construisit deux mètres, l'un à bouts, l'autre à traits, qui furent comparés par Arago au mètre de l'Observatoire, et par Kater, à Londres, avec l'étalon du chevalier Shuckburg [KATER, *On the length of the french Mètre estimated in parts of the english Standard* (*Philosophical transactions*, 1818.)]

L'Observatoire ne possédait pas encore de mètre à traits. Le 8 août 1821, le Bureau des Longitudes en commanda un à Fortin; le 6 mars 1822, le mètre à traits est achevé; MM. Burckhardt, Biot, Arago, Mathieu et de Prony sont nommés Commissaires pour faire un Rapport. Je n'ai point trouvé ce Rapport, et il n'en est pas question dans les procès-verbaux des séances, bien que les Commissaires aient dû se réunir le mercredi après la séance du 13 mars.

A son retour de l'expédition qu'il avait entreprise avec son fils pour la mesure du pendule à Turin, Milan, Fiume, aux îles Lipari et à Formentera, Biot compara ses règles, non seulement au mètre à bouts de l'Observatoire, comme il l'avait fait jusque-là dans ses expéditions précédentes, mais aussi au mètre des Archives. Les compa-

(¹) *Voir* aussi Svanberg, *Exposition des opérations faites en Laponie*, etc. Stockholm, 1805. L'erreur de ce double mètre, vérifié par Delambre et Méchain, était inférieure à un millionième.

raisons des deux étalons, faites les 13, 15, 16 et 18 octobre, lui donnèrent la différence [1] :

Mètre de l'Observatoire = mètre des Archives	+ $0^{mm},00450$
	+ 0,00479
	+ 0,00467
	+ 0,00395

beaucoup plus grande que celle qui ressortait des comparaisons de 1806 : les Commissaires du Bureau avaient trouvé alors une différence moindre que $\frac{1}{600}$ de millimètre ou $0^{mm},00167$.

Biot entretint le Bureau des Longitudes de cette anomalie dans sa séance du 19 octobre; et le 10 janvier 1826, une Commission composée de Prony, Biot et Mathieu, fut chargée de procéder à une comparaison officielle des deux mètres prototypes. Le résultat de ces opérations est consigné dans une Note lue au Bureau par Biot le 10 mai, et dont voici les principaux passages:

COMPARAISONS FAITES AUX ARCHIVES ROYALES ENTRE LE MÈTRE ÉTALON DE PLATINE ET LE MÈTRE DE PLATINE DE L'OBSERVATOIRE.

Le comparateur dont on a fait usage est celui qui a servi aux expériences du pendule en Angleterre, en Écosse et en Italie. C'est aussi le même qui a été employé pour constater la longueur du mètre de platine que le Bureau des Longitudes a fait faire pour la Société royale de Londres. Chacune de ses parties vaut $\frac{2}{1000}$ de millimètre.

..... Nous avons quelquefois employé des pièces mobiles de contact différentes entre elles, dont l'une a été faite par Gambey, l'autre par Fortin. Mais nous avons constaté que l'une et l'autre donnent toujours les mêmes différences entre les mêmes longueurs, lorsque les extrémités des règles comparées sont bien planes.

---

[1] Manuscrit de Biot, Cahier n° 41 (*Archives de l'Observatoire*).

Tableau des comparaisons.

Dates.	Nombre des observations alternativ.	Pièces de contact.	Température.	O-A.
			°	mm
1825, 13 octobre ..	6	Fortin	+ 19,045	+ 0,0045255 (1)
15	10	id.	+ 19,441	+ 0,0048524
16	6	id.	+ 17,480	+ 0,0045900
18	6	id.	+ 16,700	+ 0,0039500
1826, 21 janvier...	8	Gambey	+ 1,315	+ 0,0026620
25	4	Fortin	+ 0,987	+ 0,0030376
	40			

La série du 21 janvier est la seule à laquelle MM. de Prony et Mathieu aient pris part.

De là nous concluons que le mètre de platine du Bureau des Longitudes excède le mètre étalon des Archives d'une quantité, très petite à la vérité, mais cependant susceptible d'être rendue constamment sensible au comparateur... La valeur moyenne de l'excès dont il s'agit serait $0^{mm},0039364$ ou un peu moins de $\frac{4}{1000}$ de millimètre.

Mais la marche des résultats partiels semble indiquer qu'il existe entre les métaux dont sont formés les deux mètres une très petite différence qui rend celui du Bureau un peu plus dilatable que celui des Archives, ce qui augmente aussi son excès sur ce dernier à mesure que la température s'élève de $0°$ à $19°$ (2).

Paris, le 7 mai 1826.

Signé : J.-B. Biot.

---

(1) Ces nombres diffèrent de ceux que j'ai relevés dans le manuscrit de Biot; j'ignore la raison de cette différence.

(2) La dernière remarque de Biot n'implique pas pour notre mètre une origine différente de celle du mètre des Archives : il suffit de se reporter à ce que disent Brisson, Legendre et Guyton de Morveau de la fabrication des mètres et des kilogrammes, pour comprendre que Jannetti n'a pas pu préparer en une seule fois la masse de platine nécessaire à la fabrication des quatre règles et des quatre cylindres. Il y est parlé de recharge des mètres; on voit une même masse de métal retravaillée à plusieurs re-

C'est à la fin de cette même année 1826 que le Bureau des Longitudes fit construire par Gambey le comparateur qui a servi depuis lors à toutes les comparaisons de notre mètre. (Procès-verbal du 13 décembre 1826.) Il permet la comparaison de deux règles à bouts, de deux à traits, et d'une règle à bouts avec une règle à traits.

Le 10 mai 1837,

A l'occasion des comparaisons que M. Steinheil fait aux Archives avec l'étalon du mètre, M. Arago propose que l'on compare de nouveau avec cet étalon légal celui qui est déposé à l'Observatoire. Une Commission, composée de MM. Arago, Mathieu, Gambey et Savary, s'occupera de cette comparaison, ainsi que de celle du kilogramme.

Le 31 mai,

M. Arago rend compte de cette comparaison. Le mètre de l'Observatoire diffère extrêmement peu du mètre étalon. (Procès-verbaux du Bureau des Longitudes.)

La différence n'est pas donnée, et M. Laugier ne la connaissait pas.

En 1839, nous voyons apparaître un nouveau mètre à traits.

M. Gambey ayant tracé deux traits sur une règle de platine ([1]) appartenant au Bureau des Longitudes, j'ai comparé, dit Arago, l'intervalle qui les sépare à l'étalon des Archives, en prenant le centre de chaque trait pour repère. Cet intervalle m'a paru plus long en réalité (le microscope renverse) que le mètre en platine des Archives d'un quart de l'épaisseur du trait qui était

---

prises. Il est impossible que du platine, contenant nécessairement du fer et fondu par l'arsenic, reste identique à lui-même dans la série des chauffes qu'on lui fait subir pour le forger.

([1]) Cette règle de platine est-elle autre que celle sur laquelle Fortin avait déjà tracé la longueur du mètre en 1822? Rien ne l'indique; en tous cas, l'Observatoire ne possède qu'un seul mètre à traits. Les surfaces sont d'un travail beaucoup plus beau que celles du mètre à bouts.

alors sous le microscope. D'après des mesures directes, les $\frac{3}{4}$ de l'épaisseur du trait en question valent $\frac{1}{100}$ de millimètre; $\frac{1}{4}$ de cette même épaisseur égale $\frac{1}{300}$ de millimètre... Les comparaisons ont été faites à la température de + 22°C. (Procès-verbaux du Bureau des Longitudes.)

Le 3 janvier 1844, « M. Arago rend compte d'un accident qui est arrivé, non au mètre à bouts, mais au mètre à traits, en faisant la comparaison du mètre à bouts de l'Observatoire avec un étalon en platine commandé à M. Gambey par le gouvernement hongrois. — Le mètre à traits sera refait. On profitera de l'occasion pour subdiviser cet étalon en millimètres ».

Ce mètre figure à l'inventaire de 1854 sous le n° 408; c'est une barre de platine de $1^{m},045$ de long sur 23^{mm} de large et 5^{mm} d'épaisseur. L'un des traits est à 25^{mm}, l'autre à 20^{mm} du bout. La subdivision n'a pas été exécutée.

Le nouveau tracé de ce mètre fut fait aux Archives le 14 septembre 1844 par Gambey, en présence de MM. Arago, Laugier et Mauvais, et l'intervalle des traits immédiatement comparé au mètre légal. (Procès-verbal de la séance du 18 septembre 1844.) On ne trouva entre eux aucune différence sensible, à la température de 20°,9. Le 17, on procède à une comparaison plus sérieuse. La moyenne de deux opérations donne une différence de $0^{mm},0045$, dont le mètre à traits est plus court que celui des Archives; la température n'est pas donnée, mais elle doit différer peu de 20°,8, qui est celle d'une comparaison faite immédiatement avant entre les mètres à bouts de l'Observatoire et des Archives.

Cette dernière a donné :

Mètre de l'Observatoire = mètre des Archives + $0^{mm},003$.

Le 13 novembre 1861, M. Laugier a fait connaître au Bureau des Longitudes les résultats de comparaisons qu'il avait faites, avec le comparateur de Gambey de l'Observa-

toire, pendant les années 1859 et 1851, entre le mètre en platine à traits, le mètre en laiton à traits, le mètre en fer et le mètre en platine à bouts de l'Observatoire. « Ce mètre en platine à bouts est plus long que le mètre prototype des Archives; la différence, qui est de $0^{mm},0037$, résulte de plusieurs comparaisons faites par une Commission du Bureau des Longitudes. »

« Voici les équations des trois mètres mentionnés plus haut, comparées au mètre prototype des Archives :

1° Mètre en platine à traits = mètre prototype — $0^{mm},0041$
2° Mètre en laiton à traits = mètre prototype — $0^{mm},0011$ à 0°.
Dilatation pour un degré centigrade = $0^{mm},01843$ absolue.
» = $0^{mm},00958$ relative.
3° Mètre en fer doux = mètre prototype — $0^{mm},0069$ à 0°.
Dilatation pour un degré centigrade = $0^{mm},01156$ absolue.
» = $0^{mm},00271$ relative.

» Les coefficients de dilatation ont été déduits des observations mêmes. Les observations ont été faites à des températures comprises entre — 0°,8 et + 23°,5. »

Ces équations de nos différents mètres ont été déduites des comparaisons directes avec le mètre à bouts de l'Observatoire et de la différence $0^{mm},0037$ admise entre les deux mètres à 0°. Les coefficients absolus de dilatation du laiton et du fer sont ceux de Lavoisier et de Borda; les coefficients de dilatation relative se rapportent au mètre de l'Observatoire, qui, d'après Biot, n'a pas la même dilatation que celui des Archives. Les nombres de Laugier donnent 0, 0885 pour cette dilatation de notre mètre en platine. Le nombre de Borda est 0, 0856.

Le 24 mars 1855, M. Yvon Villarceau, ayant à comparer au mètre à bouts de l'Observatoire un mètre à traits en cuivre construit par Lerebours et Secretan pour le duché

de Saxe-Weimar, fit une comparaison de nos deux mètres prototypes, l'un en fer, l'autre en platine. Il trouva :

A $7^{\circ},72$, mètre en fer = mètre en platine + $0^{mm},0076$.

D'où

A 0°, mètre en fer = mètre en platine — $0^{mm},0096$ [1].

De Prony, Legendre et Méchain avaient trouvé, en 1801 :

A 0°, mètre en fer = mètre en platine — $0^{mm},003$.

Laugier, en 1850, trouvait pour la même différence — $0^{mm},0106$.

C'est à l'occasion de ces comparaisons que M. Yvon Villarceau écrivit l'instruction très détaillée sur l'usage du comparateur, qui se trouve en tête du *Nouveau Registre des comparaisons* (*Archives de l'Observatoire*), et introduisit dans l'emploi de l'appareil des perfectionnements importants. Je citerai seulement celui qui est relatif à l'emploi de la vis butante, qui remplace le butoir fixe des anciens comparateurs. A l'aide de cette vis, on pousse le mètre placé sur le banc de fonte jusqu'à ce que le butoir à levier, appuyé contre l'autre extrémité, soit ramené dans une position fixe sous le fil d'un microscope. Or, dans cette manœuvre, le bout arrondi de la vis frotte contre le talon terminal du mètre, et comme le contact s'établit toujours au même point, il est clair qu'après un certain nombre de comparaisons la longueur apparente

---

(1) M. Y. Villarceau a employé pour ce calcul les coefficients suivants : platine, 0,008365 (Borda); acier non trempé, 0,010791 (Lavoisier). Notre mètre est en fer et non en acier. Si on lui applique le coefficient 0,01156 de Borda, le nombre de M. Y. Villarceau devient à 0°,

— $0^{mm},0155$;

avec le coefficient relatif de Laugier,

— $0^{mm},0133$.

quelles il a servi. Mais, je le répète, la divergence des nombres ne paraît pas excéder celle qui peut résulter de la différence des modes de contact employés.

TROISIÈME PARTIE.

LES ÉTALONS DE POIDS.

L'arrêté consulaire de 1805 ordonnait le dépôt à l'Observatoire des étalons de poids et des appareils qui avaient servi à les construire, aussi bien que des instruments relatifs au mètre. Pour ces derniers, l'exécution de l'arrêté eut lieu immédiatement et avec régularité, comme nous l'avons constaté. Il n'en fut pas de même pour l'étalon de poids, à l'égard duquel on rencontra les difficultés déjà signalées par Delambre relativement au dépôt des manuscrits :

Nous comptions placer à la suite, dit Delambre, les opérations exécutées par M. Lefèvre-Gineau, pour la détermination de l'unité fondamentale des poids ou du kilogramme; mais les occupations multipliées de ce savant, soit comme professeur au Collège de France, soit comme inspecteur général des Études, ou enfin comme député au Corps législatif, ne lui ayant pas encore permis de mettre la dernière main à la rédaction, quoique les planches qui doivent accompagner son Mémoire soient gravées depuis plusieurs mois [1]..... (*Base du système métrique*, t. III, p. 557.)

Les procès-verbaux du Bureau des Longitudes nous révèlent des retards tout semblables et dus aux mêmes causes.

Le 23 brumaire an XII :

Le Bureau décide qu'on écrira au Ministre pour faire une copie exacte du kilogramme déposé à l'Agence près le Ministère, afin de déposer cette copie à l'Observatoire, le tout en platine.

---

[1] Que sont devenues ces planches? Elles ne sont pas à l'Observatoire.

Dans la séance du 13 pluviôse an XII (3 février 1804) :

Le citoyen Prony rend compte des informations qu'il a prises au sujet du kilogramme en platine. Il y en a un qui va être fini, les fonds sont faits; on le demandera au Ministère de l'Intérieur, ainsi que les instruments qui sont entre les mains du citoyen Lefèvre-Gineau : les balances, le cylindre, le premier étalon de cuivre prototype et les instruments qui ont servi pour le pendule.

9 germinal an XII (30 mars 1804) :

Le citoyen Fortin, artiste employé à la confection du kilogramme, se présente et apporte au Bureau les deux kilogrammes qui étaient restés en sa possession, dont l'un est parfaitement conforme à celui déposé au Corps législatif, et l'autre un peu plus faible; cet artiste fait apporter également au Bureau le cylindre qui devait servir à déterminer le poids de l'eau et toutes les pièces de cuivre qui ont servi à le calibrer.

Le Bureau fait donner au citoyen Fortin un récépissé de ces divers objets et nomme pour en faire l'examen les citoyens Delambre, Prony et Burckhardt. »

16 frimaire an XIII (7 décembre 1804) :

M. Lefèvre-Gineau vient conférer sur les moyens, par le Bureau, de faire la vérification des poids originaux de Fortin, de balances, cylindres et autres instruments qui doivent être déposés à l'Observatoire par suite de l'arrêté du Gouvernement du 11 vendémiaire (*sic*) de l'an XII.

MM. Delambre, Prony et Burckhardt se réuniront à M. Lefèvre-Gineau pour ce travail. Ils dresseront procès-verbal de leur opération et en feront Rapport au Bureau, lequel sera inséré dans les Additions de la *Connaissance des Temps*.

21 nivôse an XIII (11 janvier 1805) :

M. Delambre donne lecture du procès-verbal dressé par la Commission chargée de faire la comparaison du kilogramme, déposé à l'Observatoire impérial, avec celui des Archives nationales.

Ce procès-verbal est inséré dans les Additions à la *Con-*

naissance des Temps pour 1808 et dans le troisième Volume de la *Base du système métrique,* p. 696.

A l'aide de ces documents et de ceux que nous fournit le Rapport de Brisson, Legendre et Guyton de Morveau que j'ai cité (p. 66), ainsi que celui de Trallès sur l'unité de poids du système métrique, nous pouvons assez aisément reconstituer l'histoire de nos étalons de poids et des appareils qui ont servi à les construire.

Bien avant 1793, Lavoisier s'était occupé de la détermination du poids de l'unité de volume d'eau. On lit, en effet, dans le *Rapport sur les bases du système métrique* (p. 640) : « C'est aussi à ce marc moyen (de la pile de Charlemagne) qu'on a comparé le kilogramme provisoire, qui avait été fixé, d'après les expériences des citoyens Lavoisier et Haüy, à 18841 grains » ([1]). Après lui, Borda, Haüy et de Prony furent chargés de la construction du kilogramme provisoire. Qu'est devenu ce kilogramme? Aujourd'hui il n'existe ni à l'Observatoire, ni au Conservatoire des Arts et Métiers.

Des travaux qui ont précédé la confection du kilogramme définitif, nous ne savons que ce que nous apprend le *Rapport de M. Trallès à la Commission sur l'unité de poids du système métrique décimal, d'après le travail de M. Lefèvre-Gineau,* lu le 11 prairial an VII (*Base du système métrique,* t. III, p. 558).

Tout le travail fut exécuté dans les ateliers de Fortin ([2]),

---

([1]) On lit aussi dans un Rapport fait à l'Académie des Sciences, sur le système général des poids et mesures, par les citoyens Borda, Lagrange et Monge : « Des expériences très précises sur la pesanteur de l'eau distillée viennent d'être faites par les Commissaires de l'Académie chargés de cette partie des opérations : ils ont trouvé que le pied cube réduit, comme nous l'avons dit, au terme de la glace et dans le vuide, pesait 70 livres 60 grains, poids de marc. » (*Histoire de l'Acad.,* 1789, p. 12.) Ce Rapport n'est pas daté ; il doit être de 1793.

([2]) Les ateliers de M. Fortin, établis d'abord rue Saint-Honoré, furent

sous la direction de Lefèvre-Gineau. La première pièce fut un cylindre creux en cuivre ou en laiton, de hauteur égale au diamètre de la base, environ 243^{mm},5. Sur sa surface convexe et sur les deux bases, on traça un certain nombre de cercles, de génératrices et de diamètres, dont les intersections déterminaient les points dont on mesura la distance, pour s'assurer de l'exactitude de ses dimensions et de la régularité de sa forme. Le Rapport de Trallès donne les positions de ces lignes et les résultats des mesures du cylindre.

Toutes ces mesures furent prises à l'aide d'un comparateur spécial, construit par Fortin, que possède l'Observatoire. Il est porté sur une table en marbre blanc de 1^{m},135 de longueur sur 0^{m},590 de largeur et 0^{m},100 d'épaisseur, reposant elle-même par six fortes vis calantes sur une table très solide en chêne. A l'un des bouts de la table de marbre, s'élève un mur de 0^{m},49 de long sur 0^{m},187 de haut, épais de 0^{m},095, formé d'un bloc de marbre fixé au premier par deux forts boulons en cuivre. Sur la face interne de ce mur, qui est le butoir fixe du comparateur, on remarque une graduation en pouces et lignes et deux rangées horizontales de cinq boutons en cuivre espacés de 4 pouces les uns des autres. C'est contre ces boutons plats que venait buter soit la base du cylindre, soit l'une de ses génératrices.

Le comparateur proprement dit, ou le butoir mobile à levier, est porté par un bloc parallélépipédique en marbre de 0^{m},37 de longueur sur 0^{m},157 de largeur et 0^{m},105 d'épaisseur, monté sur quatre petits galets en acier par lesquels il roule sur deux rails plats en laiton, incrusté à fleur dans la table de marbre. Il est guidé dans son mou-

---

transportés successivement place de la Sorbonne, puis rue de la Montagne-Sainte-Geneviève, près du collège des Grassins, et enfin à l'École centrale du Panthéon, dans les bâtiments de l'abbaye de Sainte-Geneviève. C'est place de la Sorbonne que furent faites les expériences de Lavoisier.

vement par deux coulisseaux placés latéralement. Une forte règle de laiton le traverse à sa base inférieure et peut être rendue solidaire du bloc par une vis, portant en haut un écrou à tête molletée et en bas un étrier qui embrasse la règle. Enfin, l'extrémité de cette règle est fixée à une grosse vis horizontale à tête molletée, qui tourne dans un écrou fixe et peut ainsi communiquer au bloc de marbre un mouvement lent de rappel, quand il a été fixé à la règle.

Le comparateur à levier, fixé sur la surface supérieure du bloc, à $0^m,120$ au-dessus de la table, amplifie les mouvements dans le rapport de 1 à 10. La grande branche se meut devant une graduation en 10e de ligne et porte un double vernier au 20e. On estime donc directement le 2000e de ligne.

A côté de l'un des guides est placée une règle en laiton divisée en lignes et cinquièmes de ligne; ces lignes sont chiffrées de dix en dix : 180 valent $406^{mm},2$. Cette règle porte l'inscription : Fortin, à Paris, 1791 [1].

Au moyen de cet instrument, les hauteurs du cylindre à différents points des deux bases ont été comparées à une règle de cuivre, de manière que les différences de ces hauteurs à la longueur de la règle étaient connues; et quoique le diamètre du cylindre soit peu différent de sa hauteur et qu'on eût pu le comparer à la même règle, on a cependant préféré en employer une seconde à une comparaison semblable des diamètres. Ces règles sont désignées par les lettres h et d.

Les résultats des comparaisons sont donnés dans le Rapport de Trallès.

Pour déterminer les dimensions absolues du cylindre en fonction de la longueur du module ou de la règle n° 1 de

---

[1] Cette date semble indiquer que les appareils employés par Lefèvre-Gineau étaient déjà préparés et construits au temps où vivait Lavoisier.

Borda, Fortin construisit trente règles, quinze presque égales à la règle *h* et quinze à la règle *d*. Le même comparateur servit à déterminer les différences de ces règles entre elles. Puis, les seize règles de hauteur furent placées ensemble, bout à bout, sur le comparateur qui avait servi pour la comparaison des grandes règles de platine, employées à la mesure des bases de Melun et de Perpignan et comparées à la règle n° 1. On agit de même pour les seize règles de diamètre, et l'on en conclut les longueurs des règles *h* et *d* en parties du module, puis en lignes et en millimètres.

Le Rapport de Trallès ne nous indique pas comment a été déterminée la valeur des parties du comparateur de Fortin. C'est probablement à cette détermination qu'a servi la règle graduée en lignes et cinquièmes de ligne placée contre l'un des coulisseaux.

Le procès-verbal de la séance du Bureau des Longitudes tenue le 30 mars 1804 nous apprend que ce jour-là Fortin fit apporter à l'Observatoire le cylindre et toutes les pièces de cuivre qui avaient servi à le calibrer. Il n'est pas question du comparateur, quoique très probablement il accompagnât les règles.

En 1854, nous retrouvons ces divers objets sous les désignations suivantes :

N° 378. Un cylindre en cuivre de 242^{mm} de diamètre et de 245^{mm} de hauteur, dans une boîte en bois.

N° 382. Un comparateur à table de marbre de $1^{m},12$ de longueur et de $0^{m},50$ de largeur, monté sur une table en acajou (*sic*) à six pieds.

N° 392. Deux boîtes de $0^{m},275$ sur $0^{m},22$ contenant, l'une 30 barreaux de cuivre numérotés, l'autre 32 barreaux numérotés et 2 sans numéro.

En 1862, le comparateur et les règles existaient dans les

collections, mais sans indication de leur origine et de l'emploi qui en avait été fait. Les Catalogues ne faisaient plus mention du cylindre. A cette époque, j'ai retrouvé celui-ci, sans sa boîte, dans les combles de l'Observatoire, et, après vérification de ses dimensions et de la position des lignes tracées sur sa surface, il a été reconnu comme étant réellement le cylindre de Lefèvre-Gineau et placé dans les Archives. Il lui manque seulement le petit tube métallique de $1^{mm},285$ en diamètre, qui servait à entretenir la communication de l'air extérieur avec celui de l'intérieur du cylindre, « quoique dans l'eau » (1), et aussi probablement à suspendre le cylindre sous la balance.

Les règles sont au nombre de trente-deux, seize marquées H et seize marquées D, chaque série numérotée de 1 à 16. Une deuxième boîte semblable contient trente-deux autres règles, un peu plus courtes, portant toutes une flèche gravée à l'une des extrémités; quinze sont numérotées de 1 à 15, la seizième n'a pas de numéro d'ordre; les seize autres portent les lettres A, B, C,..., P. Il y a en plus deux règles hors des boîtes. J'ignore l'usage auquel étaient destinées ces trente-quatre règles.

Quant aux balances qui ont servi aux pesées et qui avaient été construites aussi par Fortin, il n'est dit nulle part qu'elles aient été apportées à l'Observatoire. Elles ont été religieusement conservées par les descendants de Fortin, MM. Fortin-Hermann, qui viennent d'en faire don à l'Observatoire, ainsi que d'un comparateur de leur illustre grand-père.

Les pesées du cylindre dans l'air et dans l'eau avaient fait connaître que le décimètre cube d'eau distillée à $0^{o},3$ du thermomètre : pèse dans le vide 0,9990796 du poids employé dans les expériences, et 0,9992072 quand l'eau est au maximum de densité.

(1) Rapport de Trallès, *Base du système métrique*, t. XIII, p. 577.

Les poids en cuivre, identique à la matière du cylindre, avaient été comparés entre eux avec le plus grand soin par Fortin et sa fille [1]. Ils furent ensuite comparés au poids de marc sur la pile dite de *Charlemagne* qui représentait le poids de marc employé dans la fabrication des monnaies françaises [2]. Mais ces diverses expériences, les seules qui soient rapportées dans le Mémoire de Trallès, ne donnaient pas encore le kilogramme en platine ou en laiton, qui devait représenter dans le vide l'unité de poids du nouveau système. Tout le reste de l'opération fut exécuté par Fortin et sa fille aînée.

Le premier kilogramme était en laiton, de même matière que les poids provisoires et le cylindre. Il suffisait donc de l'étalonner dans l'air avec ces poids. C'est lui qui est désigné, dans le procès-verbal du Bureau des Longitudes du 13 pluviôse an XII, sous le nom de *premier étalon de cuivre prototype*. J'ignore ce qu'il est devenu.

Pour passer ensuite au kilogramme en platine, il fallait tenir compte de la perte de poids éprouvée dans l'air par les masses de platine et de laiton, par conséquent connaître les volumes des cylindres de ces deux métaux. D'après les souvenirs de M. Fortin-Hermann, les dimensions des cylindres étaient mesurées avec une sorte de sphéromètre, les poids étant placés sur une glace bien dressée. On calculait alors la perte de poids d'après le poids du décimètre cube d'air déterminé par Brisson.

Combien fut-il construit de kilogrammes-étalons, et à quelle époque?

---

(1) Mlle Louise Fortin, fille aînée de Fortin, a pris la part la plus active à toutes les opérations de son père. C'est elle qui fit l'étalonnage de tous les poids provisoires. Elle a continué jusqu'à sa mort à vérifier les nombreux étalons fournis par la maison Fortin.

(2) La pile de Charlemagne (50 marcs) est déposée aujourd'hui dans les collections du Conservatoire des Arts et Métiers.

Nous avons vu que Jannetti avait fabriqué quatre cylindres de platine destinés à devenir des kilogrammes étalons. Lors de la lecture du Rapport de Brisson, Legendre et Guyton de Morveau sur le travail de cet artiste, le 11 vendémiaire an X (3 octobre 1801), trois de ces kilogrammes avaient été étalonnés par Fortin; le quatrième avait été manqué, et rendu à Jannetti pour être retravaillé. Il est facile de suivre ensuite ces quatre kilogrammes.

Deux au moins avaient été terminés avant le 4 messidor an VII: c'est d'abord le kilogramme des Archives, c'est ensuite le kilogramme déposé à l'agence des Poids et Mesures près le Ministère de l'Intérieur, qui est devenu, le 22 mai 1848, le kilogramme du Conservatoire.

Le 30 mai 1804, Fortin apporte au Bureau les deux kilogrammes qui étaient restés en sa possession, dont l'un est parfaitement conforme à celui déposé au Corps législatif et l'autre un peu plus faible. Ces deux kilogrammes sont à l'Observatoire: l'un est le kilogramme étalon, l'autre est marqué — 00088. Lequel des deux représente le cylindre de platine retravaillé par Jannetti, et par conséquent le dernier travaillé par Fortin? Le procès-verbal de la comparaison faite le 18 nivôse an XIII, par les Commissaires du Bureau des Longitudes, nous apprend que le kilogramme étalon en platine, dont le Bureau est dépositaire, avait été récemment terminé par Fortin (*Base du système métrique*, t. III, p. 696).

Notre kilogramme n° 2, marqué — 00088, est donc le plus ancien et très probablement contemporain de celui des Archives. Quelle est la signification de l'inscription qu'il porte?

Sous le couvercle de la boîte qui le renferme se trouve une étiquette assez récente qui porte ces mots :

Kilogramme marqué 880000. Le poids de ce kilogramme de platine n'est rigoureusement exact que lorsqu'il est pesé dans

l'air. Il est donc trop faible de tout le poids de l'air qu'il déplace.

Mais, au-dessous de ce papier, j'en ai trouvé un autre plus ancien, rongé aux vers d'après le même dessin que le fond même de la boîte et portant ces mots, d'une écriture qui paraît être celle d'Arago :

Le poids de ce kilogramme de platine n'est rigoureusement exact que lorsqu'il est pesé dans le vuide. Il est donc trop faible de tout le poids de l'air qu'il déplace.

Le changement introduit dans la reproduction de l'étiquette d'Arago, *pesé dans l'air* au lieu de *pesé dans le vide*, est-il une erreur de copiste ou une modification raisonnée? Je crois à une erreur, car les deux membres de phrase ne s'accordent pas : si la masse de platine ne représente le kilogramme que lorsqu'elle est pesée dans l'air, elle est en réalité trop lourde et non trop faible de tout le poids de l'air qu'elle déplace.

Mais le texte lui-même d'Arago ne nous apprend rien sur la signification de la marque — 000088 ou 880000 —. D'après ce texte, le kilogramme n° 2 ne serait exact que dans le vide; ce serait donc un kilogramme étalon tout comme le n° 1 ou le kilogramme des Archives.

Une note de M. Laugier, communiquée en mai 1870 à M. Delaunay, alors directeur de l'Observatoire, nous donne enfin la véritable équation de ce kilogramme [1].

Le kilogramme n° 2 de Fortin en platine, et marqué — 000088, fait équilibre dans l'air à une masse de laiton du poids de 1^{kg}. Il semble avoir été destiné à étalonner des kilogrammes en laiton.

La différence entre les kilogrammes en platine n° 1 et n° 2, pe-

[1] Voir aussi une Note de M. Tresca présentée à la Section française de la Commission internationale du mètre, le 23 mai 1870. M. Tresca n'a eu connaissance que de l'étiquette supérieure, qui reproduit inexactement celle d'Arago.

sés dans l'air, devrait être $91^{mg},6$, c'est-à-dire que l'on aurait à 0° :

$$n^o\ 2 = n^o\ 1 - 91^{mg},6.$$

Le n° 1 est conforme au kilogramme A des Archives; on a

$$n^o\ 1 = A - 0^{mg},13 \quad \text{dans le vide.}$$

Cylindre.	Kilogramme en laiton de l'Observatoire.		Kilogrammes en platine n° 1.		n° 2.	
Rayon......	$2^{cm},6926$	à 8°,5?	$1^{cm},9738$	à 20°,1	$2^{cm},0115$	à
Hauteur....	$5^{cm},3504$		$3^{cm},9676$		$4^{cm},0426$	
Volume à 0°..	$121^{cmc},8098$		$48^{cmc},5355$		$51^{cmc},3461$	

KILOGRAMME DES ARCHIVES.

Rayon du cylindre..........	$1^{cm},9742$	à 20°,1
Hauteur du cylindre.........	$3^{cm},9776$	
Volume du cylindre à 0°......	$48^{cmc},6776$	

La différence des poids, $91^{mg},6$, qui devrait exister, d'après Laugier, entre les kilogrammes n° 1 et n° 2, a été calculée avec les volumes des cylindres et avec le poids spécifique de l'air admis aujourd'hui. Il faudrait employer dans ce calcul les coefficients admis en 1800 pour les poids spécifiques du platine, du cuivre et de l'air. Ce calcul est tout fait, comme l'a remarqué M. Tresca, dans le Rapport de Van Swinden sur les bases du système métrique (*Base du système métrique,* t. III, p. 645). On y lit que, si une masse de platine est plus pesante dans l'air de $1\frac{2}{3}$ grain ou $88^{mg},4$ que un kilogramme en laiton, l'équilibre de ces deux poids se trouve rétabli dans le vide. Et inversement une masse de platine fera équilibre dans l'air à une masse de laiton pesant 1^{kg} dans le vide, si son poids réel dans le vide est 1^{kg} diminué de $88^{mg},4$.

Le nombre 88^{mg}, ou $0^{kg},000088$, est donc bien la différence, calculée avec les coefficients du temps, qui devait exister entre le poids du kilogramme étalon et le poids

d'une masse de platine destinée à faire équilibre dans l'air à un kilogramme vrai en laiton, par conséquent destinée, comme le dit Laugier, à étalonner dans l'air des kilogrammes en laiton.

Notre kilogramme n° 2 est donc un outil créé par Fortin et très probablement employé par lui dans la fabrication des nombreux kilogrammes en laiton qui ont été faits en même temps que le kilogramme des Archives.

L'Observatoire possède un semblable kilogramme en laiton, mais il est doré, ce qui me porte à lui attribuer une origine plus récente. Il a été comparé en 1850, au mois de décembre, au kilogramme n° 1 de l'Observatoire par Mathieu, Regnault et Laugier. Voici les résultats de cette opération, extraits du procès-verbal de la séance tenue le 13 novembre 1861 par le Bureau des Longitudes.

Volume du kilogramme en laiton.

	cm
Rayon de la base supérieure........	2,69135
Rayon de la base inférieure..... ...	2,6939
Hauteur du cylindre..............	5,3504
Volume conclu....................	$121^{\text{cmc}},86756$

Équation du kilogramme dans le vide.

Kilog. en laiton = kilog. n° 1 — $4^{\text{mg}},05$.

Revenons maintenant à notre kilogramme en platine n° 1.

Manqué une première fois par Fortin, retravaillé par Jannetti, il ne fut terminé qu'en 1804. C'est donc bien à cet étalon que se rapporte tout ce que dit, dans la *Connaissance des Temps* de 1808, un article dont j'ai déjà parlé à propos du mètre et qui n'a pas peu contribué à jeter l'incertitude sur l'histoire de nos étalons de mesure.

La comparaison du nouveau kilogramme avec celui des Archives fut faite le 18 nivôse an XIII (8 janvier 1805),

en présence de M. Pierre Belleyme, chef du Bureau topographique, par Lefèvre-Gineau, Delambre, Prony, Burckhardt et Nicolas Fortin.

Le résultat de la comparaison a été que le kilogramme du Bureau des Longitudes diffère en plus de celui qui est déposé aux Archives nationales d'une quantité moindre que le milligramme, c'est-à-dire que la millionième partie du kilogramme, quantité dont nous n'avons pu, malgré la grande exactitude de la balance dont nous nous sommes servis, assigner la valeur absolue. Cette balance est la même que celle avec laquelle la Commission des Poids et Mesures a fait toutes les pesées relatives au kilogramme étalon.

Une deuxième comparaison des deux poids fut faite en 1812 par Delambre, Legendre, Burckhardt, Biot et Arago : ils trouvèrent le kilogramme de l'Observatoire plus lourd que celui des Archives, et estimèrent que la différence était comprise entre 5^{mg} et 8^{mg}.

Le 7 avril 1824, le Bureau charge une Commission, composée de Prony, Biot, Mathieu et Arago, de comparer à nouveau le kilogramme de l'Observatoire avec celui des Archives. Je n'ai pas trouvé les résultats de cette opération. Le 18 janvier 1826, Prony, Biot et Mathieu annoncent qu'ils procéderont, le vendredi suivant, à la comparaison des étalons. Le seul résultat connu est relatif au mètre : j'ai transcrit en son lieu la Note de Biot à ce sujet.

Enfin, en 1837, à l'occasion des comparaisons que M. Steinheil fait aux Archives avec l'étalon du mètre, le Bureau, sur la proposition d'Arago, charge quatre de ses membres, Arago, Mathieu, Gambey et Savary, de vérifier les deux étalons du mètre et du kilogramme de l'Observatoire sur ceux des Archives.

Le 31 mai, Arago rend compte de la comparaison qu'il a faite hier du kilogramme de l'Observatoire avec celui des Archives; il a trouvé le kilogramme de l'Observatoire plus

pesant que l'étalon de 5^{mg}. M. Gambey, dans une série de comparaisons faites avec M. Steinheil, a trouvé cette différence de $4^{mg},7$.

Ainsi notre kilogramme, égal à moins de 1^{mg} à celui des Archives d'après les opérations de 1805, était en réalité plus lourd de près de 5^{mg}. Cette différence paraît avoir préoccupé beaucoup le Bureau des Longitudes, et, en 1844, on prit la résolution de constater de nouveau cette différence et de la faire disparaître si elle était réelle. Une Commission, composée d'Arago, Gambey, Laugier et Mauvais, fut chargée, dans la séance du 11 septembre 1844, de procéder à l'exécution d'un mètre à traits en platine et de *rendre le kilogramme de l'Observatoire exactement égal à l'étalon des Archives.*

Il ne m'appartient pas de me faire juge de l'opportunité d'une pareille entreprise. Je crois que la pénurie d'argent dans laquelle se trouvaient les savants dans la première moitié du siècle les a forcés souvent à des opérations et à des sacrifices qu'ils auraient certainement repoussés, s'ils avaient pu disposer de budgets comparables à ceux que la munificence de l'État met si aisément aujourd'hui à la disposition de leurs successeurs. Le Bureau des Longitudes n'aurait pas fait couper en deux la règle du pendule de Borda, il n'aurait pas retouché son kilogramme étalon, s'il avait eu les moyens pécuniaires de faire construire une seconde règle et un nouveau kilogramme. Tout au plus pourrait-on reprocher à Arago et à ses collaborateurs de n'avoir pas donné une plus grande publicité à l'opération qu'ils ont cru devoir exécuter, et de l'avoir laissé ignorer, pendant un temps assez long, aux savants qu'elle intéressait directement.

Je transcris en entier le procès-verbal de la retouche de notre kilogramme.

COMPARAISON DES KILOGRAMMES EN PLATINE.

1° On mesure les dimensions du kilogramme des Archives avec un instrument construit par M. Gambey.

Point de contact ou zéro de l'instrument.	mm 13,81 13,815 13,813	Moy. 13,813 mm

Diamètre du kilogramme.

		mm
Diamètre supérieur du kilogramme.....	»	53,263
Diamètre du milieu de la hauteur.....	mm 53,34 53,33	53,335
Diamètre pris aux $\frac{2}{3}$ de la hauteur.....	53,31 53,31	53,310
Diamètre inférieur du kilogramme....	»	53,296

Hauteur du kilogramme.

	°	mm	
Hauteur prise en différents points de la circonférence de la base...	0	53,58	53,593 mm
	90	53,58	
	180	53,635	
	270	53,576	

Résumé.

Diamètre moyen du kilogramme des Archives...... 39mm,484

Hauteur moyenne du kilogramme des Archives.... 39mm,776

2° On mesure les dimensions du kilogramme de l'Observatoire avec le même instrument.

	°	mm	
Diamètre supérieur du kilogramme à	0	53,29	53,293 mm
	90	53,295	
	180	53,29	
	270	53,295	

Diamètre du milieu de la hauteur à	° 0	mm 53,284	mm 53,281
	90	53,280	
	180	53,280	
	270	53,280	
Diamètre inférieur du kilogramme à	0	53,306	53,304
	90	53,305	
	180	53,305	
	270	53,300	
Contact ou zéro de l'instrument....		13,820	13,820
		13,820	
Moyenne pour le contact.........			13,817
Hauteur du kilogramme..........	0°	53,53	53,497
	90	53,475	
	180	53,493	
	270	53,489	
Hauteur prise au milieu de la base..	»	53,49	53,490
	»	53,49	

Résumé.

Diamètre moyen du kilogramme de l'Observatoire. $39^{mm},476$
Hauteur moyenne du kilogramme de l'Observatoire. $39^{mm},676$

Thermomètre.... 20°,1.

Comparaison du kilogramme de l'Observatoire et du kilogramme des Archives.

1° On place les deux kilogrammes près de la balance; ils y séjournent pendant quelque temps. Un thermomètre placé dans la cage de la balance marque 20°,3. Baromètre, $766^{mm},30$; thermomètre du baromètre, 20°,3.

2° On fait équilibre au kilogramme des Archives avec des poids en cuivre, et l'on s'assure à plusieurs reprises que l'équilibre est bien établi.

3° On substitue le kilogramme de l'Observatoire à celui des Archives : l'index de la balance pointe au-dessus du zéro de l'échelle. Le kilogramme de l'Observatoire est donc trop lourd.

4° On ajoute du côté des poids en cuivre successivement 4^{mg} et $4^{mg},5$: on constate que l'excès du kilogramme de l'Observatoire sur le kilogramme des Archives est compris entre ces deux quantités (4^{mg} et $4^{mg},5$).

5° On replace le kilogramme des Archives après avoir ôté les $4^{mg},5$: on retrouve sensiblement l'équilibre.

Le thermomètre placé dans la cage de la balance marque 20°,6.

Aux Archives, le 14 septembre 1844.

AUX ARCHIVES, SUITE DE LA COMPARAISON DES KILOGRAMMES, LE 17 SEPTEMBRE 1844.

1° Le kilogramme en platine de l'Observatoire étant plus lourd que le kilogramme des Archives, M. Gambey l'use à différentes reprises en le frottant légèrement sur une pierre douce.

2° On fait l'équilibre du kilogramme des Archives par des poids en cuivre. La position de l'index est $-0^{p},25$, moyenne de vingt observations.

3° On substitue le kilogramme de l'Observatoire au kilogramme des Archives. La position de l'index est $-0^{p},19$, moyenne de vingt-deux observations.

4° L'index pointe donc plus haut de $0^{p},06$ lorsque le kilogramme de l'Observatoire est dans le plateau de la balance; il est donc encore plus lourd que le kilogramme des Archives.

Sensibilité de la balance; mesure des parties de l'échelle.

5° Le kilogramme de l'Observatoire étant sur le plateau et faisant équilibre à la tare, si l'on ajoute 5^{mg} du côté de la tare, l'index descend sur l'échelle de $3^{p},10$. Donc, 1^{mg} correspond à $0^{p},62$ et $0^{p},06$ correspond à $0^{mg},10$ [1]. Ainsi le kilogramme de l'Observatoire reste plus lourd que le kilogramme des Archives de $0^{mg},10$.

Thermomètre de la cage........	20°,5
Baromètre....................	757^{mm}
Thermomètre du baromètre.....	21°,0

(1) Le texte porte $0^{mgr},04$.

AUX ARCHIVES DU ROYAUME, LE 23 NOVEMBRE 1844. — NOUVELLE COMPARAISON DU KILOGRAMME DE L'OBSERVATOIRE ET DU KILOGRAMME DES ARCHIVES.

La balance de M. Gambey a été rendue beaucoup plus sensible.

Température de la cage, 10°,1.

Baromètre, 763^{mm},52; thermomètre du baromètre, 9°,8.

On fait la tare; le kilogramme des Archives étant dans le plateau de la balance, l'index pointe trop haut de

	p	Observations.
	— 0,77	6
	— 1,65	2
	+ 1,42	6
	— 2,75	2
Moyenne......	— 0,30	16

Le kilogramme de l'Observatoire étant substitué au kilogramme des Archives, l'index pointe trop haut de

	p	Observations.
	+ 1,34	
	+ 0,56	3
	+ 0,60	6
	— 1,64	5
	— 2,62	2
Moyenne......	0,00	22

Ainsi, en moyenne, le kilogramme de l'Observatoire fait monter l'index de la balance de 0^{p},30; il est donc plus lourd que le kilogramme des Archives.

Mesure des parties de l'échelle.

Kilogramme des Archives.	Index. p
On ajoute un milligramme à la tare.........	+ 7,04
Sans le milligramme....................	— 0,30
Un milligramme correspond à.............	+ 7,34

Kilogramme de l'Observatoire.	Index.
On ajoute un milligramme à la tare.........	+ 8^p,35
Sans le milligramme....................	0,00
Un milligramme correspond à.............	+ 8,35

En moyenne, un milligramme vaut $7^p,84$; d'où $0^p,30$ valent $0^{mg},04$. Ainsi le kilogramme de l'Observatoire reste plus lourd que le kilogramme des Archives de $0^{mg},04$.

Thermomètre de la cage............	$10^\circ,3$
Baromètre.........................	$763^{mm},20$
Thermomètre du baromètre..........	$9^\circ,6$

Les procès-verbaux que je viens de transcrire restèrent enfouis dans les archives du Bureau des Longitudes; et lorsqu'en 1859 MM. Regnault, Morin et Brix, chargés de comparer le kilogramme en platine du gouvernement prussien avec celui des Archives, demandèrent le poids étalon de l'Observatoire à Le Verrier, celui-ci ne put les avertir du changement qu'avait subi cet étalon. De là des divergences qui étonnèrent les membres de la Commission et qui ne furent écartées que par une Note lue par M. Laugier au Bureau des Longitudes, dans sa séance du 16 novembre 1861. En raison de son importance, je mets ce document tout entier sous les yeux du lecteur.

« 6 novembre 1861. — M. Laugier lit la Note suivante, concernant les comparaisons qui ont été faites en 1812 et 1844 du kilogramme en platine de l'Observatoire au kilogramme des Archives, par ordre du Bureau des Longitudes.

Dans le Rapport sur les opérations de la Commission chargée en 1859 de rendre le kilogramme en platine du Gouvernement prussien égal au kilogramme prototype des Archives impériales, Rapport qui a été adressé récemment au Bureau des Longitudes par M. le Ministre de l'Instruction publique, on lit un passage relatif

au kilogramme de l'Observatoire qui prouve que la Commission de 1859 n'avait pas connaissance des comparaisons qui avaient été faites du kilogramme en platine de l'Observatoire avec le kilogramme des Archives postérieurement à l'année 1812. Il convient donc de rappeler que, dans la séance du 11 septembre 1844, le Bureau des Longitudes a nommé une commission composée de MM. Arago, Gambey, Mauvais et Laugier, chargée de rendre le kilogramme en platine de l'Observatoire égal au kilogramme des Archives. Cette commission a présenté au Bureau un Rapport dans lequel sont consignés tous les détails des opérations et des comparaisons qu'elle a faites; il est inséré au procès-verbal de la séance du 18 septembre 1844. En discutant les nombres obtenus par la Commission du Bureau, on arrive aux résultats suivants : 1° A la date du 18 septembre 1844, le kilogramme en platine de l'Observatoire est plus lourd que le kilogramme des Archives; la différence des poids est de $4^{mg},07$ [1]. En désignant, conformément aux notations de la Commission du kilogramme prussien, par K^{ob} et K^{arch} les poids dans le vide du kilogramme de l'Observatoire et de celui des Archives, on a donc pour cette époque l'équation du kilogramme de l'Observatoire : $K^{ob} = K^{arch} + 4^{mg},07$. 2° Après cette comparaison, M. Gambey diminua le poids du kilogramme de l'Observatoire en le frottant sur une pierre douce en présence des membres de la Commission; on fit ensuite de nouvelles comparaisons, d'où il résulte que le kilogramme de l'Observatoire est plus léger que le kilogramme des Archives : la différence des poids dans le vide est de $0^{mg},13$. On a donc pour l'équation actuelle du kilogramme en platine de l'Observatoire $K^{ob} = K^{arch} - 0^{mg},13$.

La balance employée par la Commission était une excellente balance de Gambey appartenant à l'Observatoire, à l'aide de laquelle on pouvait évaluer une petite fraction de milligramme. La Commission du kilogramme prussien a obtenu de son côté, pour l'équation de ce même kilogramme en platine de l'Observatoire de Paris, l'équation suivante $K^{ob} = K^{arch} - 0^{mg},28$.

L'accord des deux résultats est une preuve manifeste de leur exactitude. Quant à la différence de $4^{mg},07$ trouvée par la Commission de 1844 avant la correction faite en sa présence par

(1) Le procès-verbal dit que l'excès est compris entre 4^{mg} et $4^{mg},5$.

M. Gambey, elle s'accorde à très peu près avec deux observations faites en mars 1837 par M. Arago et par M. Steinheil, observations d'après lesquelles le kilogramme de l'Observatoire est trop lourd de $4^{mg},62$. Cet excès du kilogramme de l'Observatoire sur celui des Archives avait été constaté en 1812 par une Commission du Bureau des Longitudes, composée de MM. Delambre, Legendre, Burckhardt, Biot et Arago; seulement, la balance employée n'étant pas assez sensible, cette Commission n'a pu déterminer exactement la différence, qu'elle estimait devoir être comprise entre 5^{mg} et 8^{mg}.

MM. Regnault, Morin et Brix qui composaient en 1859 et 1860 la Commission du kilogramme prussien, ne connaissaient que le résultat obtenu en 1812; ils ignoraient les comparaisons faites en 1844 et 1837, ainsi que la correction apportée au kilogramme de l'Observatoire en 1844 par la Commission du Bureau des Longitudes. Ayant trouvé par leurs propres observations que ce kilogramme, que la Commission de 1812 faisait trop lourd de 5^{mg} à 8^{mg}, était en réalité à très peu près égal au kilogramme des Archives, ils ont cru à une erreur commise en 1812. On voit au contraire par ce qui précède que le résultat obtenu par la Commission de 1812 avec une balance de Fortin qui trébuchait pour une surcharge de 2^{mg} était assez approché de la vérité, que la contradiction n'est qu'apparente et qu'elle est due à la correction subie en 1844 par le kilogramme de l'Observatoire.

La Commission de 1859 avait principalement pour mission de rendre le kilogramme en platine du Gouvernement prussien égal au kilogramme prototype des Archives impériales. Ce kilogramme prussien avait été comparé en 1817 par MM. Arago et de Humboldt au *kilogramme des Archives*, et, d'après le procès-verbal des opérations, il avait été trouvé sensiblement de même poids. La balance dont on s'était servi alors était précisément la balance de Fortin employée par la Commission de 1812, balance dont la sensibilité ne permettait pas d'évaluer au delà de 2^{mg}. Or, lorsque la Commission de 1859 effectua la comparaison des deux kilogrammes, au lieu de l'égalité trouvée en 1817, elle constata une différence de 12^{mg}. Le kilogramme prussien est plus léger de 12^{mg} que le kilogramme des Archives; et comme, d'après le sou-

venir de M. de Humboldt consulté à ce sujet par M. Brix, le kilogramme prussien avait été comparé non au kilogramme des Archives, comme le dit expressément le Rapport de 1817, mais au kilogramme de l'Observatoire, la Commission de 1859 rejeta l'erreur de 12^{mg} sur l'ignorance où l'on aurait été en 1817 de la véritable équation de ce dernier kilogramme. Mais, indépendamment de ce qu'elle contredit les termes formels du Rapport de 1817, cette explication ne paraît pas admissible en présence des détails qui viennent d'être donnés d'un autre côté. Malgré le peu de sensibilité de la balance employée en 1817 par MM. Arago et Humboldt, il n'est pas possible d'attribuer à leur opération une erreur aussi considérable; et peut-être serait-il plus naturel d'admettre que, dans l'intervalle de 1817 à 1859, le kilogramme prussien n'est pas resté identique à lui-même.

Quelle que soit la cause de cette différence de 12^{mg}, elle n'intéresse qu'indirectement le Bureau. Ce qu'il importait de constater et ce qui ressort effectivement des faits consignés dans cette Note, c'est qu'en 1812 comme en 1844 les Commissions du Bureau ont déterminé la différence entre le kilogramme de l'Observatoire et celui des Archives avec toute l'exactitude que comportaient aux deux époques les moyens de mesure.

Cette Note de M. Laugier présente une divergence notable avec les résultats inscrits au procès-verbal de 1844. Tandis que la conclusion de celui-ci est que le kilogramme de l'Observatoire reste *plus lourd* de $0^{mg},04$ que celui des Archives, Laugier, membre de la Commission de 1844, affirme en 1861 et répète en plusieurs autres occasions que l'équation de notre kilogramme est

$$\text{kilogr. de l'Observatoire} = \text{kilogr. des Archives} - 0^{mg},13,$$

ou que le premier est *plus léger* que le second de $0^{mg},13$.

J'ignore l'origine de cette divergence, et je me hâte d'ajouter qu'elle n'offre aujourd'hui qu'un intérêt secondaire, après les comparaisons nombreuses qui viennent d'être faites entre nos divers étalons de poids par MM. Broch, Stas et H. Sainte-Claire Deville, tant à l'École

Normale qu'à l'Observatoire, et dont les résultats seront sans doute prochainement publiés.

CONCLUSIONS.

Les documents historiques que j'ai fait connaître dans ce Mémoire, et l'examen des étalons et appareils qui composent la collection de l'Observatoire, me permettent de poser les conclusions suivantes :

1° Les toises du Pérou et du Nord existent à l'Observatoire, avec des caractères irrécusables d'authenticité et dans un état de conservation qui permet de les considérer comme identiques à ce qu'elles étaient à l'époque même de leur construction.

2° La grande règle de cuivre de l'Observatoire est certainement celle sur laquelle Borda, Brisson et Lavoisier, puis plus tard les Commissaires de l'an VII, ont fait toutes les comparaisons des règles de base entre elles, avec les toises du Pérou et du Nord, et avec le mètre provisoire et le mètre définitif. Cette règle porte, de plus, le comparateur de Lenoir, que le Bureau des Longitudes y fit adapter vers 1804, et le comparateur de Fortin employé par Biot dans ses expériences du pendule.

3° Des quatre règles bimétalliques de Borda et Lavoisier, qui ont servi à la mesure des bases de Melun et de Perpignan, trois sont dans un état de conservation parfait; le n° 2 a subi en 1823 un accident qui a diminué sa longueur de $0^{mm},015$.

Ces règles ont encore leurs trépieds en fer à vis calantes. Les niveaux de pente et les socles en bois ont disparu depuis 1854.

4° La règle bimétallique du pendule de Borda et Cassini a été coupée en deux en 1806, pour la construction d'une règle plus courte qui devait servir aux nouvelles expériences de Biot et Arago et qui ne paraît pas avoir été employée. Les morceaux en ont disparu.

5° Le mètre en platine, à bouts, de l'Observatoire a été fait, comme le prototype des Archives et le mètre du Conservatoire, avec une des quatre barres forgées par Jannetti. Étalonné une première fois par la Commission de l'an VII, en même temps que les deux autres, il fut ajusté de nouveau, en ventôse de l'an VIII, par une Commission de l'Institut, sur un des mètres en fer et devint le *Mètre de l'Institut*. Transporté à l'Observatoire le 26 brumaire an XII (16 nov. 1803), avec les autres étalons et comparateurs de l'Institut, il a été pour la première fois comparé officiellement et directement au mètre des Archives le 26 janvier 1806.

Le mètre en fer est l'un des douze qui furent construits à l'origine par Lenoir.

6° Le double mètre en fer a été construit en 1799 par Lenoir, pour le Bureau des Longitudes.

7° Le mètre à traits de l'Observatoire a été construit par Gambey, en 1844.

8° L'Observatoire possède le cylindre qui a servi à la détermination du poids du décimètre cube d'eau, ainsi que le comparateur et les règles construits par Fortin pour vérifier les dimensions de ce cylindre.

9° Les deux kilogrammes en platine de l'Observatoire, avec celui des Archives et celui du Conservatoire des Arts et Métiers, représentent les quatre cylindres de platine fournis par Jannetti à Fortin. Le kilogramme n° 2 de l'Observatoire, marqué — 000088, est plus faible que le kilogramme vrai de 88^{mg}, et servait à étalonner, dans l'air, des kilogrammes absolus en laiton. Il est aujourd'hui tel qu'il est sorti des mains de Fortin.

Le kilogramme n° 1 n'a été terminé par Fortin qu'en 1804. Primitivement un peu plus lourd que le kilogramme des Archives, il a été retouché par Gambey le 17 septembre 1844, et rendu à très peu près égal à l'étalon prototype.

10° Enfin notre kilogramme en laiton doré paraît postérieur à la fabrication des étalons prototypes.

Il manquait à la collection de l'Observatoire les balances qui ont servi aux pesées du cylindre de Lefèvre-Gineau dans l'air et dans l'eau, et à l'étalonnage des kilogrammes prototypes. Cette lacune vient d'être comblée par la générosité de MM. Fortin-Hermann qui avaient conservé, avec un soin pieux, les balances de leur illustre aïeul, et qui ont bien voulu, sur ma demande, en faire don à l'Observatoire.

FORMES VIBRATOIRES DES SURFACES LIQUIDES CIRCULAIRES;

PAR M. C. DECHARME.

Aux formes vibratoires des bulles de liquide glycérique d'un précédent Mémoire ([1]), j'ai ajouté, comme complément, une Note relative aux formes vibratoires des *boules d'eau* qu'on obtient en remplissant de ce liquide des ballons en caoutchouc. Pour les pellicules circulaires ([2]), l'expérience correspondante consiste à faire vibrer les *surfaces liquides circulaires*, en employant le même moyen que pour les pellicules, c'est-à-dire une lame vibrante munie d'un petit appendice plongeur.

J'ai déjà indiqué précédemment ([3]) une relation entre les internodales des pellicules savonneuses et celles des surfaces liquides circulaires pour une même vitesse de l'excitateur.

De nouvelles expériences que j'ai faites dans cette direc-

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XVIII, p. 398; novembre 1879.

([2]) *Ibid.*, 5e serie, t. XXII, p. 302; mars 1881.

([3]) *Ibid.*, mars 1881, p. 339.

tion m'ont conduit à quelques autres résultats nouveaux, que je crois devoir exposer pour compléter mes recherches précédentes.

Mon but est de vérifier si les lois des formes vibratoires des pellicules circulaires sont applicables ou non aux surfaces liquides placées dans les mêmes conditions expérimentales.

Pour se rendre compte de la formation des nodales ou ondes fixes sur les liquides, il convient d'examiner d'abord la marche des ondes que l'on produit à leur surface.

Chacun sait que, quand on laisse tomber une pierre dans une eau tranquille et de quelque étendue, un bassin par exemple, on voit se produire autour du point frappé une onde circulaire dont le diamètre va sans cesse en augmentant et d'un mouvement uniforme, jusqu'à ce que la crête de cette onde échappe aux regards par sa faible élévation au-dessus de la surface.

Pour évaluer d'abord approximativement la vitesse de cette onde, l'espace, ou plutôt la longueur du rayon, qu'elle parcourt en une seconde, le moyen naturellement indiqué consiste à jeter une pierre sur le bord d'une pièce d'eau tranquille, à suivre l'onde dans son développement et à mesurer sur le bord du bassin ou du canal (présentant par hypothèse une ligne droite) le chemin qu'elle a parcouru en une ou deux secondes. On trouvera, par cette mesure grossièrement approximative, $0^m,25$ à $0^m,30$.

Mais si l'on veut mesurer avec exactitude cette vitesse, on se trouve en présence d'une difficulté dont je vais indiquer la cause.

Le choc de la pierre sur l'eau donne lieu, non pas à une onde simple, comme on pourrait le croire, mais à des ondes concentriques assez nombreuses et très rapprochées les unes des autres; et cela se comprend, car il n'y a pas choc unique, instantané, mais bien série de chocs des différents points de la pierre contre le liquide environ-

nant, au moment où ils rencontrent successivement la surface liquide. Le maximum d'effet est produit par l'ensemble des points qui forment la plus large section horizontale de la pierre dans la position où elle traverse la surface liquide. Les ondes produites ainsi successivement sont assez rapprochées les unes des autres, et c'est leur ensemble, ou au moins l'onde la plus forte, qui donne lieu à la crête que l'on suit du regard.

L'expérience faite avec un corps de forme conique, lesté de manière qu'il pénètre par sa pointe dans le liquide, justifie cette explication.

D'après cela, que doit-on entendre par vitesse de l'onde liquide superficielle? On éprouve ici un embarras analogue à celui qui se présente lorsqu'on veut définir la vitesse du courant électrique sur des conducteurs métalliques.

On sait que la marche du flux électrique présente, comme celle du flux calorifique ([1]), une *période variable* d'accroissement avant d'arriver à un état de tension maximum définitif, et c'est la durée de l'établissement de cette phase variable, depuis son origine jusqu'à l'état permanent, que l'on nomme *vitesse de l'électricité*.

Dans le phénomène qui nous occupe, il se passe quelque chose qui ne manque pas d'une certaine analogie avec le mouvement vibratoire ou ondulatoire qui produit la transmission de l'électricité.

Il faudrait donc, pour mesurer la vitesse en question, que l'onde fût simple; et l'on conçoit qu'il ne peut en être ainsi qu'à la condition que l'ébranlement soit produit par le choc d'un point unique, à la surface du liquide.

On réalisera approximativement cet idéal par la chute d'un grain de plomb ou par l'emploi d'une tige de $0^{mm},001$ ou $0^{mm},002$ de diamètre, qui pénètre très peu dans le liquide ou qui en sort rapidement.

([1]) C. Decharme, *Vitesse du flux thermique dans une barre de fer* (*Mémoires de la Société académique de Maine-et-Loire*, t. XXXIV; 1876).

L'expérience en a été faite dans un bassin d'environ 1^m de diamètre, contenant une couche d'eau de $0^m,04$ à $0^m,05$ d'épaisseur. Une règle métrique, partant du centre, était placée très près de la surface du liquide. Un métronome battant la seconde était disposé dans le voisinage. Au commencement d'une seconde, on laissait tomber le grain de plomb ou un petit caillou au centre du bassin; on suivait du regard la marche de l'onde et l'on notait la division (en centimètres) vers laquelle l'onde passait au bout d'une seconde. En répétant cette expérience un grand nombre de fois et dans différentes positions d'éclairement de l'onde, puis prenant la moyenne des observations, j'ai trouvé $0^m,34$. Telle serait donc la vitesse approximative de l'onde à la surface de l'eau. Nous verrons, par un autre moyen, que cette vitesse est la même pour le mercure et pour tous les liquides.

Si l'onde est composée et forte [1], on pourra évaluer la distance à laquelle s'est étendu le premier ébranlement au bout d'une seconde; on pourra voir aussi la distance parcourue par l'onde maxima, la seule qu'on observe ordinairement. Voici les résultats de quelques expériences faites dans ce but et dans les conditions précitées :

	m
Distance à laquelle se fait ressentir le premier ébranlement, au bout d'une seconde	0,40
Vitesse de l'onde maxima	0,27
Distance des ondes qui composent l'onde multiple $0^m,015$ à	0,020
Vitesse de l'onde simple	0,34

Il ne sera pas sans intérêt de comparer cette vitesse de

(1) Je ferai remarquer que, si le choc est violent, l'ébranlement se fait sentir plus rapidement au bout d'une seconde que quand le choc est faible. C'est un phénomène analogue à celui que M. Regnault a constaté dans l'air, lors de ses belles expériences sur la vitesse du son : le bruit d'un coup de pistolet se faisait ressentir plus tôt qu'un bruit ou qu'un son faible à la même distance,

l'onde superficielle à celle de l'onde sphérique, qui transmet le son à l'intérieur du liquide :

La première étant environ de.......	$0^{m},34$
La seconde.....................	1433

On voit que celle-ci est environ 4000 fois plus grande que la première.

D'autre part, on sait que la vitesse du son dans l'air ou celle de l'onde sphérique dans l'atmosphère est d'environ 340^{m} à 15°, c'est-à-dire 1000 fois plus grande que la vitesse de l'onde à la surface de l'eau.

Dans tous les cas, le mouvement de l'onde est uniforme, ce que l'on a pu constater par l'expérience.

Nous n'avons pas à nous arrêter à la recherche du mouvement particulier des molécules liquides dans la phase de production d'une ondulation complète, c'est-à-dire dans l'intervalle compris entre deux bourrelets ou deux vals consécutifs déterminés par des chocs successifs équidistants, mouvement décrit par MM. Henri Étienne et Guillaume Weber [1].

Maintenant que nous connaissons la vitesse de l'onde superficielle, nous pouvons passer au mode de formation des nodales ou ondes fixes à la surface limitée d'un liquide. Il est évident que ces nodales ne peuvent résulter que de la rencontre de deux ondes marchant en sens contraire; et comme la vitesse de propagation de l'onde superficielle est uniforme et constante, quelle que soit la rapidité de vibration de l'excitateur [2], on conçoit qu'il doive y avoir, pour un diamètre donné de la surface liquide, une vitesse vibratoire particulière du moteur, pour que les ondes contraires se rencontrent toujours aux mêmes points, c'est-à-dire pour qu'elles soient fixes, nettes et faciles à manifester pour une faible excitation de la tige vibrante.

---

(1) RADAU, *Acoustique* (*Bibliothèque des Merveilles*, p. 162).

(2) Mais il est évident que les ondes successives seront d'autant plus rapprochées que le mouvement du moteur sera plus rapide.

Ce qu'il s'agit donc de trouver, c'est la relation qui doit exister entre la vitesse de vibration de l'excitateur et le nombre des nodales, pour un diamètre déterminé de la surface liquide, ou, ce qui revient au même, entre le nombre de vibrations par seconde de la tige et la largeur des intervalles compris entre deux nodales consécutives.

Pour cela, analysons le phénomène de la marche des ondes dans un vase circulaire, en précisant le moment de la naissance de chaque onde, en la suivant dans sa marche, afin d'indiquer, de voir ou de calculer ses points de rencontre avec d'autres ondes, sur le rayon de la surface circulaire.

Si un *choc unique* est produit au centre, une onde s'y forme, son diamètre augmente uniformément jusqu'à atteindre celui du bord intérieur du vase; elle se réfléchit contre ce bord, revient en diminuant de diamètre jusqu'à ce qu'elle arrive au centre où elle subit une seconde réflexion, et ainsi de suite, sans changement de vitesse. Mais, à mesure que l'onde se propage, sa *crête* diminue de hauteur et finit bientôt par devenir imperceptible.

Si plusieurs ondes successives sont produites par un mouvement régulier de l'excitateur, le phénomène se complique et peut donner lieu, soit à des ondes confuses, soit à des nodales plus ou moins fixes, plus ou moins nettes.

Cherchons donc comment sont distribuées sur le rayon du cercle superficiel les nodales ou ondes fixes pour des vitesses connues de la tige vibrante.

Supposons d'abord, pour plus de simplicité, que le rayon de la surface circulaire du liquide soit égal à l'espace parcouru en une seconde par une onde produite au centre du cercle; cet espace est la *vitesse* de l'onde superficielle, vitesse qui pour l'eau est, comme nous l'avons vu, d'environ $0^m,34$. Admettons en outre que l'excitateur produise au centre de la surface liquide plusieurs chocs successifs à des intervalles égaux d'une seconde.

Dans cette double hypothèse où le rayon r du vase est

égal à la viteste V de l'onde, et où le nombre de vibrations m de la tige est un par seconde, la première onde a déjà parcouru le rayon entier lorsque la deuxième onde part du centre o. Quand celle-ci est à $\frac{r}{2}$, la première y arrive en même temps, après réflexion contre le bord; ces deux ondes de sens contraires forment donc à cette distance une nodale. Il est d'ailleurs évident qu'il n'y a de rencontres possibles qu'en cet endroit, soit pour ces ondes, soit pour les suivantes. En effet, quand la première onde (réfléchie) revient au centre, la seconde (directe) arrive en r; ces ondes, ainsi que les suivantes, partant l'une de o, l'autre du bord, pour se rencontrer en $\frac{r}{2}$.

Ainsi, quand $r = V$ et $m = 1$, il y a une *nodale unique* à la moitié du rayon, à $\frac{r}{2}$, ce que montre le Tableau suivant :

$$r = V;\ m = 1.$$

TEMPS en secondes.	POINTS OU SE TROUVENT LES ONDES aux temps correspondants.				OBSERVATIONS.
	1re onde.	2e onde.	3e onde.	4e onde.	
0	0				
$\frac{1}{2}$	$\frac{r}{2}$				
1	r	0			
$1\frac{1}{2}$	$-\frac{r}{2}$	$\frac{r}{2}$			1 nodale à $\frac{r}{2}$.
2	0	r	0		
$2\frac{1}{2}$	$\frac{r}{2}$	$-\frac{r}{2}$	$\frac{r}{2}$		
3	r	0	r	0	
$3\frac{1}{2}$	$-\frac{r}{2}$	$\frac{r}{2}$	$-\frac{r}{2}$	$\frac{r}{2}$	1 nodale à $\frac{r}{2}$.
4	0	r	0	r	
....	...	...	...	.	

$r = V;\ m = 3.$

TEMPS en secondes.	POINTS OÙ SE TROUVENT LES ONDES aux temps correspondants.						OBSERVATIONS.
	1re onde.	2e onde.	3e onde.	4e onde.	5e onde.	6e onde	
0	0						
$\frac{1}{6}$	$\frac{r}{6}$						
$\frac{2}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0					
$\frac{3}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$					
$\frac{4}{6}$	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0				
$\frac{5}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$				
1	r	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0			
$1\frac{1}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$			
$1\frac{2}{6}$	$-\frac{4r}{6}$	r	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0		
$1\frac{3}{6}$	$-\frac{3r}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$		
$1\frac{4}{6}$	$-\frac{2r}{6}$	$-\frac{4r}{6}$	r	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0	
$1\frac{5}{6}$	$-\frac{r}{6}$	$-\frac{3r}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$	3 nodales à.... $\frac{r}{6}$
2	0	$-\frac{2r}{6}$	$-\frac{4r}{6}$	r	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	2 nodales à.... $\frac{2r}{6}$ $\frac{4r}{6}$
$2\frac{1}{6}$	$\frac{r}{6}$	$-\frac{r}{6}$	$-\frac{3r}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	3 nodales à.... $\frac{r}{6}$ $\frac{3r}{6}$
$2\frac{2}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0	$-\frac{2r}{6}$	$-\frac{4r}{6}$	r	$\frac{4r}{6}$	2 nodales à.... $\frac{2r}{6}$ $\frac{4r}{6}$
$2\frac{3}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$	$-\frac{r}{6}$	$-\frac{3r}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	$\frac{5r}{6}$	3 nodales à.... $\frac{r}{6}$ $\frac{2r}{6}$
$2\frac{4}{6}$	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0	$-\frac{2r}{6}$	$-\frac{4r}{6}$	r	2 nodales à.... $\frac{2r}{6}$ $\frac{4r}{6}$
$2\frac{5}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$	$-\frac{r}{6}$	$-\frac{3r}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	3 nodales à.... $\frac{r}{6}$ $\frac{2r}{6}$
3	r	$\frac{4r}{o}$	$\frac{2r}{6}$	0	$-\frac{6}{2r}$	$-\frac{4r}{6}$	2 nodales à. .. $\frac{2r}{6}$ $\frac{4r}{6}$

Finalement : 5 nodales à $\frac{r}{6}$, $\frac{2r}{6}$, $\frac{3r}{6}$, $\frac{4r}{6}$, $\frac{5r}{6}$.

$r = V;\ m = 2.$

TEMPS en secondes.	POINTS OU SE TROUVENT LES ONDES aux temps correspondants. Première période.				Deuxième période.				OBSERVATIONS.
	1re onde.	2e onde.	3e onne.	4e onde.	5e onde.	6e onde.	7e onde.	8e onde.	
0	0								
$\frac{1}{4}$	$\frac{r}{4}$								
$\frac{2}{4}$	$\frac{2r}{4}$	0							
$\frac{3}{4}$	$\frac{3r}{4}$	$\frac{r}{4}$							
1	r	$\frac{2r}{4}$	0						
$1\frac{1}{4}$	$-\frac{3r}{4}$	$\frac{3r}{4}$	$\frac{r}{4}$						
$1\frac{2}{4}$	$-\frac{2r}{4}$	r	$\frac{2r}{4}$	0					
$1\frac{3}{4}$	$-\frac{r}{4}$	$-\frac{3r}{4}$	$\frac{3r}{4}$	$\frac{r}{4}$					
2	0	$-\frac{2r}{4}$	r	$\frac{2r}{4}$	0				
$2\frac{1}{4}$	$\frac{r}{4}$	$-\frac{r}{4}$	$-\frac{3r}{4}$	$\frac{3r}{4}$	$\frac{r}{4}$				
$2\frac{2}{4}$	$\frac{2r}{4}$	0	$-\frac{2r}{4}$	r	$\frac{2r}{4}$	0			
$2\frac{3}{4}$	$\frac{3r}{4}$	$\frac{r}{4}$	$-\frac{r}{4}$	$-\frac{3r}{4}$	$\frac{3r}{4}$	$\frac{r}{4}$			
3	r	$\frac{2r}{4}$	0	$-\frac{2r}{4}$	r	$\frac{2r}{4}$	0		
$3\frac{1}{4}$	$-\frac{3r}{4}$	$\frac{3r}{4}$	$\frac{r}{4}$	$-\frac{r}{4}$	$-\frac{3r}{4}$	$\frac{3r}{4}$	$\frac{r}{4}$		
$3\frac{2}{4}$	$-\frac{2r}{4}$	r	$\frac{2r}{4}$	0	$-\frac{2r}{4}$	r	$\frac{2r}{4}$	0	1 nodale à .....
$3\frac{3}{4}$	$-\frac{r}{4}$	$-\frac{3r}{4}$	$\frac{3r}{4}$	$\frac{r}{4}$	$-\frac{r}{4}$	$-\frac{3r}{4}$	$\frac{3r}{4}$	$\frac{r}{4}$	2 nodales à .... $\frac{r}{4}$
4	0	$-\frac{2r}{4}$	r	$\frac{2r}{4}$	0	$-\frac{2r}{4}$	r	$\frac{2r}{4}$	1 nodale à .....

En définitive : 3 nodales à $\frac{r}{4}, \frac{2r}{4}, \frac{3r}{4}.$

$r = V;\ m = 3.$

TEMPS en secondes.	POINTS OU SE TROUVENT LES ONDES aux temps correspondants.						OBSERVATIONS.
	1re onde.	2e onde.	3e onde.	4e onde.	5e onde.	6e onde.	
0	0						
$\frac{1}{6}$	$\frac{r}{6}$						
$\frac{2}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0					
$\frac{3}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$					
$\frac{4}{6}$	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0				
$\frac{5}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$				
1	r	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0			
$\frac{1}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$			
$\frac{2}{6}$	$-\frac{4r}{6}$	r	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0		
$\frac{3}{6}$	$-\frac{3r}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$		
$\frac{4}{6}$	$-\frac{2r}{6}$	$-\frac{4r}{6}$	r	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0	
$\frac{5}{6}$	$-\frac{r}{6}$	$-\frac{3r}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$	3 nodales à.... $\frac{r}{6}$
2	0	$-\frac{2r}{6}$	$-\frac{4r}{6}$	r	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	2 nodales à.... $\frac{2r}{6}$ $\frac{4r}{6}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{r}{6}$	$-\frac{r}{6}$	$-\frac{3r}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	3 nodales à.... $\frac{r}{6}$ $\frac{3r}{6}$
$\frac{2}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0	$-\frac{2r}{6}$	$-\frac{4r}{6}$	r	$\frac{4r}{6}$	2 nodales à.... $\frac{2r}{6}$ $\frac{4r}{6}$
$\frac{3}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$	$-\frac{r}{6}$	$-\frac{3r}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	$\frac{5r}{6}$	3 nodales à.... $\frac{r}{6}$ $\frac{2r}{6}$
$\frac{4}{6}$	$\frac{4r}{6}$	$\frac{2r}{6}$	0	$-\frac{2r}{6}$	$-\frac{4r}{6}$	r	2 nodales à.... $\frac{2r}{6}$ $\frac{4r}{6}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{5r}{6}$	$\frac{3r}{6}$	$\frac{r}{6}$	$-\frac{r}{6}$	$-\frac{3r}{6}$	$-\frac{5r}{6}$	3 nodales à.... $\frac{r}{6}$ $\frac{2r}{6}$
3	r	$\frac{4r}{o}$	$\frac{2r}{6}$	0	$-\frac{6}{2r}$	$-\frac{4r}{6}$	2 nodales à. .. $\frac{2r}{6}$ $\frac{4r}{6}$

Finalement : 5 nodales à $\frac{r}{6}$, $\frac{2r}{6}$, $\frac{3r}{6}$, $\frac{4r}{6}$, $\frac{5r}{6}$.

$r = V;\ m = 4.$

MPS en ndes.	POINTS OU SE TROUVENT LES ONDES aux temps correspondants.								OBSERVATIONS.
	1re onde.	2e onde.	3e onde.	4e onde.	5e onde.	6e onde.	7e onde.	8e onde.	
0	0								
$\frac{1}{8}$	$\frac{r}{8}$								
$\frac{2}{8}$	$\frac{2r}{8}$	0							
$\frac{3}{8}$	$\frac{3r}{8}$	$\frac{r}{8}$							
$\frac{4}{8}$	$\frac{4r}{8}$	$\frac{2r}{8}$	0						
$\frac{5}{8}$	$\frac{5r}{8}$	$\frac{3r}{8}$	$\frac{r}{8}$						
$\frac{6}{8}$	$\frac{6r}{r}$	$\frac{4r}{8}$	$\frac{2r}{8}$	0					
$\frac{7}{8}$	$\frac{7r}{8}$	$\frac{5r}{8}$	$\frac{3r}{8}$	$\frac{r}{8}$					
1	r	$\frac{6r}{8}$	$\frac{4r}{8}$	$\frac{2r}{8}$	0				
$1\frac{1}{8}$	$-\frac{7r}{8}$	$\frac{7r}{8}$	$\frac{5r}{8}$	$\frac{3r}{8}$	$\frac{r}{8}$				
$1\frac{2}{8}$	$-\frac{6r}{8}$	r	$\frac{6r}{8}$	$\frac{4r}{8}$	$\frac{2r}{8}$	0			
$1\frac{3}{8}$	$-\frac{5r}{8}$	$-\frac{7r}{8}$	$\frac{7r}{8}$	$\frac{5r}{8}$	$\frac{3r}{8}$	$\frac{r}{8}$			
$1\frac{4}{8}$	$-\frac{4r}{8}$	$-\frac{6r}{8}$	r	$\frac{6r}{8}$	$\frac{4r}{8}$	$\frac{2r}{8}$	0		
$1\frac{5}{8}$	$-\frac{3r}{8}$	$-\frac{5r}{8}$	$-\frac{7r}{8}$	$\frac{7r}{8}$	$\frac{5r}{8}$	$\frac{3r}{8}$	$\frac{r}{8}$		
$1\frac{6}{8}$	$-\frac{2r}{8}$	$-\frac{4r}{8}$	$-\frac{6r}{8}$	8	$\frac{6r}{8}$	$\frac{4r}{8}$	$\frac{2r}{8}$	0	3 nodales à $\frac{2r}{8}$ $\frac{4r}{8}$
$1\frac{7}{8}$	$-\frac{r}{8}$	$-\frac{3r}{8}$	$-\frac{5r}{8}$	$-\frac{7r}{8}$	$\frac{7r}{8}$	$\frac{5r}{8}$	$\frac{3r}{8}$	$\frac{r}{8}$	4 nodales à $\frac{r}{8}$ $\frac{3r}{8}$ $\frac{5r}{8}$
2	0	$-\frac{2r}{8}$	$-\frac{4r}{8}$	$-\frac{6r}{8}$	r	$\frac{6r}{8}$	$\frac{4r}{8}$	$\frac{2r}{8}$	3 nodales à $\frac{2r}{8}$ $\frac{4r}{8}$

En résumé : 7 nodales à $\frac{r}{8}$, $\frac{2r}{8}$, $\frac{3r}{8}$, $\frac{4r}{8}$, $\frac{5r}{8}$, $\frac{6r}{8}$, $\frac{7r}{8}$.

Nous pouvons maintenant généraliser :

Dans l'hypothèse où $r = v$, et pour

$m = 1$, on a... 1 nodale à $\frac{r}{2}$,

$m = 2$....... 3 nodales à $\frac{r}{4}, \frac{2r}{4}, \frac{3r}{4}$,

$m = 3$....... 5 » $\frac{r}{6}, \frac{2r}{6}, \frac{3r}{6}, \frac{4r}{6}, \frac{5r}{6}$,

$m = 4$....... 7 » $\frac{r}{8}, \frac{2r}{8}, \frac{3r}{8}, \frac{4r}{8}, \frac{5r}{8}, \frac{6r}{8}, \frac{7r}{8}$,

....

$m = m$....... $(2m-1)$ $\frac{r}{2m}, \frac{2r}{2m}, \frac{3r}{2m}, \ldots, \frac{(2m-2)r}{2m}, \frac{(2m-1)r}{2m}$,

Nous ne nous arrêtons pas aux hypothèses :

$$m = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \ldots, \frac{1}{2m'}$$

(m' étant un nombre entier quelconque), car dans ces différents cas les ondes, soit directes, soit réfléchies, partant toutes, deux à deux, du centre au même moment, ne peuvent produire que des renforcements d'ondes, mais pas de nodales, puisque celles-ci ne résultent que de la rencontre d'ondes de sens contraires.

Les hypothèses $m = \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \ldots, \frac{1}{2m'-1}$ donnent lieu à une seule nodale à $\frac{r}{2}$, dans tous les cas.

D'ailleurs, ces circonstances ne sont pas applicables expérimentalement au phénomène qui nous occupe, car la vitesse vibratoire de la tige excitatrice sera toujours plus grande que celle de l'onde superficielle.

Le fait théorique devait néanmoins être mentionné dans le cas général du phénomène dont il est question.

Remarquons ici un fait qui explique le défaut de netteté

des nodales : c'est que deux ondes contraires qui par leur choc produisent une nodale ne sont jamais de même force, c'est-à-dire que leurs crêtes n'ont jamais la même hauteur, attendu que ces ondes sont toujours, l'une directe et l'autre réfléchie, ou la première ayant subi une réflexion de moins que la seconde; par conséquent, chacune d'elles est d'autant moins forte qu'elle a parcouru un plus long trajet. Il est vrai qu'alors la différence des hauteurs de crête devient elle-même de plus en plus faible.

Nous avons admis jusqu'à présent que $r = V$, c'est-à-dire que l'onde superficielle parcourt la longueur du rayon du vase en une seconde. Si l'on prend r quelconque et que l'on représente par t le temps que l'onde met à parcourir cette longueur, on n'aura qu'à remplacer, dans les Tableaux qui précèdent, le temps exprimé en secondes par le temps exprimé en fonction de t (t étant un nombre quelconque de secondes, entier ou fractionnaire).

Par suite, la question se trouve généralisée, comme le montre le Tableau ci-après.

Soient donc :

V la vitesse absolue, constante, de l'onde superficielle, indépendante du diamètre du vase, espace que l'onde parcourt en une seconde, soit directement, soit en subissant une ou plusieurs réflexions, vitesse trouvée égale à $0^{m},34$ environ;

r le rayon du cercle de la surface liquide;

t le temps que l'onde met à franchir ce rayon, dans tous les cas;

m le nombre de vibrations doubles que fait la tige excitatrice, ou le nombre de chocs produits par l'appendice plongeur sur la surface liquide dans le temps t;

on aura le Tableau suivant :

Pour $r = V$ et $t = 1^s$	$m = 1 \ldots\ldots$	1 nodale à	$\frac{r}{2}$,
Pour $r = \frac{V}{2}$ et $t = \frac{1}{2}$	$m = 2 \ldots\ldots$	3 nodales à	$\frac{r}{4}$, $\frac{2r}{4}$, $\frac{3r}{4}$,
Pour $r = \frac{V}{3}$ et $t = \frac{1}{3}$	$m = 3 \ldots\ldots$	5 »	$\frac{r}{6}$, $\frac{2r}{6}$, $\frac{3r}{6}$, $\frac{4r}{6}$, $\frac{5r}{6}$,
Pour $r = \frac{V}{4}$ et $t = \frac{1}{4}$	$m = 4 \ldots\ldots$	7 »	$\frac{r}{8}$, $\frac{2r}{8}$, $\frac{3r}{8}$, $\frac{4r}{8}$, $\frac{5r}{8}$, $\frac{6r}{8}$, $\frac{7r}{8}$,
....	....	....	....,
Pour $r = \frac{V}{m}$ et $t = \frac{1}{m}$	$m = m \ldots\ldots$	$(2m - 1)$	$\frac{r}{2m}$, $\frac{2r}{2m}$, $\frac{3r}{2m}$, $\frac{4r}{2m}$, .., $\frac{(2m-2)r}{2m}$, $\frac{(2m-1)r}{2m}$.

On voit en outre, par ce Tableau, que si r n'est pas une fraction exacte de V, ou si m n'est pas un nombre entier, on aura des résultats intermédiaires aux précédents, plus ou moins complexes, qui se traduiront par des nodales plus ou moins nettes.

La première condition essentielle à réaliser, pour qu'il se forme des nodales fixes sur une surface liquide circulaire par le mode d'excitation employé dans nos expériences, c'est donc que l'onde superficielle parcoure la longueur du rayon pendant que la tige fait un nombre exact de vibrations; c'est-à-dire qu'il faut que m soit un nombre entier, quelconque d'ailleurs; condition qu'il sera toujours possible de remplir, car on peut toujours trouver une longueur de tige vibrante telle que le nombre de vibrations ou d'ondes produites, pendant le temps t que met une onde à parcourir le rayon, soit un nombre entier. On sera d'ailleurs averti de la réalisation de cette condition par la manifestation des nodales fixes et nettes, quel qu'en soit le nombre, ce qui dépend de la grandeur de m. Toutefois, il ne faut pas se dissimuler que cette circonstance est assez difficile à constater, surtout pour les vibrations un peu rapides.

Nous pouvons maintenant chercher la relation qui existe entre les internodales des liquides et les nombre de vibrations du moteur qui les produit.

Ces intervalles peuvent être déterminés de deux manières : 1° par le calcul, d'après les données et les relations précédentes; 2° par l'expérience directe, en les mesurant au compas sur la surface liquide en vibrations; ces deux procédés se serviront mutuellement de contrôle.

Avant de donner des exemples de ce contrôle et dans le but de déterminer la relation cherchée, il est nécessaire, pour éviter toute erreur d'appréciation, de parler d'un fait qui m'a embarrassé en jetant le trouble dans mes résultats d'expériences. Je crois devoir entrer, à cet égard, dans quelques explications.

L'emploi des tiges minces (ou plutôt des lames) d'acier de $0^m,0015$ d'épaisseur est justifié par l'amplitude des vibrations qu'elles produisent. La lenteur relative de leur mouvement oscillatoire est bien appropriée au genre d'expériences que nous réalisons. Mais ces lames ont un inconvénient grave : lorsqu'on les prend sur des longueurs dépassant $0^m,12$, il n'est plus possible d'évaluer exactement les sons véritablement fondamentaux qu'elles produisent. Cependant c'est ce mouvement vibratoire lent qui a été utilisé dans nos expériences. Comment trouver les nombres de vibrations correspondant à ces mouvements? Sans doute, la loi $\frac{n}{n'} = \frac{l'^2}{l^2}$ peut être invoquée en cette circonstance. Mais je l'ai dit ailleurs, il est très difficile de trouver des lames satisfaisant rigoureusement à cette loi; d'autre part, les harmoniques des lames ne correspondent pas à des longueurs simples. Il est préférable de s'en rapporter en cela à l'expérience.

J'ai donc cherché directement s'il existe une relation constante entre les nombres de vibrations de ces deux mouvements. Pour cela, j'ai pris des longueurs de lame vibrante variant de $0^m,08$ à $0^m,12$, capables de donner à la fois les deux sons les plus graves (le son fondamental et le premier harmonique); voici les résultats de ces expériences :

Sons fondamentaux perceptibles.	Premiers harmoniques.	Intervalles (en demi-tons).
Mi_2	Si_4	31
Ut_2	Sol_4	31
Sol_1	$Ré_4$	31
Mi_1 [1] .... >	Ut_4	32
$Ut^{\#}_1$	La_3	32

[1] Ces deux derniers sons n'ont pu être appréciés aussi exactement que les précédents, à cause de leur gravité difficilement saisissable.

On voit qu'il y a, en général, un intervalle de 31 demitons (plus de deux octaves et demie) entre le son fondamental et le premier harmonique correspondant; de sorte que la connaissance de ce dernier permettra, dans tous les cas, de calculer l'autre.

A l'aide des données précédentes, j'ai pu faire les courbes, pour ainsi dire parallèles, des deux séries de nombres de vibrations correspondant aux notes suivantes :

Premier harmonique.	Son fondamental.
Ut_4	Fa_1
Ut_2	Fa_{-2}
La_3	$Ré_1$
La_1	$Ré_{-2}$
Sol_3	Ut_1
Sol_1	Ut_{-2}
Fa_3	La_{-1}
Fa_1	La_{-3}
$Ré_3$	Sol_{-1}
$Ré_1$	Sol_{-3}

Nous pouvons maintenant passer à la vérification de la concordance entre les résultats théoriques et ceux que l'expérience fournit directement.

Rappelons que V désigne la vitesse constante de l'onde à la surface du liquide; r le rayon de cette surface; t le temps que l'onde met à parcourir ce rayon; N le nombre des nodales; i l'intervalle constant entre deux nodales consécutives d'un même système; m le nombre de vibrations de la tige dans le temps t; n le nombre de vibrations de la tige en une seconde.

On a d'abord la relation

$$t = \frac{r}{V},$$

constante pour toutes les expériences faites avec le même diamètre de vase; ici $r = 0^m,0525$ et, si $V = 0^m,335$ à $0^m,345$, t sera égal à $0^s,15$ environ.

D'autre part, nous avons été conduits par nos expériences à la formule

$$N = 2m - 1.$$

D'ailleurs, on a évidemment

$$i = \frac{r}{N} \quad \text{et} \quad n = \frac{m}{t}.$$

De là on en déduit la relation finale

$$(a) \qquad n = \frac{r + i}{2ti} = \frac{52.5 + i}{0,3i}.$$

Appliquons cette formule aux cas particuliers suivants :

1° L'expérience a donné

Pour Fa_{-2}...... $i = 4^{mm},3$

» Fa_1....... $i = 1^{mm},03$

En mettant dans la formule (a) successivement chacune de ces valeurs, on trouve

$$n = 44^{vib},031 \quad \text{et} \quad n' = 176^{vib},236,$$

quantités qui ne diffèrent des valeurs théoriques

$$43^{vib},157 \quad \text{et} \quad 172^{vib},629$$

que de

$$0^{vib},874 \quad \text{et} \quad 0^{vib},607.$$

La concordance est, comme on le voit, aussi exacte qu'on peut le souhaiter dans de telles circonstances expérimentales.

Si l'on calculait directement i et i' avec la formule

$$i = \frac{r}{2tn - 1}$$

tirée des précédentes, on aurait

$$i = 4^{mm},04 \quad \text{et} \quad i' = 1^{mm},03.$$

L'erreur maxima n'est que de $0^{mm},026$.

2° On a encore par expérience pour

$$Ré_{-2} \ldots\ldots \quad i = 5^{mm},3$$

et pour

$$Ré_1 \ldots\ldots \quad i' = 1^{mm},3$$

Substituant ces valeurs dans (a), on trouve

$n = 36^{vib},352$ au lieu de $36^{vib},290$ »
$n' = 145^{vib},163$ » $137^{vib},946$ (théorie)

3° De même pour

$$Ut_{-2} \ldots\ldots \quad i = 5^{mm},8$$
$$Ut_1 \ldots\ldots \quad i' = 1^{mm},4$$

et

$n = 33^{vib},505$ au lieu de $32^{vib},331$ »
$n' = 128^{vib},333$ » $129^{vib},329$ (théorie)

dont les différences sont

$$-1^{vib},174 \quad \text{et} \quad +0^{vib},993.$$

Et ainsi des autres.

Or les nombres de vibrations correspondant aux notes Fa_{-2} et Fa_1 d'une part, Ut_{-2} et Ut_1 ou $Ré_{-2}$ et $Ré_1$ de l'autre sont entre eux dans le rapport de 1 à 4; tandis que les nombres qui représentent les valeurs des intervalles correspondants sont, au contraire, dans le rapport de

4 à 1 ; donc, en général, on a

$$\frac{i}{i'} = \frac{n'}{n};$$

c'est-à-dire que *les distances internodales sont inversement proportionnelles aux nombres de vibrations correspondants;* c'est ce que montre le Tableau suivant, qui résume toutes nos expériences sur ce point :

Rapports des internodales aux nombres de vibrations.

	HAUTEUR des sons.	INTER-NODALES i.	NOMBRES de vibrations n.	HAUTEUR des sons.	INTER-NODALES i'.	NOMBRES de vibrations n'.	$\frac{i}{i'}$.	$\frac{n'}{n}$.
Expérience......		mm 4,25	vib 44,509		mm 1,04	vib 171,602	4,08	3,85
Théorie.........	Fa_{-2}	4,04	43,157	Fa_1	1,03	172,629	3,92	4,00
Différence.......		+ 0,21	+ 1,352		+ 0,01	— 1,027	+ 0,16	— 0,15
Expérience......		4,25	44,509		1,05	170,000	4,04	3,82
Théorie.........	Fa_{-2} (*)	4,04	43,157	Fa_1	1,03	172,629	3,92	4
Différence.......		+ 0,21	+ 1,352		+ 0,02	— 2,629	+ 0,12	— 0,18
Expérience......		4,30	44,031		1,05	170,000	4,09	3,86
Théorie.........	Fa_{-2} (*)	4,04	43,157	Fa_1	1,03	172,629	3,92	4
Différence.......		+ 0,26	+ 0,873		+ 0,02	— 2,629	+ 0,17	— 0,14
Expérience......		5,20	36,987		1,25	143,333	4,16	3,87
Théorie.........	$Ré_{-2}$	5,31	36,290	$Ré_1$	1,23	145,163	4,31	4
Différence.......		— 0,11	+ 0,697		+ 0,02	+ 1,833	— 0,15	— 0,13

	Note			Note				
Expérience......	$Ré_{-2}$ (*)	5,3	36,352	$Ré_1$	1,3	137,946	4,07	3,79
Théorie.........		5,31	36,290		1,23	145,163	4,31	4
Différence.......		— 0,01	+ 0,062		+ 0,27	— 7,217	— 0,24	— 0,21
Expérience......	Ut_{-2}	5,8	33,505	Ut_1	1,4	128,333	4,14	3,833
Théorie.........		6,03	32,331		1,39	129,326	4,33	4
Différence.......		— 0,23	+ 1,174		+ 0,01	— 0,993	— 0,19	— 0,167
Expérience......	La^{*}_{-3}	6,8	29,068	La^{*}_{-1}	1,6	112,708	4,25	3,88
Théorie.........		6,87	28,804		1,54	115,216	4,34	4
Différence.......		— 0,07	+ 0,264		+ 0,04	— 2,508	— 0,09	— 0,12
Expérience......	Sol_{-3}	8,4	24,166	Sol_{-1}	1,9	95,439	4,41	3,94
Théorie.........		8,37	24,221		1,87	96,885	4,47	4
Différence.......		+ 0,03	— 0,055		+ 0,13	— 1,446	— 0,06	— 0,06

(*) Ces exemples des mêmes notes ont été relatés pour montrer qu'une erreur de $0^{mm},1$ dans la valeur de i, ou de $0^{mm},2$ dans celle de i', produit des différences très sensibles dans les nombres de vibrations et dans les rapports $\frac{i}{i'}$ et $\frac{n'}{n}$.

Dans un Mémoire sur les *Vibrations des nappes liquides* [1] (*Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. I, p. 108 (1874), M. Barthélemy a formulé les deux lois suivantes, avec lesquelles mes expériences sont en parfaite concordance :

1° *La largeur des ondulations est en raison inverse du nombre de vibrations.*

2° *La distance de deux raies correspondant à un même son du diapason est indépendante de la densité du liquide.*

J'ai vérifié pareillement cette dernière loi sur l'eau et sur le mercure, au moyen de ma tige vibrante et en mesurant au compas une des internodales moyennes. Si l'on voulait ici évaluer la grandeur de ces intervalles par le nombre des ondes fixes, il y aurait souvent indécision, parce que les nodales périphériques sont peu marquées.

Je ferai une remarque générale au sujet de la reproduction des nodales. Elle peut avoir lieu non seulement quand la tige vibrante plonge dans le liquide, mais même quand elle ne le touche nullement, pourvu que le vase contenant le liquide soit placé sur le support de la tige [2]. Le phénomène est d'autant plus marqué que l'amplitude des vibrations est plus grande. Ici, le mouvement ondulatoire, au lieu de naître du centre par les chocs de la tige sur le liquide, part au contraire du bord du vase pour se propager vers le centre.

Tout ce qui précède nous montre qu'il y a de grandes analogies entre les formes vibratoires des surfaces pelliculaires et celles des surfaces liquides circulaires.

Une autre conséquence se déduit de nos expériences : c'est que la forme des ondes multiples d'un liquide, ébranlé

---

[1] C'est en plaçant le vase contenant le liquide sur la caisse d'un lourd diapason en vibration que l'ébranlement du liquide était produit.

[2] Comme dans le mode d'ébranlement employé par M. Barthélemy,

en un point de sa surface, peut donner une idée des formes sphériques vibratoires des liquides dans leur masse, ou de l'air dans les phénomènes sonores, et peut-être de celles de l'éther dans les phénomènes lumineux et électriques.

Résumé. — Il y a entre les formes vibratoires des surfaces liquides circulaires et les pellicules savonneuses de même diamètre les plus grandes analogies :

Même mode d'excitation et d'observation, mêmes systèmes des nodales. L'appréciation des distances internodales présente des difficultés de même ordre, plus grandes encore ici, à cause de la petitesse de ces intervalles; car, pour une même vitesse du moteur, les distances de deux ondes consécutives sont environ *six fois plus petites* pour les surfaces liquides que pour les pellicules. Les lois des formes vibratoires sont les mêmes : *les largeurs des internodales sont inversement proportionnelles aux nombres de vibrations*. Enfin, il est facile de produire ici, comme sur les pellicules, des nodales harmoniques simultanées.

D'UNE MODIFICATION DU MICROPHONE DE WHEATSTONE ET DE LA POSSIBILITÉ D'APPLIQUER CET INSTRUMENT A DES RECHERCHES RADIOPHONIQUES;

PAR M. A. GRAHAM BELL.

Mémoire lu devant la *Philosophical Society* de Washington, le 11 juin 1881.

En août 1880, j'appelais l'attention sur ce fait que de minces disques ou diaphragmes de diverses natures deviennent sonores quand on les expose à l'action d'un rayon intermittent de lumière solaire, et j'exprimais l'idée que les sons étaient dus à des perturbations moléculaires pro-

duites dans la substance composant le diaphragme [1]. Peu de temps après, lord Raleigh entreprit des recherches mathématiques sur ce sujet et arriva à conclure que les effets acoustiques étaient causés par la torsion des plaques sous l'influence d'un échauffement inégal [2]. Cette explication a été récemment contestée par M. Preece [3]. Tout en reconnaissant que le rayon intermittent peut provoquer des vibrations dans les disques, il a émis l'opinion que les sons perçus ne sont pas causés par des vibrations de ce genre. Selon lui, les perturbations aériennes qui produisent le son surgissent spontanément dans l'air lui-même par une soudaine expansion due à la chaleur que cède le diaphragme, chaque accroissement de chaleur donnant lieu à une nouvelle poussée d'air. M. Preece fut conduit à rejeter l'explication de lord Raleigh, parce que des expériences entreprises pour contrôler la théorie n'avaient pas réussi. Il fut ainsi forcé, par l'insuffisance supposée de l'explication, à rechercher dans quelque autre direction la cause du phénomène observé, et, en conséquence, il adopta l'ingénieuse hypothèse à laquelle j'ai fait allusion plus haut. Mais les expériences qui n'avaient pas réussi entre les mains de M. Preece réussirent parfaitement quand elles furent répétées en Amérique dans de meilleures conditions expérimentales, et la nécessité supposée d'une autre hypothèse disparut aussitôt. J'ai montré, dans un récent Mémoire, lu devant la *National Academy of Science* [4], que les sons perceptibles résultent de l'expansion et de la contraction de la matière exposée au rayon, que le diaphragme entre réellement en vibration et que ses mouvements de va-et-vient sont capables de produire des sons.

---

(1) *Ann. Ass. for advancement of Science*, 27 août 1880.

(2) *Nature*, t. XXIII, p. 274.

(3) *Royal Society*, 10 mars 1880.

(4) 21 avril 1881.

J'ai pensé que si M. Preece n'avait pas su découvrir avec un microphone délicat les vibrations sonores qui étaient si facilement observées dans nos expériences, on pouvait expliquer cet échec en supposant que M. Preece avait employé la forme ordinaire du microphone de Hughes, représentée par la *fig.* 1, et que l'aire de vibration était

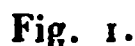
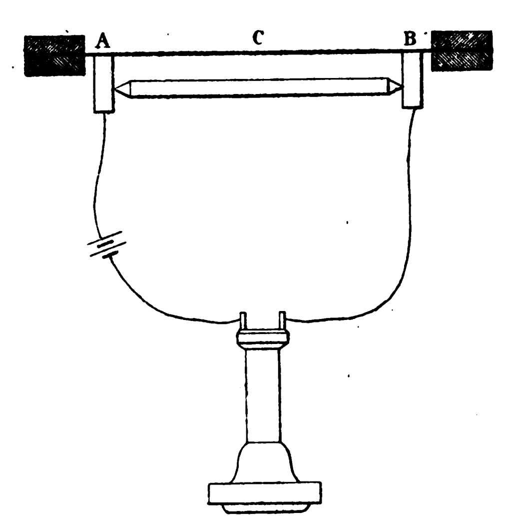


Fig. 1.



AB, supports en charbon. — C, diaphragme.

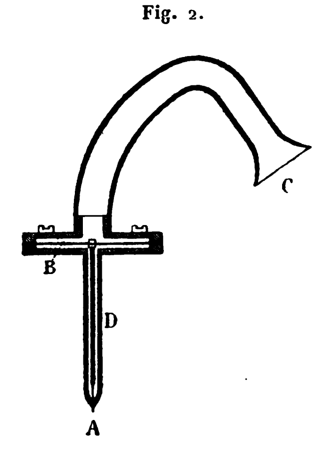
restreinte à la portion centrale du disque. Dans de telles circonstances, il pouvait aisément arriver que les deux supports A, B du microphone touchassent des portions du diaphragme qui étaient pratiquement au repos. Il était évidemment intéressant de rechercher si la vibration se localisait comme je l'avais supposé, et il m'est très agréable de vous montrer, ce soir, les appareils au moyen desquels ce point a été examiné (voir *fig.* 2).

L'instrument est une modification de la forme de microphone imaginée en 1827 par feu Sir Charles Wheatstone, et il consiste essentiellement en un fil métallique

rigide A, dont un bout est solidement implanté au centre d'un diaphragme métallique B.

Dans la disposition originale de Wheatstone, on appliquait le diaphragme directement à l'oreille et l'on appuyait l'extrémité libre du fil contre quelque corps sonore, une montre, par exemple. Dans la présente disposition, le diaphragme est serré à la circonférence comme un dia-

Fig. 2.



A, fil métallique rigide. — B, diaphragme. — C, tube auditif.
D, manche perforé.

phragme de téléphone, et les sons parviennent à l'oreille par l'intermédiaire d'un tube auditif C en caoutchouc. Le fil traverse le manche perforé D et il n'est libre qu'à l'extrémité. Lorsque la pointe A reposait contre le centre d'un diaphragme sur lequel on concentrait des rayons solaires intermittents, on percevait un son musical clair en appliquant l'oreille au tube auditif C. La surface du diaphragme était alors explorée avec la pointe du microphone; on percevait des sons dans toutes les parties de l'aire illuminée et dans l'aire correspondante, de l'autre côté du diaphragme. Au delà de cette aire, des deux côtés du diaphragme, les sons deviennent de plus en plus faibles; à

une certaine distance du centre, on ne pouvait plus les percevoir.

On n'entendait aucun son aux pointes où on placerait naturellement les supports d'un microphone de Hughes. Nous ne parvînmes pas davantage à constater le moindre effet acoustique lorsque la pointe du microphone était appuyée contre le support auquel le diaphragme était attaché. Les résultats négatifs obtenus en Europe par M. Preece peuvent donc être conciliés avec les résultats positifs obtenus en Amérique.

La localisation des vibrations a été démontrée d'une manière encore plus curieuse dans le cas d'une grande masse métallique. Des rayons intermittents de lumière solaire étaient concentrés sur un poids de laiton (1^{kg}), et la surface du poids était alors explorée avec le microphone représenté *fig.* 2. On entendait un son faible, mais distinct, en touchant la surface à l'intérieur de l'aire illuminée et à une courte distance au delà, mais non ailleurs.

Dans cette expérience comme dans le cas de diaphragme mince, le contact absolu entre la pointe du microphone était nécessaire pour obtenir des effets perceptibles. Maintenant, je ne prétends pas dire que des ondes sonores puissent prendre naissance de la manière suggérée par M. Preece, mais nos expériences ont démontré, je pense, que le genre d'action décrit par lord Raleigh se produit réellement et qu'il est suffisant pour rendre compte des effets acoustiques constatés.

SUR LES CHALEURS DÉGAGÉES DANS LA COMBUSTION DE QUELQUES SUBSTANCES DE LA SÉRIE GRASSE SATURÉE;

PAR M. W. LOUGUININE.

1. L'étude de l'acide capronique était intéressante à faire, vu que sa formule brute est polymérique de celle de l'alcool allylique et de l'acétone. La chaleur de combustion, calculée suivant l'équation

$$C^6H^{12}O^2 \text{ liquide} + 16O \text{gaz} = 6CO^2 \text{gaz} + 6H^2O \text{ liquide},$$

a été, pour 1^{gr} de substance brûlée,

$$\left.\begin{array}{r} 7144^{cal},9 \\ 7191,6 \\ 7134,4 \end{array}\right\} \text{ moyenne, } 7156^{cal},97,$$

nombre supérieur de plus de 2 pour 100 à celui que l'on a tiré pour cet acide de la Table donnée par Favre et Silbermann dans leur Mémoire sur les chaleurs de combustion. C'est la première fois qu'une différence aussi considérable se présente entre mes résultats et ceux de mes éminents prédécesseurs. Étant convaincu de la pureté de la substance employée et de la précision de mes méthodes, je crois pouvoir maintenir le nombre tiré de mes expériences, ce qui donne pour la molécule en grammes de cet acide une chaleur de combustion égale à 830209^{cal}. Ce nombre est inférieur de 57091^{cal} à la chaleur de combustion de 2^{mol} d'alcool allylique, d'où il suit que dans la formation de la molécule d'acide il a été dégagé plus de chaleur. La combustion de 2^{mol} d'acétone dégage 847148^{cal}, nombre beaucoup plus voisin de celui que l'on trouve pour l'acide.

2. J'ai déterminé la chaleur de combustion de l'alcool caprylique (point d'ébullition, $179^{\circ},5$), dans le but de

vérifier la Table donnée par Favre et Silbermann pour les chaleurs de combustion des alcools gras que je tenais à contrôler, vu le désaccord qui s'était présenté entre mes expériences et celles de ces auteurs dans le cas de l'acide capronique; je tenais de plus à comparer les chaleurs de combustion des alcools de la série grasse et de la série allylique et, pour le faire d'une manière plus complète, je voulais déterminer la chaleur de combustion de l'alcool caprylique.

$$C^8H^{18}O \text{ liquide} + 24 O \text{ gaz} = 8CO^2 \text{ gaz} + 9H^2O \text{ liquide}$$

m'ont donné, pour 1gr de substance brûlée,

$$\left.\begin{array}{r} 9677^{cal},44 \\ 9717,59 \\ 9730,56 \end{array}\right\} \text{moyenne, } 9708^{cal},53.$$

Favre et Silbermann donnent pour la chaleur de combustion de cet alcool 9680cal, nombre différant de moins de $\frac{1}{3}$ pour 100 de celui que j'ai trouvé. Dans ce cas, ainsi que dans toutes les comparaisons précédentes, les chaleurs de combustion des alcools gras saturés, il y a concordance entre mes résultats et ceux donnés par Favre et Silbermann. La chaleur de combustion de l'alcool caprylique sera pour la molécule en grammes, d'après mes expériences, 1262105cal.

Les différences entre les chaleurs de combustion des deux séries d'alcool seront :

	cal	
Entre C^3H^8O........	480313	différence, 37663cal.
Et C^3H^6O....	442650	
Entre $C^4H^{10}O$.......	636706	différence, 36578cal.
Et C^4H^8O..........	600128	
Entre $C^5H^{12}O$.......	793923	différence, 40709cal.
Et $C^5H^{10}O$..........	753214	
Entre $C^6H^{18}O$......	1262105	différence, 32065cal.
Et $C^6H^{16}O$.........	1230040	

Les nombres ainsi obtenus sont assez voisins entre eux, surtout si l'on considère qu'ils représentent la différence de nombres égaux à plusieurs centaines de mille calories. On peut, je crois, affirmer que la différence entre les chaleurs de combustion des alcools de la série saturée et de la série allylique qui en diffère par 2H en moins est à peu près de 36800^cal, c'est-à-dire très voisine de la moitié de la chaleur de combustion de ces 2H.

3. La chaleur de combustion du triméthylcarbinol $(CH^3)^3COH$, isomère solide de l'alcool isobutylique que j'ai déjà étudié, a été déterminée sur deux échantillons, dont l'un m'a été donné par M. Menschutkine et l'autre soigneusement desséché et purifié par moi. La chaleur de combustion, calculée suivant l'équation

$$C^4H^{10}O \text{ solide} + 12O \text{ gaz} = 4CO^2 \text{gaz} + 5H^2O \text{ liquide},$$

a été

	cal
Premier échantillon, par gramme....	8563,5
	8519,7
Second échantillon, par gramme	8557,6
	8565,4

Moyenne générale des quatre expériences, 8551^cal,6, et pour 1^mol en grammes 632818^cal.

Ce nombre doit être corrigé de la chaleur de fusion du triméthylcarbinol solide; néanmoins, même ainsi modifié, il sera toujours fort voisin de celui que j'ai trouvé pour la chaleur de combustion de l'alcool isobutylique (636706^cal) et de celui de la Table de Favre et Silbermann pour l'alcool butylique (633440^cal).

En admettant, par exemple, que la chaleur de fusion de cet alcool soit égale à 29^cal,2 par gramme, nombre trouvé par Favre et Silbermann pour l'éthal, on trouve la chaleur de combustion du triméthylcarbinol liquide égale à 634979^cal. On peut donc encore une fois affirmer, dans ce

cas, que les isomères de mêmes fonctions chimiques ont des chaleurs de combustion fort rapprochées. Il est à observer que, dans les cas que j'ai étudiés, les théories chimiques actuellement en vogue admettent que les atomes sont reliés dans la molécule par le même nombre et les mêmes espèces d'affinités et que dans ces cas l'isomérie est le résultat d'une différence de groupement des atomes tel que rien n'est changé à ces affinités. On peut voir dans ce fait la cause de l'identité des chaleurs de combustion et de formation de ces isomères. Il en est autrement dans les cas des isomères de fonctions chimiques différentes.

Ici le nombre et le caractère des affinités reliant les atomes dans les molécules varient d'une substance à l'autre; c'est à ces différences dans les affinités que peuvent correspondre des différences dans les chaleurs de combustion et de formation. Je crois que cet essai de se rendre compte de faits observés, tout hypothétique que je doive le reconnaître, pourrait être provisoirement admis, quitte à tomber plus tard devant une étude plus approfondie.

4. Le pinakone, glycol tertiaire, a été étudié par moi, dans le but de compléter les recherches que j'ai déjà publiées sur les glycols. La chaleur de combustion de cette substance, calculée suivant l'équation

$$C^6H^{14}O^2 \text{ solide} + 17\,O \text{ gaz} = 6\,CO^2 \text{ gaz} + 7\,H^2O \text{ liquide},$$

a été trouvée, pour 1^{gr},

$$\left.\begin{array}{r} 7602{,}5^{cal} \\ 7597{,}9 \\ 7619{,}5 \\ 7610{,}6 \end{array}\right\} \text{moyenne, } 7607^{cal}{,}6.$$

et pour 1^{mol} en grammes $897\,697^{cal}$.

Ce nombre doit être augmenté de la chaleur de fusion du pinakone, quantité que je compte déterminer pour une série de substances organiques dans un travail spécial. La différence entre les chaleurs de combustion des glycols éthylénique (283 293^{cal}) et isopropylénique (436 240^{cal}) donne dans la série homologue des glycols, une différence de 152 947^{cal} pour CH^2. La chaleur de combustion du pinakone, calculée d'après cette différence, devrait être égale à 895 081^{cal}, moindre que le nombre pour le pinakone que donnent mes expériences, corrigé de la chaleur de fusion de cette substance. En admettant que la chaleur de fusion soit voisine de celle que Favre et Silbermann ont trouvée pour l'éthal (29^{cal},2 par gramme), la chaleur de combustion du pinakone supposé liquide deviendrait égale à 901 143^{cal}. Mais, même ainsi corrigée, la différence entre les deux nombres tombe dans la limite d'erreur des expériences de ce genre.

L'ACIDE BORIQUE.

EXISTENCE DE L'ACIDE BORIQUE EN QUANTITÉ NOTABLE DANS LES LACS SALÉS DE LA PÉRIODE MODERNE ET DANS LES EAUX SALINES NATURELLES, QU'ELLES SOIENT OU NON EN RELATION AVEC DES PRODUITS ÉRUPTIFS;

PAR M. DIEULAFAIT,
Professeur à la Faculté des Sciences de Marseille.

DEUXIÈME MÉMOIRE.

Dans mon Mémoire sur l'origine et le mode de formation de l'acide borique, publié il y a quatre ans [1], je me suis surtout proposé de bien formuler la conception générale qui servait de base à mes recherches, de signaler les principales conséquences des hypothèses qui me guidaient, et, comme première vérification, d'étudier un petit nombre de cas particuliers parfaitement limités.

Depuis quatre ans j'ai réuni un grand nombre de documents que je ne possédais pas en 1877 et j'ai étendu considérablement le cercle de mes observations géologiques sur le terrain. Ces nouvelles recherches vérifient non seulement les inductions de mon premier Mémoire, mais elles me permettent, sans sortir du domaine rigoureux des faits géologico-chimiques, de donner à la question une portée théorique bien plus étendue et une vérification expérimentale beaucoup plus complète que je n'avais pu le faire en 1877.

Avant d'exposer les faits nouveaux que j'ai découverts et les conséquences qui en résultent, je dois :

1° Préciser plus que je ne l'ai fait en 1877 la méthode

---

[1] *Ann. de Chim. et de Phys.*; 1877.

qui me permet de réunir dans un faible produit insoluble la plus grande partie de l'acide borique diffusé à l'état de faibles traces au sein d'une masse considérable de liquide;

2° Revenir sur les moyens que j'ai mis en œuvre pour reconnaître et pour doser l'acide borique.

Méthode de séparation et de concentration. — J'ai exposé, dans mon Mémoire de 1877, par quel ordre d'idées j'avais été conduit à tenter d'isoler l'acide borique des eaux mères des marais salants, en le fixant à l'aide de la magnésie caustique, dont je déterminais la formation au sein du résidu, en décomposant par la chaleur le chlorure de magnésium dont il était imprégné. Les nombreuses recherches que j'ai faites depuis quatre ans m'ont montré que le procédé par la magnésie est bien supérieur aux procédés ordinaires, au double point de vue de la sensibilité et de la régularité des résultats. Voici la marche à laquelle je me suis provisoirement arrêté. Si le liquide dans lequel on veut rechercher l'acide borique n'est pas neutre, on l'amène à cet état avec du carbonate de soude ou de l'acide chlorhydrique, puis on l'additionne de chlorure de magnésium en quantités très variables, suivant la proportion des sels en dissolution, mais sans jamais dépasser, dans les cas ordinaires, 1^{gr} par litre de liquide salin. Il est élémentaire que si le liquide renfermait déjà du chlorure de magnésium, on n'en ajouterait pas : c'est, on le sait, le cas pour les eaux mères et pour la presque totalité des eaux minérales salines.

Le liquide salin ainsi préparé est évaporé à siccité et le résidu chauffé de manière à décomposer le chlorure de magnésium. On ajoute alors de l'eau pour redissoudre les sels restés solubles, et on isole la magnésie insoluble. Or, cette magnésie retient en combinaison une grande partie de l'acide borique existant dans le liquide primitif [1].

---

[1] Je me suis assuré, à l'aide d'expériences rigoureuses qui seront pu-

Reconnaissance et dosage de l'acide borique. — J'ai dit en 1877 que la flamme de l'alcool et la réaction du curcuma devaient être complètement rejetées quand il s'agissait d'affirmer l'existence de très petites quantités d'acide borique. Le très grand nombre d'essais que j'ai exécutés depuis quatre ans n'ont fait que confirmer la vérité de cette conclusion. Pour reconnaître l'acide borique, et même pour le doser, quand il est en très faibles quantités, il n'y a, à l'heure actuelle, que deux méthodes à employer, celle de la *flamme de l'hydrogène* et *l'analyse spectrale.*

Méthode de la flamme de l'hydrogène.— J'ai exposé, dans mon Mémoire de 1877, le mode opératoire que j'avais suivi dans l'emploi de cette méthode. Depuis quatre ans, je l'ai appliquée à des milliers de produits de nature et de provenances les plus diverses. Non seulement ce procédé m'a permis de reconnaître l'acide borique avec la plus grande rapidité, mais c'est un procédé d'analyse *quantitative* sur lequel on peut parfaitement compter dans la limite du *cent-millième ;* en effet, si une goutte d'un liquide naturel ou provenant d'un traitement quelconque renferme une proportion de bore s'élevant seulement à $0^{gr},00001$, la flamme de l'hydrogène prendra une teinte verte bien manifeste pendant au moins quatre ou cinq secondes. Si la coloration est très accentuée, si surtout elle se prolonge pendant un temps notable, la quantité de bore est supérieure à $0^{gr},00001$. Dans ce cas, on étend le liquide primitif avec de l'eau, et, par des essais successifs systématiquement exécutés, on arrive très facilement à produire, pendant quatre ou cinq secondes, la coloration verte, faible mais nette, correspondant à $0^{gr},00001$ de bore. En

bliées ailleurs : 1° que la magnésie caustique ajoutée en nature au liquide ne pouvait, en aucune façon, être substituée au chlorure de magnésium; 2° que la proportion d'acide borique qui s'échappe à la fin de l'expérience, quand l'atmosphère du récipient devient très acide, n'est jamais qu'une très minime fraction de celle qui existe dans le résidu.

multipliant ce dernier nombre par le rapport $\frac{V'}{V}$ (V = vol. primitif, V′ = vol. additionné d'eau), on a la quantité de bore contenue dans une goutte du liquide initial.

Analyse spectrale. — La méthode précédente n'a de valeur que dans le cas où l'on a la certitude que la matière colorant la flamme est bien de l'acide borique; or, cette certitude ne peut être donnée que par l'analyse spectrale. Le très grand nombre de déterminations que j'ai exécutées depuis quatre ans à l'aide de cette méthode n'ont fait que confirmer d'une façon complète tous les résultats déjà formulés dans mon Mémoire de 1877.

PREMIÈRE PARTIE.

ACIDE BORIQUE DANS LES LACS SALÉS DE LA PÉRIODE MODERNE.

Mon Mémoire de 1877 se terminait par la conclusion suivante :

« Les substances salines en amas et toutes celles qui existent dans les lacs salés de la période actuelle viennent, directement ou par voie de redissolution, des eaux des océans : toutes, dès lors, renferment nécessairement de l'acide borique. Je signale cette conclusion aux explorateurs des régions salifères et tout particulièrement aux explorateurs de l'Afrique française. »

Moins d'un an après la publication de mon Mémoire, M. Durwell découvrit l'acide borique en Algérie, exactement dans les conditions prévues.

« M. Durwell envoie, pour prendre date, une Note faisant connaître la présence de l'acide borique dans l'eau des lacs salés de l'Algérie et dans des sédiments provenant évidemment de l'existence d'anciennes mers. Ce fait vient à l'appui de l'hypothèse émise récemment par M. Dieulafait relative à l'existence de l'acide borique dans toutes

les eaux de mer, etc. » (*Bull. de la Société chimique*, t. XXIX, p. 481).

J'ai pu moi-même, depuis trois ans, examiner plusieurs produits salins de l'Algérie, et, d'une manière toute spéciale, trois eaux salées de la région de Biskra :

1° Eau de Chetma ;

2° Eau de la Fontaine chaude ;

3° Eau du lac.

La première est située à environ 15^{km} de Biskra, dans la direction de l'Est ; la deuxième, à 6^{km}, dans la direction de l'Ouest ; et la troisième, à 500^{m} ou 600^{m} au nord de la précédente. L'eau de la Fontaine chaude coule constamment ; sa température est de 45°. L'eau de Chetma est une eau dormante ; sa température est de 23°. L'eau du lac est une eau dormante comme celle de Chetma : cette eau est froide. — Au point de vue de la composition et de la quantité des substances salines tenues en dissolution, ces trois sources diffèrent énormément. Ainsi, pour ne citer que le chlore, l'eau du lac en renferme $24^{gr},49$ par litre, l'eau de la Fontaine chaude $3^{gr},86$, et l'eau de Chetma $0^{gr},78$, le tout à l'état de chlorure, bien entendu.

Ces trois eaux renferment de l'acide borique en quantités notables, mais en proportions bien différentes.

Eau de Chetma. — J'ai évaporé dans une petite capsule de platine 50^{cc} d'eau et j'ai chauffé le résidu de manière à décomposer le chlorure de magnésium que cette eau tient en dissolution à l'état normal. Le résidu a été additionné de 20^{cc} d'eau pure et le tout versé dans un petit tube d'essai qu'on a abandonné pendant trois heures dans une position bien verticale. Une petite portion insoluble s'est réunie au fond du tube : elle a été isolée par l'enlèvement de la partie liquide à l'aide d'un siphon à goutte, et transportée par l'addition de quelques centimètres cubes d'eau dans une très petite capsule en platine où elle a été desséchée. Ce résidu a été divisé, à l'aide d'une petite spatule en

platine, en quatre parties sensiblement égales; l'une de ces parties, additionnée d'un petit excès d'acide sulfurique, a donné d'une façon très nette la coloration verte caractéristique dans la flamme de l'hydrogène; deux autres parties, c'est-à-dire le résidu correspondant à 25^{cc} d'eau, ont donné d'une façon très accentuée le spectre de l'acide borique. Je n'étais certainement pas à la limite inférieure de la réaction.

Eau de la Fontaine chaude. — Le résidu de 20^{cc} traités comme ci-dessus a été divisé en quatre parties égales. L'une de ces parties a pu colorer cinq fois en vert la flamme de l'hydrogène, et une autre faire apparaître le spectre de l'acide borique d'une façon tout à fait caractérisée.

Eau du lac. — Pour reconnaître l'acide borique dans l'eau du lac de Biskra, il n'est pas nécessaire d'avoir recours à une évaporation et à une séparation préalables : il suffit de réunir sur le fil de platine quelques centigrammes du résidu brut, d'y ajouter une trace d'acide sulfurique, pour voir apparaître la coloration verte de la flamme de l'hydrogène. Au point de vue pratique, il suffit de $0^{cc},5$ de cette eau pour obtenir le spectre bien caractérisé de l'acide borique.

Efflorescences salines. — En un grand nombre de points de l'Algérie, dans la région de Biskra en particulier, le sol pendant l'été se couvre d'efflorescences salines; elles renferment de l'acide borique : je montrerai prochainement dans quelles limites scientifiques et industrielles.

DEUXIÈME PARTIE.

ACIDE BORIQUE DANS LES EAUX SALINES NATURELLES.

J'ai démontré, en 1877, que l'acide borique se concentrait en quantité notable dans les dernières eaux mères

des marais salants de la période moderne. D'un autre côté, toutes les observations géologiques que je réunis depuis près de vingt ans sur les régions salifères des Alpes, du midi de la France et des Pyrénées, n'ont pas cessé de fournir des arguments en faveur de la probabilité de plus en plus grande de cette idée que les substances salines des terrains salifères n'ont pas d'autre origine que l'évaporation des anciennes mers ; enfin, des recherches de l'ordre exclusivement géologique m'ont conduit récemment [1] à formuler cette loi générale, que toutes les eaux minérales salines empruntaient leurs principes minéralisateurs à des dépôts salifères, ayant l'origine qui vient d'être indiquée.

Du rapprochement de ces trois données ressort une conséquence absolument nécessaire : c'est que, si les deux dernières sont vraies comme la première, toutes les eaux salines doivent renfermer de l'acide borique. J'ai soumis cette conclusion au contrôle de la vérification chimique ; mais, pour le faire de manière à résoudre tous les points de premier ordre, quitte à reprendre plus tard chacun d'eux en détail, j'ai dû, comme dans mes études antérieures, demander mon cadre de recherches à la Géologie.

Au point de vue purement géologique, les substances salines se montrent dans quatre conditions très différentes :

1° Elles sont en relation avec des roches éruptives incontestables et avec des restes de manifestations volcaniques, sur la nature desquelles il ne peut exister aucune espèce de doute. *Exemple :* la Toscane.

2° Elles sont en relation avec des roches que les géologues, en général, considèrent encore comme des roches éruptives, tout en admettant pour elles un mode de formation différent de celui des roches volcaniques. Ces roches appartiennent au vaste et complexe ensemble des serpentines, des ophites, etc. De plus, ces roches sont accompa-

[1] *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* 1881.

gnées de dégagements gazeux qui n'existent généralement que dans les régions volcaniques. *Exemple :* l'Engadine.

3° Elles sont en relation avec des roches serpentineuses et ophitiques absolument identiques à celles de la division précédente, mais sans aucun dégagement gazeux et sans que rien rappelle de près ou de loin la moindre trace de manifestation volcanique. *Exemple :* les Pyrénées.

4° Enfin, et c'est là le cas le plus général et de beaucoup le plus important à tous les points de vue, les substances salines sont intercalées dans des terrains presque toujours calcaires, le plus souvent très bien stratifiés et loin de toute espèce de roches ou de manifestations éruptives quelconques, en prenant ce mot dans sa plus complète extension, c'est-à-dire en considérant les serpentines et les ophites comme se rattachant aux roches éruptives.

Dans les quatre Chapitres suivants nous allons examiner, au point de vue de l'acide borique, ces quatre manières d'être des dépôts salifères.

CHAPITRE I.

TERRAINS SALIFÈRES ENCORE AUJOURD'HUI EN RELATION AVEC LES MANIFESTATIONS VOLCANIQUES.

Ces terrains, dont le type européen le mieux caractérisé est en Toscane, ont de tout temps frappé l'imagination des hommes par la singularité et souvent la grandeur des manifestations qu'ils présentent. C'est certainement à leur existence qu'est due surtout cette idée que les substances salines sont d'origine volcanique, qu'elles viennent des profondeurs du globe et qu'elles n'ont aucun rapport comme âge avec les terrains au contact desquels on les trouve aujourd'hui. C'est à l'existence de l'acide borique, dans la région volcanique de la Toscane, qu'est due cette théorie admise par tous les savants, géologues et chimistes, que l'acide borique est un produit volcanique; et, quand

je dis *théorie*, ce n'est pas suffisant, c'est *axiome indiscutable* qu'il faudrait écrire; partout, en effet, où l'on a constaté l'existence de l'acide borique, on ne s'est jamais demandé d'où il venait, on a immédiatement cherché dans son voisinage la preuve des manifestations volcaniques à la faveur desquelles il était arrivé des profondeurs du globe. Il est vrai qu'on ne les a pas toujours trouvées ces preuves, mais alors on n'a pas hésité à supposer quand même leur existence. Ainsi, on a rencontré dans la partie supérieure du colossal gisement de Stassfurth des petits lits de borate de magnésie; or, ni l'absence complète de tout indice de manifestations éruptives dans la région de Stassfurth, ni le fait d'une stratification absolument régulière dans toutes les parties connues de l'immense gisement, ni la position de la boracite *à la partie supérieure* du dépôt n'ont pu prévaloir contre l'entraînement de l'idée régnante; les ingénieurs et les géologues allemands, malgré leur haute valeur et leur grande expérience, n'ont pas même eu l'idée de s'y soustraire : ils ont admis que l'acide borique avait été apporté à la partie supérieure du gisement par les forces et les agents volcaniques ([1]).

J'ai montré, dans mon Mémoire de 1877, que l'acide borique était un élément normal de l'eau des mers, qu'il y existait en quantité notable, et, fait complètement imprévu ([2]), que cet acide borique se concentrait dans les dernières eaux mères avec les sels déliquescents. L'existence de l'acide borique à Stassfurth et la place qu'il occupe dans la série des sels déposés devenaient donc des

---

([1]) *Voir*, en particulier, 1° le Mémoire si remarquable de M. Bischof, traduit dans ces *Annales*, 4e série, t. V, notamment p. 322 et 323; 2° le beau Mémoire de M. Fuchs, *Annales des Mines*, 6e série, t. VIII.

([2]) Le borate de magnésie étant presque insoluble dans l'eau, s'il s'était trouvé en dissolution lors de la formation du gisement, *il aurait dû se déposer dans les couches inférieures* et non *à la partie supérieure* où seulement on le rencontre aujourd'hui (Bischof, *loc. cit.*, p. 322).

faits naturels, rigoureusement conformes à ceux qui se passent dans les marais salants de la période moderne, où l'acide borique se concentre peu à peu sous l'influence seule de l'évaporation et sans que rien, dans son origine ou son accumulation, se rattache, de si loin qu'on le voudra, aux phénomènes volcaniques ou même aux phénomènes internes de notre globe. Mais il fallait aller plus loin, il fallait expérimentalement rechercher si, partout où l'on rencontre des terrains salifères, ils renferment de l'acide borique en quantité absolument anormale. C'est là surtout l'objet de cette seconde partie du Mémoire actuel.

Italie. — J'ai examiné un certain nombre de substances et d'eaux salines venant de diverses régions de l'Italie, particulièrement de la Sicile. Toutes renferment de l'acide borique; mais je n'entre dans aucun détail à ce sujet, pour le moment du moins, car les savants italiens m'objectent que les terrains de l'Italie ont été et sont encore soumis à l'action des forces volcaniques; que, par conséquent, l'acide borique est dû à leur influence; que, dans tous les cas, les idées que je soutiens ne peuvent tirer aucun appui de la présence de l'acide borique dans les terrains de l'Italie Qu'on invoque ce raisonnement quand il s'agit de la Toscane, à la rigueur je le comprends; mais qu'on l'applique à la Sicile, ce n'est plus possible. On trouve, en effet, dans cette grande île, des dépôts qui ne renferment que du gypse, d'autres qui contiennent du gypse et du sel gemme (Leonforte, Villarosa, Castrogiovanni, Casteltermini), d'autres qui montrent des substances plus complexes encore, et en particulier du chlorure de magnésium en grande quantité (Priolo et Granara, par exemple). Ce sont des dépôts provenant, comme partout, de l'évaporation des mers anciennes. Il est vrai que beaucoup de savants considèrent encore le soufre de Sicile comme ayant une origine éruptive, alors cependant que ce soufre est exclusivement dû à la réduction des gypses sous l'influence de l'eau et des matières

organiques, alors surtout que ces gypses ont été déposés dans les estuaires des mers tertiaires de longs siècles avant qu'il existât en Italie ni Vésuve, ni Etna, ni aucune des manifestations volcaniques que nous voyons aujourd'hui. C'est là, du reste, une question que j'examinerai prochainement avec tout le soin qu'elle mérite. Dans tous les cas, il reste dès aujourd'hui acquis par mes recherches que les eaux et les dépôts salins de la Sicile renferment de l'acide borique à l'état de dissémination complète.

CHAPITRE II.

TERRAINS SALIFÈRES EN RELATION AVEC LES ROCHES SERPENTINEUSES ET DES RESTES DE MANIFESTATIONS VOLCANIQUES.

La région qui correspond le mieux à ce titre est l'Engadine. Il y a là, en effet, des sources salines très nombreuses, très abondantes et très fortement minéralisées, des dégagements gazeux considérables, des roches serpentineuses puissantes et variées; enfin l'observation directe des lieux montre que les terrains d'où sortent les eaux minérales, notamment celles de Tarasp et celles de Saint-Moritz, sont des terrains salifères au premier chef, puisque, dans le voisinage immédiat des sources, on voit en particulier des amas considérables de gypses. Géologiquement, du reste, ces terrains appartiennent au trias.

Eau de Tarasp. — Ces eaux renferment des quantités notables d'acide borique. La matière qui a servi à mes recherches est un résidu salin provenant de l'évaporation de 2^{lit} d'eau, que j'avais préparé moi-même à Tarasp l'année dernière, en vue spéciale du Mémoire actuel. L'acide borique est très facilement reconnaissable avec le produit de l'évaporation de 10^{cc} de cette eau. Je m'empresse d'ajouter qu'avant mes recherches le professeur Hussemann, de Coire, avait signalé, dans les eaux de Tarasp, la présence de l'acide borique. On n'a pas manqué d'invoquer

l'action des forces volcaniques pour expliquer la présence de l'acide borique dans les eaux de Tarasp.

Eau de Saint-Moritz. — L'eau de Saint-Moritz n'est pas fortement minéralisée comme celle de Tarasp, et c'est l'étude seule de son bassin hydrologique qui m'a donné la certitude que les terrains salifères du trias agissaient d'une manière réelle sur sa minéralisation.

L'acide borique existe dans les eaux de Saint-Moritz, mais en quantité beaucoup plus faible que dans celle de Tarasp ; pour faire apparaître nettement son spectre, il a fallu opérer sur 150^{cc} d'eau. Je ne considère pas cette limite comme une limite inférieure pour les eaux de Saint-Moritz, mais le résultat qui vient d'être indiqué suffit pour le moment.

CHAPITRE III.

TERRAINS SALIFÈRES EN RELATION AVEC LES ROCHES SERPENTINEUSES SANS AUCUNE TRACE DE PHÉNOMÈNES VOLCANIQUES.

La région qui correspond le plus complètement à ce type est celle des Pyrénées. Cette grande chaîne renferme, en effet, comme on le sait, en France et en Espagne, des gisements aussi nombreux que puissants de gypse, de sel gemme, etc., presque toujours associés à ces roches qui, sous la dénomination générale d'*ophites,* ont été, surtout au point de vue de l'origine, l'objet de tant de discussions. D'un autre côté, en dehors des ophites et de leur mille variétés, il n'y a, dans les Pyrénées, aucune trace de manifestation éruptive.

Eaux de Salies. — J'ai choisi pour point de départ de mes recherches sur les eaux des Pyrénées les eaux de Salies, d'abord parce qu'elles sont très minéralisées, mais surtout parce que la région de Salies est une région ophitique par excellence [1].

---

[1] Je comprends très bien qu'on attribue aux ophites et aux substances

Mes études sur les marais salants de la période moderne m'avaient montré que l'acide borique, dissous dans les eaux des mers contemporaines, se concentrait dans les dernières eaux mères. Bien que les eaux mères de Salies fussent obtenues à l'aide de la chaleur, il était probable que, si les eaux naturelles d'où elles provenaient renfermaient de l'acide borique, il se concentrerait, en grande partie du moins, dans ces dernières eaux mères. C'est ce que l'observation a justifié au delà de toutes mes prévisions.

L'eau mère sur laquelle j'ai opéré est celle qui reste après que tout le sel industriellement séparable a été enlevé; sa densité prise à 25° est 1,29; elle renferme par litre 206^{gr} de chlore à l'état de chlorure de magnésium, de calcium, de potassium, de sodium et de lithium. Malgré cette grande concentration, l'eau mère de Salies ne correspond pas à une période d'évaporation aussi avancée que celle de Berre, sur laquelle j'ai opéré en 1877; celle-ci avait déposé la carnallite, tandis que celle de Salies contient encore tout son chlorure de potassium, et la quantité en est notable.

Résultats obtenus. — Sans entrer dans les détails des déterminations successives que j'ai exécutées, je dirai que la cinquième partie du résidu laissé par l'évaporation de 1^{cc} des eaux mères de Salies est plus que suffisante pour donner, d'une façon absolument nette, la réaction caractéristique de l'acide borique; ces eaux ne sont donc pas sensiblement moins riches en acide borique que les eaux

---

salifères qui les accompagnent une origine éruptive, et c'est ce qu'ont fait la plupart des savants qui se sont prononcés sur ces questions; mais ce qui me semble impossible, c'est d'admettre pour les substances salines une origine sédimentaire et pour les roches ophitiques une origine éruptive. L'enchevêtrement des substances salines avec les produits ophitiques est si complet, leurs liaisons et leurs passages réciproques les uns aux autres sont souvent si insensibles que, sans préjuger le résultat définitif, je considère comme infiniment probable que les ophites *associés aux substances salifères* suivront, au point de vue de l'origine, le sort de ces dernières.

mères naturelles des salins de Berre, c'est-à-dire qu'elles renferment au moins $0^{gr},16$ d'acide borique par litre; 1^{lit} d'eau mère correspondant à environ 16^{lit} à 20^{lit} d'eau naturelle et les sources salées des Salies donnant au moins 130^{mc} d'eau par vingt-quatre heures; on voit qu'elles amènent au dehors plus de 400^{kg} d'acide borique par année. Comme depuis le commencement de la période géologique moderne ces sources ont toujours coulé, que si elles ont subi des modifications, c'est dans le sens d'une diminution de débit, on voit qu'en attribuant seulement à la période géologique moderne une durée de dix mille ans (ce qui est certainement un minimum), les seules sources de Salies ont débité et déversé dans le Gave, puis dans l'Adour, et enfin dans l'Océan, plus de *quatre millions* de kilogrammes d'acide borique. Quand on remarque ensuite que, sans sortir de cette région des Pyrénées, on connaît de nombreuses sources salines, que les eaux de ces sources renferment de l'acide borique comme celles de Salies (nous allons le voir plus loin), on voit que c'est par centaines de millions de kilogrammes que l'acide borique est sorti du sol dans cette région restreinte des Pyrénées. Que ces eaux, au lieu d'aller se perdre dans l'Océan, se fussent rendues dans une dépression naturelle, comme les chotts de l'Algérie, que les conditions orographiques et climatériques eussent été convenables, on aurait depuis longtemps, dans le sud-ouest de la France, un lac à acide borique, comme ceux du Thibet et de la Californie; que, mieux encore, des phénomènes volcaniques, comme ceux de la Toscane, se fussent produits dans la région de Salies, de Briscous, de Dax, etc., on aurait aujourd'hui, dans cette partie de la France, des *suffioni* qui, comme ceux de la Toscane, amèneraient au jour de nombreux produits salins et, en particulier, de l'acide borique; seulement, à Salies et à Dax, comme aujourd'hui en Toscane, l'acide borique serait emprunté aux terrains salifères et les agents

volcaniques ne seraient, comme ils le sont en Toscane, que de purs agents d'extraction et d'élévation des substances salines.

Eaux minérales salines de la région des Pyrénées. — J'ai examiné les sources salées suivantes : Dax, Pouillon, Gaujac, Briscous, Oraas, Aincille, Camarade. Toutes ces sources m'ont donné, de la manière la plus complète, le spectre de l'acide borique avec des quantités d'eau variables, mais toujours très faibles; les eaux mères m'ont donné les mêmes résultats que celles de Salies.

Je ne fais qu'indiquer les résultats précédents, car leur établissement suffit complètement pour justifier, avec ce qui précède et ce qui va suivre, la conclusion générale qui ressortira de ce Mémoire; mais je tiens à dire, dès aujourd'hui, que toutes les eaux pyrénéennes examinées dans ce Mémoire, et, d'une manière plus complète, toutes les eaux salines de cette grande région ne sont nullement, au point de vue géologique, distribuées au hasard dans tous les terrains, comme l'ont admis les géologues les plus célèbres et les ingénieurs les plus autorisés. Cette dernière conclusion est, je le sais, absolument obligatoire si l'on veut, comme on l'a généralement soutenu, que les substances salines de la région des Pyrénées soient venues à l'état éruptif des profondeurs du globe. Mais, sans préjuger la solution définitive de la question d'origine, il y a un fait dont la vérité peut être parfaitement établie à l'aide de preuves de l'ordre purement géologique, fait que je prends l'engagement d'établir si personne ne le fait avant moi : c'est que les gisements salins des Pyrénées, *qu'ils soient ou non en relation avec les produits ophitiques*, ne sont nullement placés au hasard au milieu des étages les plus divers; ils appartiennent, au contraire, à un seul horizon, l'horizon typique par excellence des substances salifères, celui du trias.

CHAPITRE IV.

TERRAINS SALIFÈRES N'AYANT JAMAIS EU AUCUNE RELATION AVEC LES AGENTS VOLCANIQUES.

Je comprends sous cette division les terrains qui renferment des substances salines et qui ne montrent pas la moindre trace de phénomènes éruptifs récents ou anciens, en employant ce mot *éruptif* dans sa plus large acception, c'est-à-dire en y faisant entrer les roches ophitiques et serpentineuses.

Ces terrains occupent, en Europe, deux vastes horizons correspondant, dans l'ordre des temps, à deux époques extrêmement éloignées, l'époque permienne-triasique et les parties moyennes de la formation tertiaire. On connaît des eaux salées et des dépôts salins qui se produisent sous nos yeux, comme les eaux et les dépôts de la région de Biskra étudiés dans la première Partie de ce Mémoire, mais la cause de ces formations est absolument visible : les sels repris par les eaux de la période actuelle sont des substances abandonnées par les mers des époques plus anciennes.

Les eaux et les dépôts salins étudiés dans ce Chapitre avaient, au point de vue des idées que je soutiens, une importance tout à fait capitale. Si, en effet, je retrouvais dans les eaux et les dépôts salins de cette catégorie l'acide borique d'une façon constante et en quantité notable, si surtout cette quantité égalait celle que j'avais rencontrée dans les terrains soumis à l'influence des forces volcaniques, il devenait absolument démontré que l'origine de l'acide borique dans les eaux salines n'avait aucune relation avec les phénomènes volcaniques. Je devais, dès lors, examiner cette partie de la question avec un soin tout particulier et emprunter au plus vaste champ possible les matériaux sur lesquels porteraient mes recherches. Ces

matériaux sont de deux ordres : 1° des eaux mères obtenues artificiellement par la chaleur dans les usines où l'on extrait industriellement le sel des eaux salines ; 2° des eaux salines naturelles, telles qu'elles sortent de terre et dont la plus grande partie sont employées comme eaux médicinales.

I. — *Eaux mères.*

Eaux mères de Salins (*Jura*). — Les eaux mères de Salins correspondent complètement à celles de Salies comme origine. Dans les deux cas, ce sont des eaux qui résultent de l'évaporation à feu nu d'eaux salées naturelles et qui restent comme résidu quand on a extrait tout le sel industriellement séparable. J'ai choisi comme type les eaux de Salins, d'abord parce qu'elles se minéralisent en plein trias, mais surtout parce qu'elles sortent au centre d'une région sédimentaire absolument normale, dans laquelle l'action des forces éruptives ne s'est jamais manifestée sous aucune forme, ni de près ni de loin.

Comme aspect extérieur, les eaux mères de Salins diffèrent beaucoup de celles de Salies ; elles ne sont pas sensiblement colorées, tandis que celles de Salies sont brunes ; elles sont fluides presque comme de l'eau de mer, alors que celles de Salies montrent une viscosité huileuse prononcée ; elles renferment peu de matière organique en dissolution, tandis que celles de Salies en contiennent beaucoup ; mais, en réalité, les analogies fondamentales sont très grandes. Le poids spécifique des eaux de Salins est 1,26, celui des eaux de Salies 1,28 ; 1^{lit} d'eau de Salies contient, à l'état de chlorure, 206^{gr} de chlore ; 1^{lit} d'eau de Salins en renferme 177^{gr}.

Acide borique. — Après une série de déterminations systématiques que je passe sous silence, je suis arrivé à la limite suivante : *un* centimètre cube de l'eau mère de Salins a été évaporé à siccité et le résidu brut partagé à

vue d'œil en cinq parties égales. Chacune de ces parties a donné, de la manière la plus nette, le spectre de l'acide borique, et plusieurs fois pour chacune d'elles. Les eaux mères de Salins sont au moins aussi riches en acide borique que celles de Salies et, sous ce rapport, ne sont pas inférieures aux eaux mères des marais salants de la période moderne.

Depuis des siècles on exploite d'une façon très active le sel à Salins ; depuis le commencement de la période géologique actuelle, les sources salées de cette localité n'ont pas cessé de couler ; on peut se figurer dès lors quelle énorme quantité d'acide borique est sortie du sol dans cette seule petite région.

Eau mère de Montmorot (*Jura*). — L'eau de Montmorot, comme celle de Salins, se minéralise dans le trias, en dehors de toute influence volcanique. A tous les points de vue, du reste, l'eau mère de Montmorot est presque identique à celle de Salins. Elle est limpide, fluide, presque incolore ; son poids spécifique est 1,27 ; elle renferme, à l'état de chlorure, 188^{gr} de chlore par litre.

Acide borique. — En opérant sur le résidu insoluble de l'évaporation d'un seul centimètre cube de cette eau mère, j'ai pu faire apparaître plusieurs fois et de la manière la plus nette le spectre de l'acide borique ; en partant toujours de *un* centimètre cube, on peut produire plus de dix fois la coloration verte caractéristique de cette substance.

II. — *Eaux salines naturelles.*

Sud-est de la France. — Dans cette région, que j'étudie depuis près de vingt ans, existent plusieurs eaux salines connues et un bien plus grand nombre non moins importantes à tous les points de vue, mais complètement inconnues. Je vais d'abord les examiner au point de vue de l'acide borique, en attendant le jour prochain, j'espère,

où je pourrai faire connaître leur composition complète.

Eau de Castellane. — Cette eau, notablement plus minéralisée que celle de Digne et celle de Gréoulx, est tellement abondante qu'en sortant de la montagne elle met en mouvement un moulin à farine, et cela toute l'année; l'eau mère préparée avec cette eau renferme de l'acide borique en proportion considérable.

Eau de Moriès et eau de Gévaudan (*Basses-Alpes*). — Ces eaux ont une salure énorme : celle de Moriès renferme à l'état de chlorures 110^{gr} de chlore par litre, et celles de Gévaudan 85^{gr}. Ces eaux ne coulent pas au dehors, elles se réunissent dans des puits. Il est bien évident qu'il se passe là en petit ce qui se fait en grand dans certaines salines, notamment à Bex (Suisse); les eaux pluviales dissolvent peu à peu les sels des terrains dans lesquels les puits sont ouverts, et cela par une véritable imbibition; il résulte de ce travail qu'au bout d'un temps suffisamment long les eaux arrivent à être presque saturées. J'ai préparé, avec les eaux de Moriès et de Gévaudan, des eaux mères correspondant à peu près à celles qu'on obtient industriellement dans la fabrication du sel; elles se sont montrées aussi riches en acide borique que celles de Salies et de Salins.

Eaux salines du Var. — J'ai examiné cinq eaux salines du département du Var. En les traitant comme celles des Basses-Alpes, j'ai obtenu tout à fait le même résultat au point de vue de l'acide borique.

Eau de Gréoulx. — Le résidu obtenu par l'évaporation de 250^{cc} de l'eau de Gréoulx m'a permis d'obtenir de la façon la plus caractérisée le spectre de l'acide borique.

Eau de Digne. — Le spectre de l'acide borique apparaît de la manière la plus nette avec le produit de l'évaporation de 100^{cc} de l'eau de Digne.

Eau d'Uriage (*Isère*). — Cette eau célèbre est exceptionnellement riche en acide borique. Il suffit du résidu

provenant de l'évaporation de 10^{cc} d'eau pour obtenir d'une façon nette le spectre de l'acide borique.

Eau de Birmensdorff (*Suisse*). — Cette eau est aussi riche en acide borique que celle d'Uriage.

Eau de Wildegg (*Suisse*). — De toutes les eaux naturelles que j'ai examinées, celle de Wildegg est la plus riche en acide borique. Avec le résidu insoluble laissé par l'évaporation de 10^{cc} d'eau de Wildegg, j'ai obtenu un spectre de l'acide borique, dont l'intensité et la durée l'emportaient notablement sur celles des spectres obtenus dans les mêmes conditions avec l'eau de Birmensdorff et celle d'Uriage.

Les eaux salines comprises dans la division précédente se minéralisent toutes dans l'horizon salifère du trias; mais, avant de formuler la conclusion générale qui ressort de leur étude telle qu'elle vient d'être exposée, j'ai voulu compléter la question autant qu'il était en moi, et pour cela j'ai encore examiné deux eaux célèbres, celles de Friedrichshall et celle de Hombourg; voici pourquoi : ces eaux, comme les précédentes, sortent en plein terrain salifère, mais les régions où elles sourdent ont été soumises à des actions volcaniques bien caractérisées; il y avait dès lors, on le comprend, un grand intérêt à s'assurer si ces roches volcaniques avaient eu une influence appréciable au point de vue de l'apport de l'acide borique.

Eau de Friedrichshall. — J'ai tout d'abord cru que, au moins comme coïncidence, l'influence dont il vient d'être question devait être prise en considération pour les eaux de Friedrichshall. En effet, mes premiers essais sur ces eaux m'ont immédiatement montré qu'elles renferment de l'acide borique en quantité bien supérieure à celle que j'avais rencontrée dans les eaux naturelles les plus riches à ce point de vue. L'eau qui a servi à mes recherches est celle qu'on vend en France dans les dépôts d'eaux minérales; elle porte tous les caractères extérieurs de l'authen-

ticité, y compris la signature C. Oppel et Cie; mais quelques essais qualitatifs m'ont bientôt donné la certitude que l'eau sur laquelle j'expérimentais était une eau complètement différente de celle dont Liebig avait donné l'analyse en 1847 et qui figure dans tous les Traités. Ainsi, pour s'en tenir à l'élément à la fois le plus caractéristique au point de vue de l'eau et le plus facile à doser au point de vue chimique, le chlore, la différence est énorme. Liebig en avait trouvé 7^{gr},95 dans 1^{lit} d'eau de Friedrichshall; celle sur laquelle j'ai opéré en renfermait, pour le même volume, 17^{gr},75, c'est-à-dire un poids près de deux fois et demie aussi considérable. Je considère comme certain que l'eau qui m'a été livrée sous le nom d'eau de Friedrichshall est un liquide contenant une forte proportion d'eau mère artificielle.

Eau de Hombourg. — Malgré sa forte minéralisation, l'eau de Hombourg est une des plus pauvres en acide borique parmi celles que j'ai examinées; il faut opérer au moins sur 50^{cc} pour obtenir un résultat net au point de vue de l'acide borique, et même, si avec cette quantité la réaction spectrale ne laisse rien à désirer, le spectre de l'acide borique est plus faible et persiste moins longtemps que celui qui est donné par le produit de l'évaporation de 10^{cc} d'eau d'Uriage, de Birmensdorff et surtout de Wildegg. Le résultat précédent fourni par l'eau de Hombourg annule complètement celui que m'avait donné l'eau de Friedrichshall, même dans le cas infiniment peu probable où cette dernière eau serait de l'eau naturelle. L'eau de Hombourg, en effet, bien qu'elle sorte d'une région volcanique, renferme plus de cinq fois moins d'acide borique que celles d'Uriage, de Birmensdorff et de Wildegg, qui se minéralisent dans des terrains n'ayant jamais été soumis à ces influences. Il est donc impossible de mettre plus complètement en évidence l'absence totale de toute espèce d'action exercée par les phénomènes volcaniques sur l'origine de

l'acide borique dans les terrains où il est concentré aujourd'hui.

Pour que dans le plan de recherches que je me suis tracé l'étude de l'acide borique soit complète, il me reste à montrer dans quelle mesure et sous quel état de dissémination l'acide borique existe dans la formation primordiale et dans les terrains sédimentaires *non salifères*. Cette étude très avancée et qui sera publiée prochainement me permet de dire, dès aujourd'hui, que l'acide borique existe dans ces terrains, mais en quantité excluant toute espèce de comparaison comme infériorité avec ce qui a lieu sous ce rapport dans les terrains salifères.

CONCLUSION.

Les terrains salifères sont riches en acide borique et, à ce point de vue, hors de toute comparaison avec les terrains sédimentaires non salifères. Sous ce rapport, il n'y a pas la moindre différence entre les terrains salifères qui ont été soumis à l'action des forces volcaniques et ceux qui sont toujours restés absolument en dehors de leur action. Les eaux salines naturelles du midi de la France, du Dauphiné, du Jura, de la Suisse, de l'Allemagne, etc., minéralisées dans des terrains demeurés constamment en dehors des actions éruptives, sont aussi riches en acide borique que celles des terrains ophitiques et serpentineux (avec ou sans émanations gazeuses) de l'Engadine et des Pyrénées. Les eaux mères de Salins et de Montmorot (Jura) renferment autant d'acide borique que celles de Salies et de la Sicile. L'action des roches volcaniques bien définies comme en Italie, l'action des roches dont l'origine éruptive est contestée comme celles de l'Engadine et des Pyrénées, l'action des émanations gazeuses en relation plus ou moins certaine avec les phénomènes volcaniques sont sans la moindre influence sur la quantité d'acide borique con-

tenue dans les terrains qui ont été soumis à ces complexes influences. Un seul fait d'observation ne subit aucune exception, une seule relation reste constante, c'est *la* CONCENTRATION *de l'acide borique dans les terrains salifères, et* EXCLUSIVEMENT *dans ces terrains.*

En rapprochant ce résultat général de celui que j'ai fait connaître en 1877, la concentration de l'acide borique dans les estuaires des mers modernes à mesure que les eaux s'évaporent, on est naturellement conduit à cette conclusion définitive :

L'acide borique existant dans les terrains sédimentaires, toujours associé à des substances salines plus ou moins complexes, a absolument la même origine qu'elles; comme elles il provient de l'évaporation spontanée, à la température ordinaire, des eaux des anciennes mers.

MÉMOIRE SUR L'ÉCOULEMENT DU GAZ ET SUR QUELQUES PROPRIÉTÉS DES FLAMMES;

PAR M. NEYRENEUF.

PREMIÈRE PARTIE.

Les lois de l'écoulement du gaz, par un orifice percé en mince paroi, sont comprises dans la formule

$$V = \sqrt{2g\frac{a}{d}},$$

dans laquelle a représente l'excès de pression du gaz exprimé en colonne d'air, d la densité du gaz, celle de l'air, dans les conditions de l'expérience, étant prise pour unité.

Ces lois ont été l'objet de nombreuses vérifications ex-

périmentales qui ne laissent aucun doute sur leur rigueur, dans le cas d'excès peu considérables de pression. On peut donc, sous cette réserve, les appliquer dans les conditions les plus particulières, sûr de trouver des résultats théoriques que confirmera l'expérience.

Examinons ce qui doit se produire lorsque l'écoulement d'un gaz se fait simultanément par deux orifices situés à des niveaux dont la distance verticale est h.

Si l'on appelle a l'excès de pression du gaz sur la pression atmosphérique au niveau supérieur, la vitesse d'écoulement pour le niveau le plus élevé sera représentée par

$$V = \sqrt{2g\frac{a}{d}};$$

pour l'orifice le plus bas on aura

$$V' = \sqrt{\frac{2g}{d}[a - h(1 - d)]}, \tag{1}$$

V' étant plus grand ou plus petit que V, suivant que d sera plus grand ou plus petit que 1.

Soit $d > 1$; il semble qu'en dehors de cette différence entre V et V' on ne puisse rien conclure de particulier, et il est constant d'un autre côté que, pour une valeur suffisante de h, V doit devenir nul.

Changeons le mode de notation, et appelons b l'excès de pression du gaz au niveau le plus bas, nous pourrons écrire

$$V' = \sqrt{2g\frac{b}{d}}$$

et V devient alors

$$V = \sqrt{\frac{2g}{d}b - h(d - 1)},$$

valeur qui s'annule pour

$$b = h(d - 1).$$

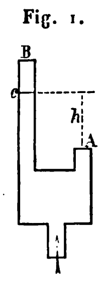
Si

$$b < h(d-1),$$

la valeur de V devient imaginaire. Il est facile d'interpréter ce résultat; dans ces conditions, en effet, l'air extérieur rentre par l'orifice le plus élevé jusqu'à ce qu'il soit arrivé à une distance h du niveau inférieur, et alors c'est par ce dernier orifice seul que l'écoulement continue.

On peut se représenter la chose en supposant que l'on ait affaire à un liquide, de l'eau par exemple, qui s'écoulerait (*fig.* 1) par les deux ouvertures A et B. Il est clair

Fig. 1.



que l'écoulement s'arrêterait par B lorsque la différence h des niveaux du liquide serait égale à la pression même qui produit l'écoulement.

Soit $d < 1$, alors la formule (1) est applicable telle quelle et l'on voit que les choses sont renversées, c'est-à-dire que l'écoulement persistera seul par l'orifice supérieur quand on aura

$$(2) \qquad a - h(1-d) = 0,$$

la valeur limite de la vitesse devenant alors

$$V = \sqrt{\frac{2g}{d} h(1-d)}.$$

L'équation (2) étant du premier degré donnera pour l'une des quantités a, h et d des valeurs admissibles en

fonction des deux autres. Si $d = 0,5$ et $h = 0^{m},10$, on trouve, pour a, $0^{m},05$. Cette valeur exprimée en colonne de mercure ne dépasse pas $0^{mm},5$, et l'on pourrait craindre que l'expérience ne pût permettre de rendre sensible l'effet d'une aussi faible différence de pression. Il n'en est rien, comme nous le verrons plus loin.

Si l'on a

$$a < h(1 - d),$$

la valeur du V′ devient imaginaire. Il est visible que, dans ce cas, l'air extérieur doit rentrer par l'orifice inférieur, et que les circonstances de l'écoulement se trouveront notablement modifiées, sans permettre, comme dans le cas précédent, de retour vers un régime normal. L'afflux de l'air extérieur, en effet, exaltera d'abord le débit par l'orifice supérieur, puis, la proportion d'air augmentant, un mélange des deux gaz se produira et se trouvera entraîné avec une vitesse que ne donne plus la formule de Bernoulli.

Il est remarquable de prévoir une aspiration par écoulement de gaz dans des conditions si différentes de celles où l'on doit se placer d'ordinaire, et que réalisent les souffleries.

Vérifications expérimentales. — Pour réaliser le cas où d est plus grand que 1, il suffit de prendre un appareil à production continue d'acide carbonique. L'afflux gazeux est dirigé dans un flacon à trois tubulures muni de trois tubes (*fig.* 2).

Le premier, A, sert à l'arrivée du gaz, les deux autres, B et C, bien égaux en diamètre et en longueur, réalisent les deux ouvertures à niveaux différents.

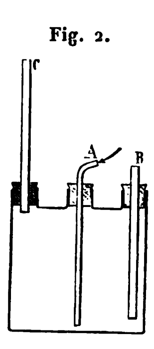
Communiquant avec A, se trouve un robinet à cadran dont l'emploi est commode pour diminuer graduellement l'arrivée du gaz.

On constate facilement avec cet appareil que pour une

fermeture convenable du robinet, de sorte que *b* soit assez petit, tout l'écoulement a lieu par B, alors que par C il ne sort rien.

Le cas où *d* est plus petit que 1 se prête à des vérifications plus nombreuses, plus commodes et plus satisfai-

Fig. 2.



santes. On fait arriver par A du gaz d'éclairage dont la densité est environ 0,6, pris aux tuyaux ordinaires de distribution. Si l'on vient à enflammer les deux jets gazeux, on constate à la simple inspection, et sans qu'il soit besoin de recourir au photomètre, que les deux flammes, sensiblement égales pour un débit un peu notable, ne tardent pas à devenir inégales au fur et à mesure que le débit se ralentit. La flamme en B s'annihile presque et même s'éteint alors que celle en C conserve encore (la distance verticale des deux orifices ne dépassant pas $0^{m},20$) une grandeur comparable à celle de la flamme d'une bougie.

On peut remplacer la disposition de l'expérience précédente par l'emploi d'un simple tube en Y. En réduisant graduellement les flammes produites à l'extrémité des deux branches de l'Y, on arrive à éteindre la plus basse, tandis que la plus haute continue à briller d'un éclat très appréciable.

Sous ces deux formes, l'expérience est très démonstra-

tive, soit qu'on la considère au point de vue de l'écoulement du gaz, soit qu'on veuille la faire servir à une démonstration bien concluante de leur pesanteur. Le dernier mode d'expérience m'a donné l'idée de la construction d'un niveau à gaz, qui ne le cède en rien, pour la sensibilité, aux niveaux à liquides et qui peut remplacer sans trop de désavantage le cathétomètre dans l'installation de supports d'instruments de précision.

Le niveau à gaz se compose d'un tube en Y, relié au moyen de caoutchoucs bien égaux, à deux becs bien identiques à grosse ouverture. On place chacun des becs sur les deux parties dont on veut apprécier la différence d'altitude. Les flammes, à mesure que le débit du gaz diminue, accusent bientôt des différences sensibles, si les ouvertures d'écoulement ne sont pas au même niveau. En réduisant convenablement les flammes, on peut ainsi apprécier des différences de l'ordre des dixièmes de millimètre. J'ai pu, d'après les seules indications des flammes, placer les deux becs, alimentés par de longs tubes en caoutchouc et fort éloignés l'un de l'autre, de telle sorte que le cathétomètre n'indiquait entre eux aucune différence d'altitude.

L'expérience réussit du reste avec les tuyaux de conduite ordinaires du gaz. Si l'on allume divers becs, disposés d'une manière quelconque dans un laboratoire, on les voit, en fermant graduellement le robinet du compteur, s'éteindre successivement par ordre inverse d'altitudes. On pourrait sans doute utiliser cette expérience, dans certains cas, pour la recherche des fuites, et mieux pour s'assurer du bon état d'une série de tuyaux et de robinets. On devrait, en effet, dans le cas de fermetures satisfaisantes, constater, au moyen du robinet à cadran installé sur le conduit principal de distribution, que le bec placé au niveau le plus bas ne cesse de brûler que lorsque la clef du robinet est au zéro de la graduation.

Bennevides a constaté depuis longtemps que les becs de gaz de Lisbonne donnaient des flammes dont l'éclat variait avec l'altitude. Un jour même, sans doute pour insuffisance de pression, la ville ne put être éclairée que vers les régions les plus hautes; les becs placés dans les parties basses ne purent pas s'allumer.

Flammes rentrantes. — La disparition de la flamme, à l'orifice inférieur, pour une valeur déterminée de la pression, n'est pas un fait constant et dépend de la grandeur de l'orifice aussi bien que de l'épaisseur des parois. Si le diamètre de l'orifice est assez grand, la flamme très réduite, annihilée presque à l'état de surface plane, continue à brûler.

Si l'on s'arrange, en diminuant a de telle sorte que l'on ait

$$a - h(1 - d) < 0,$$

l'air rentrant refoule la flamme jusqu'à l'ouverture intérieure de la plus basse tubulure, et l'on peut obtenir deux flammes qui persistent indéfiniment. Il est bon, pour mieux réussir, de recourber légèrement l'extrémité de la tubulure où brûle la flamme intérieure, afin que les produits de la combustion, se trouvant entraînés vers l'orifice supérieur, ne fassent pas obstacle à l'accès de l'air.

En disposant le robinet à cadran de manière que la flamme intérieure corresponde exactement à l'ouverture M (*fig.* 3), il n'est pas rare de voir se produire en M des vibrations. Ces vibrations amènent en A des pulsations synchrones, et produisent un son grave peu intense.

Cette variété d'harmonica peut, du reste, produire de beaux sons, en substituant au flacon un tube cylindrique pour lequel h soit assez grand. Dans ces conditions, on peut avoir la flamme rentrante avec un débit assez considérable. La *fig.* 4 représente la disposition adoptée.

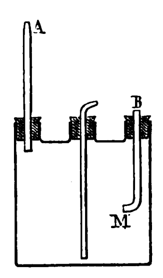
Un tube de verre CB porte à sa base un tube en T mé-

tallique, recevant le gaz par D. Deux flammes peuvent être produites en A et en C pour une pression convenable. En diminuant cette dernière, la flamme A rentre et se maintient en O, animant d'un mouvement vibratoire la masse gazeuse en BC. La flamme en C ne présente aucun aspect particulier quand le son se fait entendre.

Le même résultat peut s'obtenir encore avec des tubes de cuivre portant à la base une fente perpendiculaire à l'axe.

Dans ces phénomènes acoustiques, la combustion a une influence au moins égale à celle du remous gazeux; mais

Fig. 3.



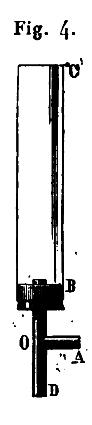
nous renvoyons à plus tard l'examen des causes de production du son pour indiquer d'autres expériences relatives au cas où on laisse, soit par B (*fig.* 3), soit par A, libre accès à l'air, en ne faisant brûler que la flamme supérieure.

Remous gazeux. — Si, au moyen du flacon à trois tubulures, en n'allumant à l'origine que la flamme supérieure, nous produisons un afflux intérieur d'air, nous verrons la flamme s'exalter d'abord, puis diminuer d'éclat, formée qu'elle est par un gaz de plus en plus riche en air. On conçoit que l'on arrive ainsi à la production d'un mélange détonant; mais, si l'orifice est assez étroit, la combustion pourra ne pas se propager à l'intérieur, et pendant quelque temps on observera un va-et-vient rapide de la flamme, suivi d'un bourdonnement très sensible.

Ici se produit très nettement la suite de détonations que l'on a donnée d'abord comme cause à l'harmonica chimique. Les sons que produisent quelquefois les becs de gaz au moment où on les allume ont sans doute une origine analogue. Il brûle, en effet, au début un mélange tonnant de gaz résiduel et d'air introduit dans les tuyaux.

L'expérience prend une forme remarquable et peut se répéter sans danger de la manière suivante. Un tube en T, comme dans la *fig.* 4, est surmonté d'un tube de verre de

Fig. 4.



petit diamètre et reçoit par la partie inférieure un courant d'hydrogène. On produit, grâce à la faible valeur de d, plus facilement qu'avec le gaz d'éclairage, la rentrée de l'air. Suivant que les proportions d'air introduit sont plus ou moins considérables, on voit une détonation se produire par la combustion simultanée de toute la masse gazeuse intérieure, ou un refoulement graduel de la flamme qui revient jaillir à l'extrémité supérieure après s'être abaissée jusqu'à l'orifice de la prise d'air, ou un mouvement oscillatoire de moindre amplitude, mais de rapidité plus grande, ou enfin production d'un son tout à fait comparable à celui de l'harmonica. Il n'est pas rare, dans ce dernier cas, de voir deux flammes, l'une extérieure, un peu agitée,

l'autre, située à $0^m,02$ au-dessous, véritable source du son, et qui paraît douée d'une fixité remarquable.

Ces divers cas ne peuvent pas être obtenus avec le gaz d'éclairage, qui ne donne jamais que la détonation totale quand le mélange gazeux est assez riche en air.

Il est remarquable de voir l'air extérieur entraîné par le courant gazeux principal et se mélanger assez rapidement avec lui, soit pour faire pâlir la flamme, soit pour produire une détonation, suivant la quantité introduite. On peut produire ainsi des flammes très constantes et très chaudes; malheureusement il faut que la hauteur du tube soit très grande pour avoir un débit un peu notable.

Flammes sensibles. — Un cas de flamme rentrante, permettant, par l'emploi d'un simple bec Bunsen, alimenté par le gaz ordinaire, d'obtenir une flamme sensible, semble devoir se rattacher à ces différents phénomènes. Voici comment on réalise la flamme sensible.

On tourne la virole d'un bec Bunsen, de manière qu'il brûle à blanc, puis on diminue graduellement le jet gazeux. On arrive bientôt à un débit pour lequel la flamme très agitée paraît animée d'un mouvement de rotation tout le long des bords du bec. Un son émis rend son allure ordinaire à la flamme, qui est, comme certaines flammes de Tyndall, de sensibilité inverse.

A partir de ce moment, si l'on diminue très peu l'afflux du gaz, la flamme se divise en deux, l'une extérieure, plus élancée et moins éclatante, l'autre rentrante, qui échauffe rapidement les parois du bec. La flamme est alors sensible directement et la moindre vibration sonore un peu aiguë rabat la portion extérieure, rehausse la portion intérieure de manière à reconstituer, tant qu'elle persiste, une flamme ordinaire. Le maximum de sensibilité a lieu au moment où cesse la période agitée signalée plus haut. En continuant à diminuer l'afflux gazeux, le système des deux flammes se maintient encore, mais la sensibilité est dimi-

nuée, et l'on peut disposer les choses de manière que la flamme ne soit actionnée que par un son d'intensité déterminée. Il arrive enfin un moment où les deux flammes se rejoignent et où la combustion reprend l'allure normale.

J'ai pu utiliser cette flamme à la démonstration des lois de la réflexion et de la réfraction du son aussi bien qu'à celle des interférences sonores. Pour la réflexion, on dispose au foyer d'un miroir sphérique un timbre dont le marteau est commandé par un mouvement d'horlogerie, et au foyer conjugué une flamme de sensibilité convenable, c'est-à-dire insensible aux vibrations sonores à la distance qui la sépare de la source du son. On la voit très nettement se rabattre à chaque coup du marteau.

La disposition est facile à imaginer pour la réfraction et les interférences, en se servant de la lentille de Sondauss ou simplement d'un ballon en caoutchouc, gonflé d'acide carbonique dans le premier cas, et, dans le second, de la caisse à deux ouvertures de M. Desains. Il est avantageux, dans toutes ces expériences, pour conserver assez longtemps une sensibilité déterminée, de supprimer toute disposition tendant à gêner le mouvement du gaz, en dehors du robinet à cadran, et de prendre des becs épais à pied massif, de telle sorte que l'échauffement soit moindre.

J'espère pouvoir me rendre assez maître de la sensibilité de ces flammes pour les employer à la mesure de l'intensité des ondes sonores réfléchies, mais mes recherches ne sont pas encore assez avancées pour que je puisse ici faire autre chose que prendre date.

Il n'y a dans ces phénomènes, en dehors de l'échauffement du bec, rien que l'on doive attribuer à la combustion, car les expériences réussissent aussi bien quand on enflamme le jet gazeux à une assez grande distance de l'ouverture, en ayant soin de maintenir la flamme isolée par l'interposition d'une toile métallique. Le mouvement de rabattement se continue dans ces conditions, rappelant l'apparence de

la flamme sensible de M. Govi. On ne peut pas non plus faire intervenir des différences de pression dues à la densité moindre de la flamme ou des produits gazeux qui la terminent, car rien n'est changé si l'on écrase la flamme par une large plaque métallique placée au voisinage de l'ouverture.

Tout se passe donc dans l'intérieur du bec. Se trouve-t-on ici en présence d'un effet d'entraînement analogue à ceux étudiés par R. Mallet (*Institut,* 1836, p. 7), et faut-il attribuer au jeu du robinet une augmentation dans la vitesse de sortie qui favorise une aspiration latérale permettant la rentrée de l'air? Je ne le pense pas, car il est bon, pour avoir des effets mieux marqués, de laisser entre le bec et le robinet à cadran une certaine longueur de caoutchouc. Ne semble-t-il pas naturel d'admettre que le jet gazeux interne se subdivise en deux, l'un central, mais généralement incliné par suite de dissymétrie dans l'arrangement des pièces, l'autre pariétal? Quand l'excès de pression a est suffisant, l'écoulement a lieu par les deux subdivisions, mais, pour un excès assez faible, le cas

$$a - h(1 - d) < 0$$

se trouve réalisé, et la flamme rentrante doit se produire. h est ici très petit, ne dépassant pas $0^{m},1$, mais a, par suite du frottement contre les parois, ne doit pas être pris le même pour les deux jets : il est notablement plus faible pour le jet pariétal, de telle sorte que la rentrée de l'air peut se produire même pour une petite valeur de h.

Quand le débit est très restreint, a étant très petit même pour le jet central, on conçoit que l'écoulement puisse se produire de nouveau à gueule-bée par simple expansion de gaz.

Quelle est l'influence des vibrations sonores? Elle est sans doute du même ordre que celle que démontrent sur les veines liquides les expériences de Savart.

Une autre flamme sensible [1], due bien nettement, elle, à l'aspiration que peuvent produire les jets gazeux, peut être réalisée de la manière suivante.

On dispose horizontalement un bec Bunsen et, après avoir rendu béantes les prises d'air, on le fait brûler en dedans. La flamme sort avec l'aspect particulier que l'on connaît et se redresse à partir de l'ouverture. En fermant graduellement la virole, et alors que la fermeture est très près d'être devenue complète, on voit la flamme s'allonger en dard horizontal. Elle est alors devenue sensible et se redresse au moindre brüit. La force d'aspiration détermine, dans ces conditions, un afflux d'air très rapide agissant et par sa vitesse et par la combustion antérieure qu'il produit, pour amener une pression dans le sens de la tubulure capable de coucher la flamme.

Au point de vue des variations de sensibilité, cette flamme est d'un usage bien moins commode que la première.

Ecoulement dans les tuyaux de conduite. — Les lois de l'écoulement du gaz par des tuyaux rectilignes et cylindriques ont été étudiées par Girard, d'Aubuisson, Graham, Meyer, soit au point de vue du rendement industriel, soit en ayant pour objectif, dans les tubes capillaires, la détermination de constantes en relation avec la théorie dynamique du gaz. Les expériences, dans les procédés ordinaires, sont des plus complexes et exigent des déterminations nombreuses de température et de pression aussi bien que des corrections laborieuses. Il m'a paru intéressant de vérifier ces lois par un procédé photométrique, dans lequel les variations de toute nature sont négligeables et qui rappelle ceux usités pour l'évaluation des résistances électriques.

---

(1) Cette flamme sensible n'est qu'une variété de la flamme sensible de Tyndall (voir *Le son*, par Tyndall, traduction Moigno, p. 250).

Du gaz d'éclairage, pris aux tuyaux de distribution, traverse une éprouvette à pied, renfermant de la ponce sulfurique et une colonne de chaux vive, afin de perdre son humidité et toute particule vésiculaire. Il passe ensuite dans un tube en Y dont les deux branches sont en communication avec les deux tubes dont on veut comparer les résistances, et qui sont reliés chacun à l'un des becs utilisés déjà pour le niveau à gaz. Il est clair que les deux flammes produites sur les deux becs, placés exactement au même niveau, seront égales d'intensité au photomètre, quand les résistances des tubes seront égales.

On peut par tâtonnements rechercher les longueurs équivalentes des deux tubes; on peut aussi les déterminer à l'avance par la formule de Girard, qui donne

$$\frac{d^5}{l} = \frac{d'^5}{l'}. \tag{1}$$

On trouve des deux manières des résultats satisfaisants pour des tubes de verre et de cuivre dont les diamètres ont varié de $0^m,015$ à $0^m,005$, les longueurs variant de 2^m à $0^m,25$. Les tuyaux en caoutchouc, avec lesquels j'espérais pouvoir opérer sur de grandes longueurs, ne donnent rien de net. Peut-être que l'élasticité de la substance a une influence notable, et que les rugosités de la paroi introduisent des résistances d'un ordre spécial.

Quand le diamètre des tubes varie de $0^m,004$ à $0^m,002$, la relation ci-dessus n'est plus satisfaite : il faut, pour retrouver des résultats constants, prendre des tubes de grande longueur, et la relation est représentée par

$$\frac{d^3}{l} = \frac{d'^3}{l'}. \tag{2}$$

Voici une détermination, parmi beaucoup d'autres, permettant de se faire une idée de la confiance à accorder aux résultats :

Longueur expérimentale.	Formule 1.	Formule 2.	Formule 3.	Diamètre.
mm 1635	1635	1635	1635	mm 3,401
970	690	979	876	2,867

Il y a, dans ces conditions, un minimum remarquable de la résistance, correspondant sans doute à l'établissement du régime linéaire, sans que l'action retardatrice des forces capillaires (en prenant ce dernier mot dans sa plus large acception) se fasse encore sentir d'une façon efficace. Girard a donné, pour les liquides, avec des tubes de $2^{mm},96$ et de $1^{mm},83$, un résultat analogue, mais moins net, puisque le rapport $\frac{d^3}{l}$ variait d'un tube à l'autre.

Pour des valeurs du diamètre peu supérieures à $0^m,001$ et au-dessous, c'est la loi de Poiseuille que l'on retrouve, correspondant à la relation

$$\frac{d^4}{l} = \frac{d'^4}{l'}. \tag{3}$$

Voici quelques vérifications :

Longueur expérimentale.	Formule 1.	Formule 2.	Formule 3.	Diamètre.
mm 905	905	905	905	mm 1,263
380	311	477,4	385	1,020
		Autre série.		
462	462	462	462	0,7950
305	266,4	334,5	300	0,7139
185	151	236,4	189	0,6359

Pour des diamètres plus petits, la loi de Poiseuille, comme pour les liquides, s'applique à des longueurs beaucoup plus petites [1].

---

[1] *Voir*, dans ce Recueil, le Mémoire de M. Duclaux sur l'*Écoulement des liquides*.

Le procédé est des plus sensibles, et l'on observe des différences très notables en faisant varier seulement de $0^m,002$ les longueurs ci-dessus. Une cause d'erreur assez importante peut provenir de l'inégal échauffement des becs. J'ai longtemps été arrêté par des résultats irréguliers dus uniquement à cette circonstance que l'un des becs était soudé plus intimement à son support, et s'échauffait moins dans le cours des expériences. Il est indispensable d'essayer au préalable les deux becs dont on fait usage, en prolongeant une expérience; l'identité des deux flammes doit se maintenir jusqu'au bout.

Le bec le plus chaud donne, dans des conditions théoriques d'égal débit, une flamme trop éclairante, et l'on sait, d'après les recherches de M. Bontemps, que la chaleur doit produire une diminution de dépense. Je ne traiterai point ici le cas de la variation, avec la température, du coefficient de frottement des gaz, je me bornerai aux expériences moins théoriques suivantes :

Si l'on place, dans des étuves de Gay-Lussac, deux tubes dérivés, bien égaux, trois cas peuvent se présenter :

1° Si les tubes sont de gros diamètre, le débit est augmenté du côté du tube le plus chaud, sans doute à cause de l'accroissement prédominant du diamètre. Si le courant gazeux devient assez lent, l'action de la chaleur diminue et peut même devenir négative.

2° Si les tubes sont de petit diamètre, l'écoulement est toujours retardé dans le tube chauffé. Le retard augmente à mesure que le diamètre diminue, et, pour les tubes capillaires, on peut, par la diminution d'éclat de la flamme, apprécier une différence de température d'une fraction de degré.

3° Avec des tubes de $0^m,004$ à $0^m,005$, l'écoulement gazeux ne paraît pas influencé par une différence considérable de température, à la condition que la rapidité de l'écoulement soit assez grande.

On voit clairement, par ces résultats, qu'il y a antagonisme entre l'effet de dilatation du tube et celui de l'échauffement plus ou moins complet du gaz qui circule, le premier amenant une diminution, le second un accroissement dans la résistance.

J'ai essayé, mais inutilement, de reproduire les trois expériences précédentes avec des liquides très dilatables, au moyen de tubes fins et longs. J'ai toujours observé une augmentation rapide de la vitesse d'écoulement.

SECONDE PARTIE.

Sur quelques propriétés des flammes. — Une flamme produit sur le jet qui l'alimente deux effets contraires qui, en général, ne se compensent pas. Elle détermine un appel de gaz par le courant des produits dilatés qui la surmontent, et un refoulement par l'expansion même due à la combustion. On peut à volonté rendre prédominant l'un ou l'autre de ces effets, en modifiant la grandeur de l'orifice de sortie. Le refoulement est prédominant pour toute flamme à contour nettement conique; pour les flammes cylindriques et fourchues à leur extrémité, c'est l'appel qui l'emporte.

Ces résultats se vérifient facilement par l'emploi du flacon tritubulé (*fig.* 2), avec deux jets de gaz alimentés au moyen de deux tubes bien identiques et jaillissant au même niveau. Si l'on enflamme un seul des jets et que l'on compare au photomètre l'éclat de la flamme produite avec celui d'une bougie, on constate une notable augmentation dans l'éclairement du gaz, dès que l'on fait brûler simultanément le second jet. Point n'est besoin, du reste, d'une méthode aussi précise, que j'indique seulement comme ressource possible. On peut, à simple vue, constater dans certains cas une augmentation de longueur, qui va

jusqu'à la moitié de la grandeur primitive. C'est l'inverse qui se produit qaand les orifices ont de 0^m,004 à 0^m,005 de diamètre.

Un effet analogue doit résulter dans les expériences sur l'écoulement du gaz par des tuyaux de conduite, de la production des deux flammes ; mais, avec les précautions indiquées, les modifications apportées à la vitesse d'écoulement se compensent rigoureusement. Il n'en est pas toujours ainsi pour les expériences en mince paroi, mais la différence qui en résulte est négligeable vis-à-vis des actions spéciales que nous avons étudiées, dues aux différences de pression.

Harmonica chimique. — Si l'on produit au moyen du flacon deux flammes égales, on constate que le courant gazeux s'exalte pour la flamme que l'on entoure d'un tube formant cheminée.

L'effet d'augmentation dans le débit n'est cependant pas constant, et si des vibrations sonores se produisent, comme dans l'harmonica chimique, c'est la flamme non entourée du tube qui s'exalte. Son accroissement est permanent, et d'autant plus marqué que les vibrations de la flamme entourée ont plus d'amplitude. Le mouvement vibratoire a donc pour résultat, en dépit de l'action du tube comme cheminée, de diminuer le débit et d'augmenter par suite la pression interne du gaz. La cause du son de l'harmonica peut être attribuée au jeu régularisé du refoulement et de l'excès de pression interne qui l'accompagne ; mais il n'est pas permis de n'attribuer aucun rôle à la flamme elle-même dans la production des vibrations sonores.

Le mouvement vibratoire augmente le refoulement propre à la flamme, en rendant la combustion plus rapide. Ceci résulte d'expériences déjà anciennes sur l'état de vibration qui anime un mélange gazeux détonant dans un tube. Parmi les résultats concluants, consignés dans un autre Mémoire (*Memoires de l'Académie de Caen*), je

citerai le suivant : Un mélange, formé de 1^{vol} d'oxyde de carbone et de 1^{vol} d'oxygène, brûle sans bruit et avec lenteur dans une éprouvette ordinaire. Le même mélange donne lieu au contraire à une combustion très rapide quand on la produit dans un tube de plus petit diamètre, mais tel que l'inflammation à l'ouverture anime la masse du mélange gazeux de vibrations sonores.

Flammes sonores. — D'après ce que nous venons de voir, lorsque l'appel n'est pas prédominant, le gaz alimentant une flamme se trouve le plus généralement animé de deux mouvements inverses : l'un dû à la vitesse propre de l'écoulement, l'autre au refoulement de la combustion. En diminuant la vitesse d'écoulement, sans modifier la combustion, on peut espérer égaliser et régulariser ces mouvements, de manière à les transformer en vibrations sonores.

Il suffit, au moyen d'une ouverture un peu large, de produire une flamme cylindrique assez haute, pour observer vers la partie moyenne, là où la résistance de l'air a diminué la vitesse d'écoulement, des stries transversales très nettes. Si l'on vient à coucher horizontalement une pareille flamme, de manière à diminuer l'effet de l'appel, en le répartissant sur toute la longueur, il n'est pas rare de l'entendre produire un son grave en même temps qu'elle se partage en sillons longitudinaux fixes.

On retrouve ces sillons, mais non fixes et irréguliers, sur une flamme verticale produite avec l'ouverture précédente, mais le robinet de dégagement étant complètement ouvert. Un bruissement considérable accompagne seul ces mouvements violents et désordonnés de la flamme. Il n'est pas inutile de remarquer à ce sujet que, dans le cas d'un régime régulier d'écoulement du gaz d'éclairage pris aux tuyaux de distribution, la vitesse maximum d'écoulement ne correspond point au maximum d'ouverture et que l'on peut, en tournant convenablement un robinet, obte-

nir une flamme plus allongée. L'expérience vérifie très nettement ces différences de vitesse accompagnant l'occlusion partielle d'une prise de gaz, pourvu que la résistance propre de l'ouverture ne soit pas trop grande.

On peut encore, sans agir sur la dépense, diminuer la vitesse d'écoulement en rompant, à une petite distance de l'ouverture, le jet gazeux au moyen d'un corps solide arrondi. On obtient, en opérant ainsi, des flammes très nettement sonores. Mais le moyen le plus efficace est sans contredit le choc de deux flammes [1]. Dans ce dernier cas, sans qu'il soit nécessaire de recourir à des pressions supérieures à la pression ordinaire du gaz d'éclairage, on peut produire des sons aigus intenses quand le choc a lieu vers la base des flammes ; graves, quand il a lieu vers la partie moyenne. La hauteur du son varie du reste dans l'un et l'autre cas très facilement, avec le plus petit dérangement soit dans l'orientation, soit dans le débit des veines gazeuses.

Le cas du choc des flammes peut, semble-t-il, résumer tous les cas de production des flammes sonores. A cause des irrégularités de l'ouverture, un bec ordinaire un peu gros peut être considéré comme donnant passage à un nombre plus ou moins considérable de jets élémentaires inclinés les uns sur les autres. Il suffit, en effet, de mieux accuser ces jets différents par l'introduction dans le bec d'un tortillon de fer tordu pour obtenir des flammes sonores spontanément. En se reportant aux résultats que Savart a obtenus en faisant agir les vibrations sonores sur des nappes liquides que donne le choc de deux veines, ne serait-il pas possible de faire rentrer dans le cas du choc des flammes les expériences de flammes sensibles de Tyndall ? Ce physicien prend en effet ou des flammes en queue

---

(1) M. Barett (*Le son*, par Tyndall, traduction Moigno, p. 271) a déjà signalé les flammes sonores obtenues par le choc de deux veines gazeuses.

de poisson obtenues par le choc de deux veines gazeuses, ou des becs informes faits avec des tubes d'étain, et d'après les modifications inégales qu'amènent pour les veines élémentaires les vibrations sonores, on conçoit que l'on puisse réaliser les effets les plus divers, même des effets de rotation.

Mais revenons à nos flammes sonores, nous retrouverons bientôt les flammes sensibles à propos d'une propriété de résonance que j'ai constatée sur toutes celles dont j'ai pu disposer. Il est difficile de refuser à la flamme une influence directe dans les divers modes de production de flammes sonores que nous venons d'indiquer; mais est-elle la cause première du son? Il n'y a pas lieu de le penser. Il y a, en effet, production de vibrations sonores, par simple écoulement d'un gaz par une petite ouverture, comme Masson l'a démontré au moyen de tuyaux actionnés ainsi. Il y a vibrations produites quand un gaz choque contre un corps solide, comme aussi, et on peut le constater avant l'inflammation, quand deux jets gazeux choquent l'un contre l'autre. Ne suffirait-il pas, en conséquence, d'accorder à la flamme, dans les conditions spécifiées par nos expériences, un pouvoir renforçant spécial. Nos flammes, avec la fixité relative que leur donnent la faiblesse de l'appel et la prédominance du refoulement, sont assimilables à un amas de membranes élastiques élémentaires de tensions et de masses différentes, susceptibles par conséquent de vibrer sympathiquement pour un grand nombre de sons. Cette matérialisation de la flamme peut se justifier en remarquant qu'on y retrouve les éléments fondamentaux des membranes sonores, faibles masses, élasticité résultant du jeu des forces inverses qui la sollicite, enfin attraction cohésive de ses parties justifiée par la combinaison chimique elle-même.

Flammes à vibrations sympathiques. — On peut déjà ranger dans cette catégorie les flammes du comte Schaff-

gotsch, et aussi les flammes sensibles nues, qui rendent très nettement, comme on le reconnaît au moyen d'un résonateur, les sons qui les rabattent.

J'en ai obtenu d'autres, en réalisant par le choc de deux flammes un milieu essentiellement complexe, où une série assez étendue de sons pourra trouver des éléments renforçants.

Si l'on fait choquer deux flammes fournies par des becs irréguliers ou munis de tortillons de fil de fer, on n'obtient pas de sons nets directs, et il se manifeste un bruissement intense et confus incapable de laisser dominer un son particulier.

On réussit mieux avec deux flammes dont une seule est fournie par une ouverture irrégulière. Le son particulier à cette dernière se trouve le plus ordinairement renforcé ; mais il n'est pas difficile, par un léger déplacement des tuyaux de conduite, d'éteindre le son et d'amener la flamme à l'état de sourd ronflement. Elle est apte dès lors à reproduire une série de sons, la gamme par exemple, sifflée même assez loin d'elle, et de répéter un air de musique. La note rendue n'est pas toujours à l'unisson du chant. Il arrive aussi que certaines notes se prolongent, circonstances qui donnent une allure toute singulière à ce chant de la flamme. Des modifications bien moins considérables que celles qui signalent les flammes sensibles accompagnent ces résonances. La partie bordant la région éclairante paraît seule modifiée, et il se forme une ou plusieurs ouvertures plus ou moins régulières, qui semblent les organes générateurs du son.

On réussit également bien avec deux becs dont les ouvertures régulières sont percées en mince paroi, et produisant une vaste nappe perpendiculaire au plan des becs. Seulement l'apparence n'est pas absolument la même, et, comme dans l'expérience du Dr Leconte, la nappe se subdivise pendant qu'elle est sonore.

Au lieu de faire choquer deux flammes, on peut faire choquer un jet de gaz enflammé contre un jet d'air. L'expérience ne donne du reste rien de particulier à signaler, si ce n'est un renforcement plus grand du son propre à la flamme.

En dehors du rôle propre à la flamme, que nous avons cherché plus haut à définir, tous ces faits doivent être rapprochés des modifications si remarquables que présentent, sous l'influence des sons, les nappes liquides de Savart. Si ces nappes ne sont pas sonores, ce qu'il est peut-être difficile de vérifier, les rides et les subdivisions qu'elles manifestent pour une série de sons démontrent qu'elles sont, comme nos nappes gazeuses, vigoureusement impressionnées par les vibrations sonores.

Résumé. — La formule de Bernoulli pour l'écoulement du gaz en mince paroi s'applique aux cas les plus particuliers et permet de prévoir pour l'écoulement simultané par deux orifices percés à des niveaux différents des circonstances que vérifie l'expérience.

Parmi les conditions diverses que l'on peut réaliser dans l'écoulement, par deux orifices conjugués, d'un gaz combustible, je signalerai celles qui permettent d'obtenir un niveau à gaz très sensible, un harmonica chimique d'un genre nouveau, enfin des flammes sensibles, dont l'une douée d'une sensibilité déterminée peut rendre visibles les phénomènes acoustiques de la réflexion, de la réfraction et des interférences sonores.

J'ai vérifié, par une méthode photométrique, les lois de l'écoulement du gaz, avec le gaz d'éclairage, dans trois cas principaux où la circulation a lieu dans des tubes : 1° gros, 2° moyens, 3° capillaires, et retrouvé, pour les deux cas extrêmes, les lois de Girard et de Poiseuille.

Je démontre, dans la seconde Partie, qu'une flamme possède un pouvoir spécial de refoulement qui, combiné avec la vitesse de sortie du gaz, est très propre à l'établissement de mouvements vibratoires.

Dans cet ordre d'idées, j'étudie l'harmonica ordinaire et des flammes sonores spontanément que j'ai pu réaliser.

L'état de la flamme, sous l'influence des deux forces inverses qui la sollicitent, la rend très propre, quand l'appel des produits de la combustion est suffisamment diminué, à vibrer sympathiquement avec un grand nombre de sons, et à pouvoir chanter. Ces faits se rapprochent, du reste, de ceux étudiés par Savart dans les nappes obtenues par le choc de deux veines liquides.

DE L'IDENTITÉ DES RAIES SPECTRALES DE DIFFÉRENTS ÉLÉMENTS ;

PAR MM. G.-D. LIVEING ET J. DEWAR.

Traduction de M. Charles BAYE.

La question de l'identité des raies spectrales fournies par différents éléments présente un grand intérêt : comme il est très improbable qu'une molécule simple quelconque soit capable de prendre part à l'immense variété de vibrations indiquée par le spectre complexe du fer ou celui du titane, on peut supposer que ces substances sont formées de molécules hétérogènes et que quelques molécules du genre de celles qui se rencontrent dans ces métaux se trouvent aussi dans plusieurs des corps considérés aujourd'hui comme des éléments. En outre, l'identité supposée de certaines raies spectrales a fourni à M. Lockyer un argument à l'appui d'une théorie de la dissociation des éléments chimiques en constituants encore plus simples ; M. Lockyer a écrit à ce sujet dans les *Proceedings of the royal Society*, t. XXX, p. 31 : « Une étude spéciale des raies *fondamentales* (*basic lines*) auxquelles Thalén fait allusion

sera nécessaire pour déterminer si leur existence dans différents spectres peut être expliquée ou non par la supposition qu'elles représentent les vibrations de certaines formes qui, à une époque primitive de l'histoire de notre planète, sont entrées en combinaison avec d'autres formes, d'origine immédiate différente, pour produire des *éléments* différents. »

Young examinant, avec un spectroscope doué d'un grand pouvoir dispersif, les soixante-dix lignes données dans la Carte d'Angström comme communes à deux substances ou à un plus grand nombre, a trouvé que cinquante-six sont doubles ou triples, sept plus douteuses et que sept seulement paraissent nettement simples (*American Journal of Science*, t. XX, p. 119, 353), et il fait cette observation : « L'investigation complète de ce sujet exige que les lignes spectrales brillantes des métaux en question soient confrontées les unes avec les autres et avec le spectre solaire au moyen d'appareils d'un pouvoir dispersif énorme ; ce sera le moyen de déterminer à quel élément appartient chacun de ces éléments de chaque ligne double. » Nous avons essayé cette confrontation des lignes brillantes de quelques-uns des éléments terrestres et nous donnons ici le compte rendu de nos recherches. Pour la dispersion, nous avons employé un réseau de réflexion semblable à celui employé par Young, avec 17296 lignes au pouce et une surface réglée d'environ 3 $\frac{1}{2}$ pouces carrés ; le télescope et le collimateur avaient chacun une ouverture de 1 $\frac{1}{2}$ pouce et une longueur focale de 18 pouces ; les lentilles étaient de quartz, coupées perpendiculairement à l'axe et rendues non achromatiques ; elles donnaient des images bien nettes, avec une lumière monochromatique.

L'aberration achromatique est, dans ce cas, un avantage, car, quand le télescope est au foyer pour des raies du spectre d'un ordre donné quelconque, les parties qui débordent des spectres de différents ordres sont hors du

foyer, et leur éclat, par conséquent, est plus ou moins affaibli. Nous avons quelquefois employé des verres de couleur verte ou bleue pour renforcer ce résultat. Le télescope et le collimateur étaient généralement fixés à 45° environ, le collimateur étant plus rapproché que le télescope de la normale au réseau, et le réseau étant déplacé pour prendre des parties nécessaires des spectres. Pour les parties de spectres moins réfrangibles que la raie E de Fraunhofer, on employait le spectre de troisième ordre ; pour les rayons les plus réfrangibles, celui de quatrième ordre. La source de lumière était l'arc électrique, pris dans un creuset de magnésie ou de chaux ; pour examiner n'importe quelle coïncidence supposée, on commençait par introduire un métal dans le creuset, et la raie à observer était placée sur le repère de l'oculaire ; on introduisait ensuite le second métal, et alors, dans la plupart des cas, comme il est détaillé ci-dessous, on voyait *deux* lignes là où d'abord il n'y en avait qu'une seule visible, et le repère indiquait laquelle des deux appartenait au métal introduit en premier lieu. Dans quelques cas où les deux métaux étaient déjà dans le creuset, il nous fallut renforcer le spectre de l'un des métaux en introduisant une plus grande quantité de ce métal, ce qui généralement donnait une plus grande intensité à son spectre et nous permettait de distinguer les raies avec un haut degré de probabilité. Ainsi, les creusets de magnésie ou les charbons contiennent toujours une quantité de lithium suffisante pour faire apparaître la raie orangée et la raie du calcium, que jadis on avait supposée coïncider avec elle (longueur d'onde, 6101,9) ; mais nous avons observé ces raies, parfaitement distinctes et séparées par une distance estimée à vue d'œil, par comparaison avec la distance des lignes du titane avoisinantes, à environ une division de l'échelle d'Angström. Lorsqu'on faisait tomber dans le creuset un petit morceau de carbonate de lithium, on voyait la raie la moins réfrangible s'étaler ; elle était

renversée pendant un court laps de temps, l'autre raie restant étroite et entièrement inaltérée. Quand le lithium s'était évaporé et que les deux raies étaient redevenues étroites, on introduisait dans le creuset un petit morceau de spath d'Islande, qui déterminait immédiatement l'expansion et qui, une fois, causa le renversement de la raie la plus réfrangible, tandis que la moins réfrangible restait alors non affectée.

De cette manière, nous nous assurâmes que la raie du calcium est la plus réfrangible des deux, et qu'elle est probablement représentée par la raie à longueur d'onde 6101,9 dans le spectre solaire normal d'Angström, tandis que la raie du lithium ne paraît pas être représentée.

Dans le cas du fer, qui donne une si grande multitude de raies, il était probable *a priori* que quelques raies coïncideraient, ou à peu près, avec les raies d'autres éléments, et en effet nous trouvons que, dans les cinq sixièmes des coïncidences supposées, il y a des raies du fer. Nous avons par conséquent porté notre attention principalement sur les raies du fer.

Prenant le fer et le titane, nous trouvons que nous pouvons résoudre les raies qui ont les longueurs d'ondes suivantes :

6064,7 [1] est une large raie double, la raie du fer étant moins réfrangible que celle du titane d'environ 1^{div} de l'échelle d'Angström. Young n'a pas résolu cette raie, probablement parce qu'il cherchait une raie beaucoup plus rigoureusement double.

5714,09. Raie rigoureusement double ; la raie du fer est la moins réfrangible, mais elle ne se trouve pas dans la liste de Thalén.

---

[1] Les nombres par lesquels les raies sont ici désignées sont des longueurs d'onde des raies correspondantes de Fraunhofer, empruntées au catalogue des fréquences d'oscillation dans le *Report of the British Association*, 1878, p. 37.

5661,65. Une double raie du titane, mais il semble qu'il y ait une seule raie du fer, entre les raies du titane.

5489,05. Une raie du titane, mais nous n'avons pas pu voir de raie du fer dans l'arc, à cette place, ni de semblable raie du fer dans la liste de Thalén.

5486,94. La raie du fer est plus réfrangible que celle du titane.

5446,07. Raie assez rigoureusement double, la raie du fer étant la moins réfrangible.

5428,96. Large raie double, la raie du fer étant la moins réfrangible.

5403,28. La raie du fer est ici la plus réfrangible.

5396,19. La raie du fer est la moins réfrangible.

5006,72. Nous n'avons pas résolu cette raie; mais elle n'est pas donnée comme simple dans la liste de Thalén.

4990,48. Nous n'avons pas résolu cette raie; mais c'est une raie du titane très accentuée, et celle du titane peut avoir recouvert celle du fer, si elles ne sont pas coïncidentes.

4690,69. La raie du fer est indiquée par Thalén comme légèrement moins réfrangible que la raie du titane, et nous avons trouvé qu'elle l'est en effet.

4426,9. N'est pas donnée comme une raie du fer dans la liste de Thalén.

4307,25. La raie du fer est donnée par Thalén, comme légèrement plus réfrangible que la raie du titane. Nous n'avons pas résolu cette raie, la raie du titane étant faible.

4293,96. Le fer est indiqué par Thalén comme légèrement moins réfrangible que le titane, mais nous n'avons pas résolu cette raie ni constaté qu'il y ait aucune raie du titane à cette place.

4287,47. Cette raie n'est point donnée comme raie du fer dans la liste de Thalén.

4171,77. Nous avons, à plusieurs reprises, cherché cette raie du titane, mais nous ne l'avons pas vue dans l'arc.

Dans le cas du calcium, il était plus difficile de résoudre les raies étroitement doubles, parce que, quand on introduisait une très petite quantité d'un composé de

calcium dans l'arc pour vérification d'identité, les raies du calcium prenaient une telle expansion qu'elles recouvraient bien souvent les raies voisines, plus faibles.

6461,98. N'est pas indiquée comme raie du fer dans la liste de Thalén. Raie assez rigoureusement double; la raie du fer est la moins réfrangible.

5601,84. La raie du fer, dans cette raie double, est moins réfrangible que celle du calcium.

6269,59. Raie rigoureusement double, la raie du fer moins réfrangible que celle du calcium.

5041,32. Raie rigoureusement double, mais nettement divisible, la raie du fer étant la moins réfrangible. Kirchhoff sépare la raie du fer et celle du calcium, celle du calcium étant la moins réfrangible des deux.

4877,57. Nous n'avons pu résoudre cette raie, bien que Young ait résolu la raie solaire correspondante.

4585,36 } Il n'y a pas de raies du fer à ces places dans la liste
4578,37 } de Thalén, et nous n'avons pu en découvrir dans
4580,93 } l'arc, bien que le pôle positif fût de fer.

4407,8 semble être une raie du fer, bien qu'elle ne se trouve pas dans la liste de Thalén, mais nous n'avons pu trouver dans l'arc aucune raie du calcium correspondante.

4375,46 n'est pas donnée comme une raie du calcium dans la liste de Thalén, et nous n'avons pas pu voir de raie du calcium à cette place.

4307,25 semble être une raie très étroitement double, non distinctement divisible, parce que les deux raies sont un peu diffuses, mais la raie du fer est un peu moins réfrangible, si elle s'étale symétriquement, et elle est ainsi donnée par Kirchhoff et par Thalén.

4301,95. La raie du fer ici est faible, et elle est plus réfrangible que la raie du calcium.

4298,56. Raie étroitement double, mais nettement divisible, la raie du fer étant moins réfrangible que celle du calcium.

4271,33 avait l'apparence d'une raie très rigoureusement double, car, lorsqu'on introduisait du chlorure de calcium dans le creuset, la raie s'étalait davantage sur son côté le moins réfran-

gible, comme si la raie du fer était un peu plus réfrangible que celle du calcium; mais nous n'avons pu les séparer. Thalén n'indique pas que ces deux raies soient nettement coïncidentes.

Les raies 4249,81; 4246,89; 4233; 4143,14; 4131,52 sont indubitablement des raies du calcium; du moins nous n'avons pu obtenir de telles raies en introduisant du chlorure de calcium dans l'arc, bien que les autres raies du calcium au voisinage fussent bien développées.

4097,55 ne semble pas être une raie du fer, et nous n'avons pas pu découvrir de telle raie dans l'arc, lorsque le pôle positif était de fer.

Parmi les raies supposées communes au nickel et au fer :

5168,48 est une raie étroitement double, mais la raie du fer est moins réfrangible que celle du nickel.

Nous n'avons pu résoudre 5145,87, mais elle n'est pas indiquée comme raie du fer dans la liste de Thalén.

5142,1 est double, et la raie du fer est la moins réfrangible, mais il était difficile de séparer les deux raies, en raison de leur caractère diffus.

5136,9 est une raie étroitement double, la raie du fer étant plus réfrangible et plus faible que la raie du nickel.

4854,85. Il nous a été impossible de découvrir ici aucune raie du fer dans l'arc.

Parmi les raies supposées coïncidentes du manganèse et du fer :

5340,38 est une raie étroitement double du manganèse et du fer, mais encore nettement divisible, la raie du fer étant la plus réfrangible des deux.

5254,21 est une raie double assez large; la raie du fer est la plus réfrangible.

4489,49 est aussi une raie franchement double ; la raie du fer est plus réfrangible que celle du manganèse.

4414,77 est une raie rigoureusement double, mais nettement séparable, la raie du fer étant la moins réfrangible.

4054,48. Il y a ici une faible raie du fer, légèrement plus réfrangible que la raie du manganèse.

Les raies du magnésium et du fer en b^4 sont séparables, la raie du fer étant la moins réfrangible.

Parmi les raies du chrome supposées coïncidentes avec des raies du fer :

5207,78 est franchement double, la raie du fer étant la moins réfrangible.

5203,88 ne se résout pas clairement, mais la raie du fer paraît être la moins réfrangible.

4654,07. Nous n'avons découvert aucune raie du chrome à cette place, bien que la raie du chrome à 4646,6 fût large et forte, aussi bien qu'une raie à 4650,5.

Nous n'avons pu résoudre 4646,6, mais Thalén n'indique pas de raie du fer, dans sa liste, à cette place.

4369,27 ne paraît pas être une raie du fer; nous n'avons pu découvrir de telle raie dans l'arc; cette raie n'est point indiquée dans la liste de Thalén. Il y une raie du fer, qui est moins réfrangible d'environ 1^{div} d'Angström.

Parmi les raies supposées coïncidentes du fer et du cobalt :

5265,94 est évidemment double, et la plus réfrangible des deux raies est due au cobalt.

5352,57. Nous n'avons pas résolu cette raie avec cette certitude, mais le cobalt étalait la raie davantage du côté le moins réfrangible.

6407,38. La raie du fer est plus réfrangible que celle du strontium.

5681,52. La raie du fer ici est décidement plus réfrangible que celle du sodium.

Nous avons examiné en outre les raies supposées coïncidentes du cobalt et du calcium, ainsi que celles du chrome et du calcium; nous avons trouvé que 6121,34 est facile à

résoudre nettement, et que la raie du calcium est la moins réfrangible des deux.

4289,44 et 4274,63 sont deux raies doubles; les raies du chrome sont les moins réfrangibles. La seconde raie est difficile à résoudre.

5856,6 se résout franchement; la raie du calcium est un peu plus réfrangible que celle du nickel.

5480,29. C'est une raie double de titane, et la raie du strontium est plus réfrangible que l'une ou l'autre des raies du titane. Elles forment un trio qui n'est pas très serré.

5424,8. La raie du baryum est située entre la raie du titane et la raie du fer (5423,7) voisine de la raie du titane; la raie du fer elle-même est un peu plus réfrangible que la raie du baryum.

Nous avons encore résolu d'autres prétendues coïncidences. Les deux qui suivent immédiatement sont de larges raies doubles.

6449,27. La raie du baryum est plus réfrangible que celle du calcium.

6438,35. La raie du calcium est plus réfrangible que celle du cadmium.

Nous avons trouvé que la raie 4101,2 de l'indium est très difficile à séparer de la raie (h) de l'hydrogène; cette dernière était obtenue au moyen de l'étincelle dans un tube; la raie de l'indium est faible et diffuse; mais plusieurs observations ont toutes conduit à conclure qu'elle est légèrement plus réfrangible que celle de l'hydrogène.

Nous avons aussi comparé directement la raie du fer à 5316,07 avec le spectre solaire, et nous avons trouvé que la raie du fer correspond à la moins réfrangible des deux raies solaires qui se trouvent à cette place, en sorte que la raie coronale est, selon toute probabilité, l'autre raie du couple.

Il y a encore quelques cas de coïncidences supposées,

que nous n'avons pas examinés. Les résultats que nous avons rappelés confirment rigoureusement les observations de Young; ils ne permettent plus guère de douter, pensons-nous, que les coïncidences non encore résolues ne doivent céder à un pouvoir dispersif plus fort ou qu'elles ne soient purement accidentelles. Il serait étrange, en vérité, que, parmi toute la variété des éléments chimiques et la variété encore plus grande de vibrations que quelques-uns d'entre eux sont capables d'exécuter, il n'y eût point deux éléments qui pussent prendre des vibrations de même période. Nous aurions certainement supposé que des substances comme le fer et le titane, qui ont un si grand nombre de lignes, doivent chacune être formées de plus d'une espèce de molécules, et que, dans le spectre de quelques autres éléments chimiques, on trouverait la répétition non pas de simples raies, mais de plusieurs raies de chacun d'eux. Le fait que l'on ne peut guère établir de simples coïncidences est un puissant argument en faveur de l'idée que les matières du fer et du titane, même si elles ne sont pas homogènes, sont, du moins, différentes de celles d'autres éléments chimiques. La supposition que les différents éléments peuvent être résolus en constituants plus simples ou en un seul et unique a été longtemps une spéculation favorite des chimistes; mais, quelque probable que cette hypothèse puisse paraître *a priori*, il faut reconnaître qu'elle n'est guère confirmée par les faits dérivés des méthodes d'investigation analytique les plus efficaces qui aient été imaginées jusqu'à présent.

ACTION DES ACIDES ARSÉNIQUE ET PHOSPHORIQUE SUR LES TUNGSTATES DE SOUDE, ET NOUVELLE MÉTHODE D'ANALYSE DES TUNGSTATES;

PAR M. JULES LEFORT.

QUATRIÈME MÉMOIRE.

Nous avons déjà signalé que les acides organiques, en réagissant sur les tungstates de soude, produisaient, suivant les circonstances dans lesquelles on opère, soit du bi-tungstate, soit du tritungstate de soude, et l'on sait que cette étude nous a permis de faire connaître, dans plusieurs Mémoires successifs (1), un grand nombre de sels nouveaux ayant pour composition générique

$$2(TuO^3),MO$$
$$3(TuO^3),MO.$$

Personne n'ignore que les acides minéraux énergiques ne se comportent pas toujours de la même manière avec les tungstates alcalins : ainsi, tandis que les acides chlorhydrique, nitrique et sulfurique décomposent en totalité le tungstate neutre et le bitungstate de soude en précipitant de l'hydrate d'acide tungstique jaune insoluble, les acides arsénique et phosphorique semblent réagir sur ces sels comme les acides organiques, c'est-à-dire produire des tungstates acides qui, sauf ceux obtenus avec l'acide phosphorique, n'ont été l'objet d'aucune expérience suivie. C'est pour éclairer autant que possible cette question que nous

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, 1876, t. IX; 1878, t. XV, et 1879, t. XVII.

avons poursuivi ce genre de recherches complémentaires de nos précédents travaux sur le même sujet.

La première difficulté que nous avons rencontrée dans le commencement de nos expériences a été la séparation et le dosage exact de l'acide tungstique isolé par les acides arsénique et phosphorique; c'est que ces deux acides minéraux produisent assez souvent de l'acide métatungstique qui, on le sait, ne se dose pas aussi aisément que l'acide tungstique mono-atomique. Voici le procédé auquel nous avons eu recours et que nous allons décrire un peu plus longuement que d'habitude, parce que nous le croyons appelé à rendre de véritables services pour l'étude des combinaisons tungstiques.

M. Scheibler a découvert que l'acide métatungstique, et mieux encore les acides phospho-tungstiques, précipitaient à peu près complètement les alcalis organiques de leurs solutions, même acides; partant de là, il considère ces réactifs comme ayant une importance réelle pour la constatation des alcaloïdes dans les végétaux ou pour les recherches de Médecine légale.

Nous avons renversé en quelque sorte le procédé de M. Scheibler et nous avons remarqué que la quinine ne constituait pas seulement un excellent réactif pour doser l'acide tungstique, mais qu'elle permettait encore de connaître, dans un grand nombre de cas, l'état d'atomicité de l'acide tungstique engagé dans un composé quelconque.

Pour le dosage de l'acide tungstique d'un tungstate soluble, il suffit donc de verser, dans la solution rendue acide par de l'acide acétique, de l'acétate ou du sulfate de quinine en léger excès et dissous dans la plus petite quantité d'eau possible : il se produit aussitôt un abondant précipité blanc qui, par le repos, diminue un peu de volume, et qu'on lave suffisamment avec de l'eau froide. Le dépôt recueilli sur un filtre, séché à l'étuve, est ensuite placé dans un creuset de platine qu'on chauffe au rouge.

Par l'addition successive de quelques gouttes d'acide nitrique, toute la quinine se détruit, et on obtient à la fin de l'acide tungstique dont on détermine le poids. Ce mode opératoire est d'une exactitude parfaite, surtout s'il s'agit de l'acide métatungstique, ainsi que nous le montrerons dans un instant.

Mais là n'est pas le seul avantage de ce nouveau procédé de dosage de l'acide tungstique. Cet acide conserve, en s'unissant à la quinine, l'atomicité qui lui est propre; ainsi, l'alcaloïde précipité par le mono, le bi, le tri ou le métatungstate de soude forme des sels quiniques absolument correspondants, de sorte que l'analyse de l'un d'eux indique tout de suite, par le poids du résidu qu'il laisse en se décomposant, à quel état atomique il appartient : en voici du reste la preuve.

Nous avons précipité par l'acétate acide de quinine des solutions de mono, de bi, de tri et de métatungstate de soude et les produits en résultant, lavés, chauffés à 120° afin de les déshydrater complètement et pesés, ont été calcinés avec de l'acide nitrique pour y doser l'acide tungstique qu'ils contiennent; voici les résultats qu'ils ont fourni :

	TuO^3 obtenu.	Calcul.
Monotungstate de quinine....	40,88	41,75
Bitungstate »	57,46	58,88
Tritungstate »	67,54	68,23
Métatungstate »	73,28	74,13

On voit, par les écarts considérables entre ces proportions d'acide tungstique, combien il est facile de savoir si un tungstate est avec $1^{éq}$, $2^{éq}$, $3^{éq}$ ou $4^{éq}$ d'acide pour $1^{éq}$ de base, et ensuite si l'on a affaire à une combinaison ou à un mélange de ces sels entre eux.

Ce nouveau mode d'analyse des tungstates nous a encore permis de constater que, lorsqu'on faisait bouillir pendant un long temps un mélange d'acide tungstique en

grand excès avec du mono ou du bitungstate de soude, on ne produisait jamais un tungstate plus acide que le quadri ou métatungstate de soude : quelques chimistes avaient supposé en effet que, par ce moyen, on pouvait former des tungstates avec $5^{éq}$ et même $6^{éq}$ d'acide pour $1^{éq}$ de base ; les recherches entreprises par nous dans ce sens n'ont pas confirmé cette opinion.

Nous avions encore à rechercher si les lavages à l'eau distillée ne dissolvaient pas des quantités notables de tungstate de quinine, de manière à influencer les résultats d'une analyse ; or voici ce que nous avons observé : 100 parties d'eau à + 15° dissolvent :

Monotungstate de quinine........	0,040
Bitungstate »	0,013
Tritungstate »	0,011
Métatungstate »	0,008

On voit par ces expériences que plus le tungstate de quinine est acide, moins il est soluble dans l'eau et que, par le fait, tous ces sels ne se dissolvent qu'en minime proportion dans l'eau froide.

Nous allons maintenant reprendre le sujet même de ce travail.

ACIDE ARSÉNIQUE ET TUNGSTATES DE SOUDE.

Tungstate neutre. — Deux solutions froides très-concentrées contenant, l'une 1 partie d'acide arsénique, l'autre 4 parties de tungstate neutre de soude, mélangées ensemble, s'échauffent très notablement et abandonnent, par le refroidissement de la liqueur, un dépôt blanc, généralement opaque, demi-solide, très soluble dans l'eau et incristallisable. L'eau mère est saturée d'arséniate de soude, d'acide arsénique et du nouveau composé qui

s'est formé, c'est-à-dire l'*arsénio-tungstate de soude,* dont la formule s'exprime ainsi :

$$AsO^5, 2NaO + 3(TuO^3), NaO + 20HO.$$

Ce sel double résulte, en effet, de la combinaison de l'arséniate de soude avec le tritungstate de soude, en vertu de cette équation

$$\begin{aligned} &AsO^5, Aq + 3(TuO^3, NaO)Aq \\ &= AsO^5, 2NaO + 3(TuO^3), NaO + 20HO. \end{aligned}$$

La précipitation de ce sel par l'acétate de quinine ne laisse aucun doute sur la formation du tritungstate de soude dans cette circonstance.

Le sel exprimé dans du papier Joseph nous a donné à l'analyse les résultats suivants :

	Expériences.		
	I.	II.	Calcul.
AsO^5.......	11,23	10,89	10,77
$3TuO^3$......	49,27	49,63	50,00
$3NaO$......	13,02	13,27	13,37
$20HO$......	26,48	26,21	25,86
	100,00	100,00	100,00

L'arsénio-tungstate de soude exposé graduellement à l'action de la chaleur perd toute son eau de cristallisation sans fondre ; c'est seulement lorsqu'il est chauffé au rouge qu'il se convertit en un verre blanc, incolore, très difficilement soluble dans l'eau.

Au lieu d'opérer à froid, si l'acide arsénique réagit à chaud sur le tungstate neutre de soude, comme l'acide arsénique se trouve en excès, il se produit un peu d'acide métatungstique, qui reste dans l'eau mère. Malgré la multiplicité de nos expériences, nous n'avons jamais pu produire, avec ces substances, des acides arsénio-tungstiques ayant des analogies avec les acides phospho-tungstiques

signalés dans ces derniers temps par MM. Scheibler et Sprenger.

Bitungstate. — A froid, le bitungstate de soude et l'acide arsénique, dans la proportion de 4 parties de sel pour 1 partie d'acide, ne semblent pas réagir l'un sur l'autre, du moins dans le premier moment; mais, si l'on abandonne la solution à elle-même pendant plusieurs jours, il se produit du tritungstate de soude ; enfin, si le mélange est suffisamment concentré et chauffé, il se forme, outre le tritungstate de soude, des cristaux octaédriques d'acide métatungstique, qui a, comme on sait, pour composition

$$4(TuO^3), 9HO.$$

Mais si on augmente la proportion d'acide arsénique (1 partie d'acide pour 2 parties de sel), et si on maintient l'ébullition de la solution jusqu'à ce qu'elle soit devenue jaunâtre, en ayant le soin de renouveler l'eau à mesure qu'elle s'évapore, l'acide arsénique déplace toute la soude du bitungstate en donnant naissance à un acide métatungstique particulier.

En effet, par la concentration de la liqueur, on obtient une masse de cristaux lamelleux, très fins, groupés en forme de champignons jaunâtres et très solubles dans l'eau et l'alcool.

Cette masse cristalline, préalablement égouttée, afin de l'isoler de la plus grande partie de son eau mère, est composée d'acide métatungstique, d'acide arsénique et d'arséniate de soude. On la traite par l'alcool, qui ne dissout que les deux acides minéraux.

La solution alcoolique, abandonnée au-dessus de la chaux et de l'acide sulfurique, fournit les mêmes cristaux encore souillés d'acide arsénique, mais que l'on purifie en les faisant recristalliser dans l'alcool.

Exprimé entre des feuilles de papier Joseph, l'acide métatungstique ne contient plus que des traces d'acide arsénique à l'état d'interposition.

L'acide métatungstique qui se forme dans cette circonstance représente une modification isomérique de l'acide métatungstique déjà connu : ainsi sa teinte est jaunâtre [1], ses cristaux sont en lamelles déliées, brillantes, et, s'il précipite les alcaloïdes comme l'acide métatungstique ordinaire, les dépôts sont toujours jaunâtres, au lieu d'être blancs. D'autre part, il ne contient que $7^{éq}$ d'eau qu'il abandonne en totalité à la température de 150°, tandis que l'acide métatungstique incolore en renferme 9.

Dosage de l'eau.

	Expérience.		
	I.	II.	Calcul.
$4TuO^3$	87,81	87,92	88,05
$7HO$..........	12,19	12,08	11,95
	100,00	100,00	100,00

Après sa déshydratation par la chaleur, il régénère l'acide tungstique jaune, insoluble, monobasique. L'ébullition prolongée avec l'eau ne le décompose pas; il dégage l'acide carbonique des carbonates; il ne précipite pas par le chlorure de baryum et toutes les combinaisons qu'il produit avec les bases sont colorées en jaune.

Lorsque nous découvrîmes pour la première fois cet acide, nous pensâmes qu'il était un composé défini d'acide métatungstique et d'acide arsénique, mais il nous fut facile de constater qu'il n'en était rien. Ainsi les cristaux purifiés par des cristallisations répétées, placés avec du zinc et de l'acide sulfurique dans un appareil à dégagement d'hydrogène, le gaz reçu dans de l'acide nitrique fumant

(1) Les cristaux ont parfois une teinte verdâtre qui provient de ce que l'acide arsénique employé contient assez souvent un peu d'acide arsénieux; une minime quantité d'acide tungstique se trouve ainsi convertie en oxyde bleu de tungstène qui, avec l'acide jaune, colore légèrement la masse au vert.

n'a fourni, avec l'acétate d'urane, que des traces à peine perceptibles d'arséniate d'urane. Son sel de quinine, décomposé préalablement par l'acide sulfurique à chaud, et le mélange introduit dans le même appareil, n'a pas fourni de traces d'arséniate d'urane.

L'acide métatungstique jaune est si bien un acide spécial au tungstène et différent de l'acide métatungstique incolore qu'on le reproduit encore avec l'acide phosphorique et le bitungstate de soude, comme nous allons le dire tout à l'heure; aussi proposons-nous de lui donner le nom d'acide *métalutéotungstique,* qui indique tout de suite sa coloration particulière et celle de ses sels.

ACIDE PHOSPHORIQUE ET TUNGSTATES DE SOUDE.

M. Scheibler a indiqué que, lorsqu'on traitait à chaud par l'acide phosphorique le tungstate neutre et le bitungstate de soude [1], on obtenait des acides doubles ayant

---

[1] Il est utile de faire remarquer ici que le sel désigné par M. Scheibler sous le nom de bitungstate de soude, avec cette formule

$$7\,(TuO^3),\ 2\,NaO,\ 16\,HO,$$

est certainement le même décrit par nous (*Annales de Chimie et de Physique,* 5ᵉ série, 1876, t. IX, p. 97) sous le nom de tungstate acide intermédiaire ayant pour composition $5\,(TuO^3),\ 2\,NaO,\ 11\,HO$.

Ce dernier sel, qui représente un sel double à équivalents égaux de bi et de tritungstate de soude :

$$5\,(TuO^3),\ 2\,NaO,\ Aq = 2\,(TuO^3),\ NaO + 3\,(TuO^3),\ NaO,\ Aq,$$

donne aussi bien par le calcul que par l'expérience des nombres presque identiques avec ceux obtenus par M. Scheibler. En voici la preuve :

	Bitungstate de M. Scheibler ($7\,TuO^3,\ 3\,NaO,\ 16\,HO$).	Tungstate acide intermédiaire [$3\,(TuO^3),\ 2\,NaO,\ 11\,HO$].
TuO^3....	77,325	78,27
NaO.. ..	8,632	8,25
HO......	14,040	13,38
	99,997	100,00

Or, d'après les règles de la nomenclature chimique et nos expériences,

la propriété, comme nous l'avons dit en commençant, de précipiter un grand nombre d'alcaloïdes de leurs solutions acides.

Les composés phospho-tungstiques décrits par M. Scheibler ont reçu des développements tels que nous n'avons pas cru utile de les soumettre à un nouvel examen, et nous ne nous occuperons que des faits qui ont échappé à la sagacité de ce chimiste; nous passerons également sous silence les acides phospho-tungstiques et les phospho-tungstates signalés récemment par M. Sprenger [1], parce qu'ils n'ont que des rapports indirects avec notre sujet.

Tungstate neutre. — Lorsqu'on sature exactement au papier bleu de tournesol une solution très concentrée de tungstate neutre de soude par de l'acide phosphorique médicinal, on n'observe d'autre réaction qu'une élévation notable de la température du mélange. Après plusieurs jours, la liqueur se prend en masse cristalline, et, si l'on analyse le sel qui s'est formé, on le trouve composé de phosphate neutre de soude plus ou moins souillé de tungstate acide de soude, tandis que l'eau mère reste saturée de phosphate et de tungstate de soude. Voici, du reste, la réaction qui intervient dans cette circonstance :

$$3(TuO^3, NaO) + PhO^5, Aq = 3(TuO^3), NaO + PhO^5, 2NaO, Aq.$$

Nous avons recherché si le tritungstate de soude, sel difficilement cristallisable, comme nous l'avons dit ailleurs, ne contractait pas une combinaison avec le phosphate de soude, comparable à celle que nous venons de faire connaître en parlant de l'acide arsénique, mais il n'en est rien.

---

le bitungstate de soude ne peut avoir pour formule que celle-ci :

$$2(TuO^3), NaO, Aq.$$

Nous croyons donc que le nom et la composition du sel employé par M. Scheibler doivent être modifiés dans le sens que nous indiquons ici.

(1) *Journal für praktische Chemie*, 1880, p. 418.

L'eau mère concentrée avec soin donne toujours des cristaux de phosphate de soude, qui cristallise au milieu de la situation sirupeuse de tritungstate de soude sans s'y combiner. D'autre part, ce mélange, traité par l'acétate de quinine, fournit du tritungstate de quinine qui ne contient pas d'acide phosphorique combiné.

Un excès d'acide phosphorique à froid donne avec le tungstate de soude neutre les mêmes résultats, et si l'on fait bouillir la solution on obtient, suivant le temps de l'opération, des mélanges de phosphate et de tungstates acides de soude divers.

Bitungstate. — L'acide phosphorique que l'on fait réagir à chaud et en grand excès sur le bitungstate de soude fournit, comme avec l'acide arsénique, l'acide *métalutéotungstique.* Pour cela, dans 1 partie d'acide phosphorique glacial dissous dans 50 fois son poids d'eau bouillante, on ajoute peu à peu 2 parties de bitungstate de soude cristallisé et l'on maintient l'ébullition du mélange jusqu'à ce que celui-ci ait acquis une coloration jaune. La solution suffisamment concentrée se prend en masse par le refroidissement. On l'égoutte, on la délaye dans de l'alcool concentré qui dissout l'acide métalutéotungstique et l'excès d'acide phosphorique, tandis que le phosphate de soude reste en solution dans le véhicule aqueux.

La solution alcoolique est exposée au-dessus de la chaux et de l'acide sulfurique, et alors l'acide métalutéotungstique se sépare à son tour de l'acide phosphorique sous la forme de choux-fleurs ou de champignons composés d'écailles minces, jaunâtres, brillantes que l'on purifie de nouveau par une deuxième et même une troisième dissolution dans l'alcool.

Cet acide, exprimé entre des feuilles de papier à filtrer, possède les mêmes propriétés physiques et chimiques que celui qu'on obtient dans de semblables conditions avec l'acide arsénique et le bitungstate de soude.

Plus on approfondit l'étude de l'acide tungstique, plus on demeure convaincu que cet agent est susceptible de revêtir, dans les nombreuses combinaisons qu'il forme, quatre états atomiques génériques, représentés ainsi :

$$TuO^3, \quad 2TuO^3, \quad 3TuO^3, \quad 4TuO^3,$$

et pouvant s'unir soit ensemble, soit avec d'autres acides, soit avec certains sels, tout en conservant l'atomicité qui leur est propre.

Telle serait, d'après notre manière de voir, la véritable constitution de ces composés, si bien étudiés par MM. Marignac, Scheibler, Gibbs et Sprenger, dans lesquels $1^{éq}$ d'acide silicique ou d'acide phosphorique est combiné avec $10^{éq}$, $12^{éq}$, $20^{éq}$, $24^{éq}$ et $26^{éq}$ d'acide tungstique, et seulement avec $1^{éq}$, $2^{éq}$, $3^{éq}$, $4^{éq}$ de base.

En effet, si l'on veut bien se souvenir que les acides organiques et certains acides minéraux, comme les acides arsénique et phosphorique, ont pour résultat de convertir le tungstate neutre de soude en tungstates acides, on est obligé d'admettre que, dans tous les composés silico et phosphotungstiques, l'acide tungstique n'y est pas à l'état mono-atomique, mais, suivant les circonstances, à l'état de bi, de tri ou de métatungstique, formant parfois entre eux des groupements plus ou moins complexes.

L'analyse de ces nombreuses et intéressantes combinaisons par la quinine permettra peut-être un jour de résoudre ce problème d'une façon définitive.

LA DISTRIBUTION DE L'ÉNERGIE DANS LE SPECTRE NORMAL;

PAR M. LANGLEY,
Directeur de l'Observatoire d'Allegheny.

Les lois de la distribution de l'énergie dans la radiation solaire ne sont connues que d'une manière imparfaite, parce que nous devrions les déterminer sur une portion du spectre assez étroite pour être presque homogène, où l'énergie est en conséquence très faible, et parce que l'instrument le plus sensible que la science possède encore pour cette étude, la thermopile linéaire, repose sur l'interprétation de cette énergie comme chaleur et se trouve d'une sensibilité très inférieure relativement à celle de l'œil ou de la plaque photographique. Cette infériorité n'a peut-être jamais été évaluée quantitativement d'une manière exacte. Je suis aujourd'hui en mesure, au moins, de dire que la somme actuelle d'énergie nécessaire dans un rayon, pour manifester sa présence d'une manière perceptible par la photographie, est en général moindre que $\frac{1}{10\,000\,000}$ de l'énergie qui, dans les conditions les plus favorables, produirait un changement perceptible sur le galvanomètre le plus délicat au moyen de la pile la plus sensible.

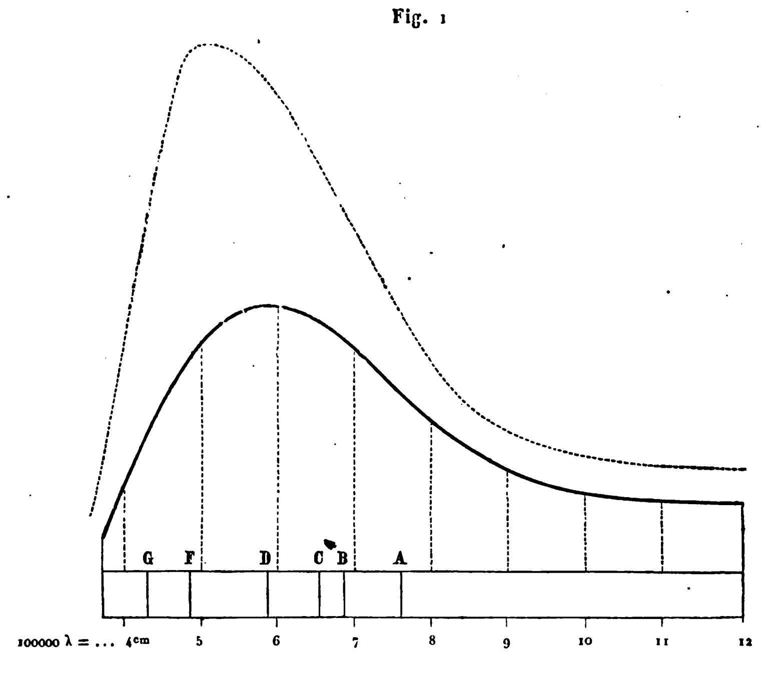
Ce remarquable résultat, qui se trouve encore beaucoup en dedans des limites de la vérité, indique, mais insuffisamment, la bien plus grande inégalité de sensibilité entre la meilleure thermopile et l'œil.

La distribution de l'énergie par le prisme est capable, comme Draper l'a démontré, de causer de graves erreurs dans son interprétation. Le réseau métallique produit par réflexion un spectre presque normal, mais dont la chaleur a été considérée jusqu'à ces derniers temps comme trop faible pour pouvoir être évaluée, au moins dans des por-

tions assez étroites pour être sensiblement homogènes. Depuis plusieurs années je fais des expériences dans le but de mesurer avec précision la chaleur de rayons d'une telle homogénéité dans le spectre de diffraction.

Je suis enfin arrivé à le faire; mais je n'y suis parvenu qu'en construisant un instrument plus sensible et plus prompt que la pile, que j'ai appelé le bolomètre (βολή, μέτρον).

Fig. 1



La construction m'en a été facilitée par l'aide du fond légué par le comte de Rumford à l'Académie américaine des Arts et Sciences. Pour la description de cet instrument je renvoie aux Comptes rendus de cette Société pour 1881 : je me contenterai de faire remarquer ici qu'un changement de $0^{\circ},00001$ centigrade dans la température est immédiatement perceptible, l'action instantanée du-

bolomètre formant un contraste frappant avec l'action lente de la pile, en même temps que l'appareil répète toujours le même résultat avec une énergie donnée.

Je me permets maintenant de soumettre mes résultats sur cette portion du spectre qui se trouve comprise entre une longueur d'onde de $0^{mm},00035$ et une longueur d'onde de $0^{mm},00120$. J'ai mesuré sur des longueurs d'onde jusqu'à $0^{mm},00300$, mais je limiterai la présente description à la partie qui se trouve entre les limites ci-dessus dénommées, qui comprennent tout le spectre visible et une partie de l'ultra-violet et de l'ultra-rouge. J'ai opéré par une fente si étroite que les principales lignes de Fraunhofer du premier spectre ont été toujours vivement projetées sur les bandes du bolomètre, mais c'est avec intention que j'ai évité d'enregistrer les effets refroidissants des lignes individuelles, de manière à ne présenter ici que les résultats généraux par une courbe régulière. Je n'ai employé ni collimateur ni lentille quelconque, et j'ai fait usage seulement d'un miroir d'argent pour former l'image spectrale. J'ai éliminé l'effet des spectres superposés par des procédés dont je renvoie la description à un Mémoire plus complet.

L'absorption sélective de l'argent du miroir, du métal réfléchissant du réseau, etc., pour les rayons mesurés, bien que très faible, a été déterminée par des expériences nouvelles sur des rayons homogènes avec assez d'exactitude pour me permettre de présenter cette courbe comme approximation acceptable de la distribution réelle non seulement de la chaleur, mais de l'énergie dans le spectre normal. Quoique ce soit le résultat de plus de quinze mille observations du galvanomètre pendant cette dernière année, en considération des changements rapides et extrêmes de la transparence de notre atmosphère, il faut sans doute plusieurs années successives pour la déterminer avec toute l'exactitude possible. Elle est réduite, en appliquant la formule exponentielle ordinaire (avec des constantes sépa-

rées pour chaque rayon, bien entendu), à l'effet d'un soleil vertical, puisque l'ordonnée maximum se meut vers le rouge pendant que le soleil descend, et atteint le rouge extrême ou même l'ultra-rouge lorsqu'il est encore au-dessus de l'horizon.

La courbe décrite par la ligne susdite représente alors (je crois pour la première fois) la distribution de l'énergie solaire obtenue, non plus par induction des résultats trouvés par un prisme, mais par des mesures directes sur un spectre presque normal. On doit observer que la partie ultra-violette finit, autant que l'indique notre courbe, non loin de $\lambda = 0^{mm},00030$, où la courbe, si elle était prolongée, rencontrerait l'axe des abscisses. Si nous représentons par 1000 la déviation du galvanomètre à son maximum, près de $\lambda = 0^{mm},00058$, nous avons les valeurs suivantes représenteés par nos ordonnées :

	10000λ (mm)	y.
Pour $10000\lambda =$	3,5	145
»	4	302
»	5	837
»	6	975
»	7	846
»	8	581
»	9	390
»	10	293
»	11	274
»	12	260

Notons que l'énergie est très faible dans l'ultra-violet, là où l'on place généralement le maximum de la courbe dite *chimique*. C'est donc la sensibilité de certains sels d'argent pour ces rayons qui a produit la croyance erronée non seulement qu'il y avait là une forme spéciale d'énergie, mais même qu'il y existait beaucoup d'énergie d'une espèce quelconque. La hausse rapide vers le bleu est d'un contraste remarquable avec la lente dégradation vers le rouge,

et nous voyons en outre que la courbe dite de *lumière* coïncide bien plus exactement qu'on ne l'avait d'abord pensé avec la courbe dite de *chaleur* (lorsque celle-ci est ainsi tracée), de telle façon que les effets lumineux de l'énergie solaire sur la rétine peuvent être regardés (d'une manière approximative, cela va de soi) comme proportionnels à ceux de la chaleur sur le thermomètre. Ce qui est plus remarquable, c'est le point d'inflexion dans l'ultra-rouge, précisément là où le maximum de la courbe dite de *chaleur* a été ordinairement placé, d'où l'énergie continue à décroître continuellement jusqu'à l'extrémité de la courbe.

Quoique ces observations n'affectent pas l'exactitude des expériences bien connues de Tyndall relatives à l'action de la vapeur d'eau sur la chaleur rayonnante des ondes de grandes longueurs, il en résulte très clairement que, puisque le maximum d'énergie se trouve ici dans des ondes de courte longueur, tandis que ces expériences avaient trait surtout à la chaleur obscure, l'énergie est ici vue à son maximum dans les régions du spectre sur lesquelles ces expériences ne portent pas.

En même temps il faut dire qu'au delà de la longueur d'onde de $0^{mm},0012$, à laquelle ces expériences s'appliquent et qui borde le présent dessin, s'étend une région qui contient, à cause de sa grande étendue, malgré sa faible intensité, une grande partie de l'énergie totale du soleil, une région presque inconnue dont je demanderai la permission de parler plus tard.

La courbe représentée par une ligne pointillée sert d'illustration à une branche différente des présentes recherches, qui offre des résultats qui me semblent nouveaux, puisqu'elle montre la distribution de l'énergie solaire *avant l'absorption par l'atmosphère terrestre*, et nous permet de juger, comme je le montrerai plus tard, de la somme absolue de chaleur que la Terre reçoit du Soleil.

nous pouvons former la courbe extérieure (ligne de la gravure pointillée). En la considérant, nous voyons quelle quantité l'absorption de notre atmosphère a prise sur les rayons bleus et violets; mais nous voyons aussi, ce me semble, que si le spectre ordinaire se termine comme nous le savons, ce n'est pas principalement à cause de l'absorption de l'atmosphère terrestre. Sans nier aucunement les importants résultats obtenus par M. Cornu, nous voyons ici, je pense, que l'absorption atmosphérique terrestre ne compte que pour une partie, la moindre peut-être, de l'absorption totale, parce que la courbe d'énergie, en dehors de notre atmosphère (et qui ne peut avoir été affectée par elle), rencontre l'axe des x, comme on le voit, non loin de $\lambda = 0^{mm},0003$, ce qui est à peu près la limite du spectre, selon M. Cornu. L'étonnante rapidité de descente de cette courbe me semble indiquer clairement qu'il y a eu encore une absorption antérieure dans le même sens, dans l'atmosphère du Soleil. Je réserve ceci pour le discuter plus tard, et j'appelle seulement à présent l'attention sur ce fait, que l'ordonnée maximum qui, en dehors de notre atmosphère, se trouve sur les bords du bleu, se trouverait, si l'atmosphère solaire était écartée, encore plus haut dans le spectre. Je conclus donc de ce qui précède, et en raison des autres considérations que je ne donne pas ici, que la totalité des radiations de la photosphère solaire elle-même, si elles nous parvenaient, nous donnerait la sensation d'une couleur composée ressemblant à celle d'un bleu foncé. Il y a sans aucun doute, même dans l'enveloppe terrestre, une absorption dont la science n'a pas tenu compte jusqu'ici, puisqu'elle admet encore que la lumière propre de notre Soleil est blanche. Je ne donne pas ici les coefficients de transmission, et les ordonnées de la courbe extérieure sont à dessein omises; on doit comprendre que ceci (la courbe pointillée) n'est donné qu'à titre de première approximation.

J'ai été honoré d'une mission de M. le général Hazen, chef du Bureau météorologique des États-Unis, pour me rendre cet été sur les sommets de la Sierra-Nevada, en Californie, pour y faire des observations à une grande hauteur au moyen de cette méthode sur l'absorption terrestre sélective des rayons du Soleil. J'espère donc pouvoir faire connaître cette année à l'Académie des résultats plus définitifs que les précédents.

SUR L'ÉTHER BICHLORÉ SYMÉTRIQUE;

Par M. HANRIOT.

Par un grand nombre de réactions, l'aldéhyde se rapproche de son isomère, l'oxyde d'éthylène. Comme lui, elle peut former des dérivés d'addition avec le chlorure d'acétyle, l'anhydride acétique, en donnant des composés isomériques avec les éthers correspondants du glycol. Ces différents corps peuvent être considérés comme les éthers diacides du glycol éthylidénique.

Ce glycol lui-même n'a pas été isolé; cependant il paraît se former lorsque l'on mélange en proportions convenables de l'eau et de l'aldéhyde; en effet, le mélange s'échauffe, il y a contraction, et le liquide perd en partie sa fluidité. Ce glycol n'est pas stable; les deux oxhydriles attachés au même carbone éliminent de l'eau avec la plus grande facilité en régénérant de l'aldéhyde.

La formation de ce glycol tire de nouvelles preuves de l'existence de ses dérivés de substitution. L'hydrate de chloral, par exemple, n'est autre que le glycol éthylidénique trichloré. La stabilité de ce composé, quoique notablement plus grande, est encore assez faible; il se dissocie

à 100° en chloral et en eau; mais son état solide permet de l'isoler facilement.

Les différents éthers du glycol éthylidénique qui ont été isolés jusqu'à présent sont tous des éthers diacides. J'ai cherché, par l'action de l'acide chlorhydrique gazeux sur l'aldéhyde, à obtenir le dérivé monochlorhydrique.

En 1858 Lieben avait déjà obtenu dans cette réaction un corps ayant pour formule brute $C^4H^8Cl^2O$ et qu'il avait appelé *oxychlorure d'éthylidène* (Lieben, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XLVI, p. 662). En 1859, Geuther et Cartmell, ayant repris l'étude de cette réaction, ont admis la formation d'un corps intermédiaire $C^6H^{12}Cl^2O^2$, formé d'une triple molécule d'aldéhyde dont 1^{at} d'oxygène serait remplacé par 2^{at} de chlore. Sous l'influence de la chaleur ce corps se dédoublerait en aldéhyde et oxychlorure d'éthylidène (Geuther et Cartmell, *Ann. der Chem. und Pharm.*, t. CXII, p. 7).

Le corps obtenu par Geuther et Cartmell paraît n'être qu'un mélange; en suivant exactement le mode opératoire qu'ils indiquent, j'ai obtenu des liquides présentant une composition variable suivant la durée du courant d'acide chlorhydrique.

Préparation de la monochlorhydrine éthylidénique. — 100^{gr} d'aldéhyde à 5° sont traités par un courant très lent d'acide chlorhydrique sec. Les premières bulles d'acide chlorhydrique la transforment en paraldéhyde, qui se prend souvent en masse dès le début. Lorsque l'on évite tout échauffement de la liqueur, on peut faire absorber à l'aldéhyde près des $\frac{2}{3}$ de son poids d'acide chlorhydrique sans qu'elle se trouble. La liqueur est immédiatement distillée dans le vide en interposant un flacon de chaux éteinte entre le récipient et la trompe. Il passe, sous une pression de 1^{cm} de mercure, un liquide bouillant entre 25° et 30°,

tombant au fond de l'eau qui le détruit rapidement, et présentant la composition C^2H^5OCl.

Calculé C^2H^5OCl.			Trouvé. I.	II.
C........	30	C........	30,73	30,89
H........	6,25	H........	6,31	6,70
Cl........	43,75	Cl........	43,30	

Il est très difficile de séparer ce corps de l'aldéhyde en excès ; aussi obtient-on généralement une teneur plus faible en chlore, ainsi que le prouvent les dosages obtenus dans différents fractionnements :

Cl..... 40,34 41,1 39,24

Lorsqu'on abandonne ce chlorhydrate d'aldéhyde à lui-même, il ne tarde pas à se troubler et à laisser déposer une couche d'eau occupant souvent la moitié du volume total.

Cette déshydratation s'opère spontanément, mais avec une bien plus grande facilité sous l'influence de la chaleur ou surtout d'un excès d'acide chlorhydrique, en donnant naissance à l'oxychlorure d'éthylidène de Lieben

$$2C^2H^5OCl - H^2O = C^4H^8OCl^2.$$

Aussi, lorsque l'on n'a en vue que la préparation de ce dernier corps, est-il préférable de saturer à refus l'aldéhyde d'acide chlorhydrique, de séparer la couche d'eau formée, de laver le corps avec un peu d'eau glacée et de distiller dans le vide. On recueille l'oxychlorure d'éthylidène à la température de 52°, sous une pression de 4^{cm} de mercure.

Il se forme aussi dans cette réaction une certaine quantité de produits condensés, d'autant plus grande que le courant d'acide chlorhydrique a passé plus longtemps. La portion qui distille vers 100°-105°, sous la pression de 4^{cm} de mercure, est un liquide plus lourd que l'eau, ne se décomposant pas rapidement par l'ébullition avec l'eau; immédiatement attaquable par la potasse. Elle répond à la

formule $C^8H^{12}Cl^2O$, et représente un corps comparable à l'oxychlorure d'éthylidène, mais dérivant de l'aldéhyde crotonique, dont il présente du reste l'odeur.

Calculé $C^8H^{12}OCl^2$.		Trouvé. I.	II.
C........	49,22	48,3	48,5
H........	9,17	6,2	6,9
Cl........	36,41	36,1	

Ce corps est, du reste, très altérable. Parfaitement limpide au moment de sa préparation, il s'épaissit au bout de quelques jours en brunissant et en éliminant de l'eau, et ne tarde pas à se transformer en une masse noire.

On obtient du reste les mêmes produits de condensation en faisant agir l'acide chlorhydrique sur l'oxychlorure d'éthylidène.

Le chlorhydrate d'aldéhyde représente la monochlorhydrine éthylidénique

$$CHCH^3 \begin{matrix} / OH \\ \backslash Cl \end{matrix}$$

et l'oxychlorure d'éthylidène qui en dérive, par perte d'une molécule d'eau, doit être représenté par la formule

$$\begin{matrix} CH^3CHCl \\ \quad \diagdown \\ \qquad O \\ \quad \diagup \\ CH^3CHCl, \end{matrix}$$

c'est-à-dire représente l'éther bichloré symétrique.

J'avais cherché à vérifier cette constitution en faisant réagir sur ce corps le zinc éthyle. La réaction est très vive, et l'on obtient ainsi l'oxyde de butyle secondaire

$$\begin{matrix} CH^3 - CH - CH^2CH^3 \\ | \\ O \\ | \\ CH^3 - CH - CH^2CH^3 \end{matrix}$$

bouillant à 123°.

J'ai su depuis que cette réaction avait déjà été étudiée par Kessel; ses résultats sont conformes aux miens; je ne peux donc que renvoyer à son Mémoire (*Deutsch. chem. Gesellsch.*, 1874, p. 291, et *Bulletin de la Société chimique*, t. XXII, p. 177).

L'oxychlorure d'éthylidène se conserve plusieurs mois lorsqu'il est parfaitement pur; mais, lorsqu'il renferme de petites quantités d'eau ou d'acide chlorhydrique, il s'altère rapidement.

Il se dissout peu à peu dans l'eau en régénérant l'acide chlorhydrique et l'aldéhyde. L'alcool s'y combine immédiatement, avec fort dégagement de chaleur, en donnant la chloréthyline d'éthylidène de MM. Wurtz et Frappoli, bouillant vers 95°. Ce fait explique comment Vislicenus a obtenu les mêmes produits par l'action du cyanure de potassium sur la chloréthyline ou sur une solution alcoolique d'oxychlorure d'éthylidène (*Ann. der Chem. und. Pharm.*, t. CXXVII, p. 1).

Action de l'éthylate de sodium. — L'éthylate de sodium parfaitement sec ne réagit pas à froid sur l'oxychlorure d'éthylidène. A chaud, la réaction est fort vive; le procédé suivant m'a donné le meilleur résultat.

65^{gr} de sodium sont dissous dans l'alcool et le produit est évaporé à 100° dans le vide. On y verse alors peu à peu 150^{gr} d'oxychlorure d'éthylidène dissous dans deux fois leur volume d'éther, et l'on maintient le tout à l'ébullition pendant une heure. Le produit, distillé du bain-marie, pour séparer l'éther, est additionné d'eau; il se sépare une couche plus légère, qui, séchée sur le chlorure de calcium et rectifiée, se partage en deux portions : la plus abondante bouillant à 106°, l'autre à 146°. Il y a en outre une petite quantité de produits bouillant au-dessus de 200°.

La portion bouillant à 146° représente l'oxychlorure

d'éthylidène, dont un atome de chlore serait remplacé par un d'oxéthyle :

$$\begin{array}{l} CH^3CHCl \\ \quad\quad > O \\ CH^3CH - OC^2H^5 \end{array}$$

Calculé $C^6H^{13}O^2Cl$.		Trouvé.
C........	47,10	46,67
H........	8,52	9,01
Cl........	23,02	23,12

C'est un liquide incolore, d'une odeur éthérée assez agréable, insoluble dans l'eau, qui ne le décompose pas, même à l'ébullition.

Le composé bouillant à 106° est de l'acétal, qui prend naissance par la décomposition du corps précédent par une seconde molécule d'éthylate de sodium.

Action de l'ammoniaque sur l'oxychlorure d'éthylidène. — 50gr d'oxychlorure d'éthylidène sont dissous dans 50gr d'éther anhydre. Le mélange refroidi à 10° est saturé par un courant d'ammoniaque. Il se dépose des cristaux légèrement colorés. Le liquide filtré laisse déposer, du jour au lendemain, des cristaux parfaitement incolores qui, rapidement séchés dans le vide, s'effleurissent en perdant de l'acide chlorhydrique. Lorsqu'on les abandonne au contact de l'air, ils attirent l'humidité et se transforment en une masse gommeuse.

La réaction peut être représentée par l'équation suivante :

$$\begin{array}{l} CH^3CHCl \\ \quad\quad > O \\ CH^3CHCl \end{array} + 2\,AzH^3 = \begin{array}{l} CH^3CH - AzH^2 \\ \quad\quad > O \\ CH^3CH - AzH^2 \end{array} \quad 2\,HCl$$

Cette substance a donné à l'analyse les nombres suivants :

Matière.				
0,3232	C....	0,121636	H....	0,03007
0,2569	Az...	0,05214		
0,1958	Cl...	0,040678		

Comme les divers dosages de chlore 21,2, 20,76, 19,1 m'avaient appris que ce sel perdait de l'acide chlorhydrique, j'ai défalqué des nombres précédents tout le chlore à l'état d'acide chlorhydrique, et je suis arrivé aux nombres suivants :

	Théorie $C^4H^{11}Az^2O$.		Trouvé.
C.......	46,15	C.......	46,20
H.......	11,54	H.......	11,42
Az......	26,92	Az......	26,47

Cette base est l'anhydride de l'aldéhydate d'ammoniaque ; je n'ai cependant pu la dériver directement de ce corps.

Lorsqu'on la chauffe, elle se détruit en dégageant l'odeur des bases pyridiques.

L'aniline, la toluidine, se combinent également à l'oxychlorure d'éthylidène en donnant des cristaux incolores, extrêmement altérables à l'air et qui n'ont pu être analysés.

On voit donc que la monochlorhydrine du glycol est peu stable, et donne directement un anhydride, qui est l'oxychlorure d'éthylidène. J'étudie actuellement l'action de l'acide acétique et de l'acide stéarique sur l'aldéhyde ; ces derniers composés paraissent former des dérivés plus stables, qui feront l'objet d'un prochain Mémoire.

SUR LA MÉTALDÉHYDE;

PAR MM. HANRIOT ET OECONOMIDÈS.

L'aldéhyde est certainement l'une des substances qui se polymérisent avec le plus de facilité. Découverte par Doebereiner en 1821, on lui adjoignit : en 1835, la métaldéhyde (Liebig), un polymère liquide bouillant à 81°; en 1838, l'élaldéhyde (Fehling), fusible à 2°, bouillant à 94°; en 1848, la paraldéhyde (Veidenbusch), bouillant à 125°; en 1860, l'acraldéhyde (Bauer) et, en 1861 (Miasnikoff), un liquide bouillant à 75°-83°.

Les travaux de Geuther et Cartmell, ceux de Lieben, de Kekulé et Zincke réduisirent à deux le nombre de ces polymères : la paraldéhyde et la métaldéhyde. On peut y joindre un produit de condensation de l'aldéhyde, l'aldol, récemment découvert par M. Wurtz.

Mais si la constitution et les réactions de ce dernier corps nous sont bien connues, il n'en est plus de même pour les deux autres, lacune d'autant plus regrettable, que la plupart des aldéhydes présentent des modifications semblables.

La métaldéhyde surtout a été fort peu étudiée; les conditions de sa production sont encore mal connues et difficiles à régler; son poids moléculaire même est inconnu. Les seuls auteurs qui se soient occupés de ce sujet depuis Liebig sont : Kraemer et Pinner (*Annalen der Chemie und Pharmacie*, t. CLVIII, p. 40); Kekulé et Zincke (*Annalen der Chemie und Pharmacie*, t. CLXII, p. 147, et Hofmann (*Ber. der Deutsch. Chem. Gesellsch.*, 1870, p. 590).

Nous avons eu entre les mains 500gr de métaldéhyde, qui s'étaient déposés de l'aldéhyde commerciale pendant le

grand hiver 1879-1880. Elle était en cristaux volumineux, ayant l'apparence de prismes quadratiques à faces striées longitudinalement.

Solubilité. — La solubilité de la métaldéhyde est toujours assez faible. Elle est insoluble dans l'eau, peu soluble dans l'alcool; ses deux meilleurs dissolvants sont le chloroforme et la benzine :

				gr
100^{cc} de chloroforme bouillant dissolvent.			.	4,235
100^{cc}	»	à 26°	» ...	1,034
100^{cc} de benzine bouillante			» ...	0,181
100^{cc}	»	à 23°	» ...	0,12

L'étude de la solubilité est rendue fort difficile par la transformation incessante de la métaldéhyde en aldéhyde.

Dissociation de la métaldéhyde. — A froid, la métaldéhyde ne se dissocie pas; un cristal abandonné à l'air ne perd pas sensiblement de son poids; nous avons introduit dans le vide barométrique un gros cristal de cette substance; au bout de quelques heures, on obtint une dépression de $1^{mm},2$, qui paraît être la tension de vapeur de la métaldéhyde à 20°; cette dépression n'augmenta pas dans les vingt-quatre heures, comme cela aurait eu lieu s'il y eût eu production incessante d'aldéhyde.

Kekulé et Zincke (*Deutsch. Chem. Gesellsch.*, 1870, p. 468) indiquent que, à 112°-115° en tubes scellés, la transformation de la métaldéhyde en aldéhyde est complète en quelques heures.

Nous avons chauffé pendant quarante heures à 200° de la métaldéhyde en tubes scellés, sans arriver à en transformer plus de moitié en aldéhyde; au contraire, en distillant de la métaldéhyde dans un ballon muni d'un réfrigérant, on arrive à la dissocier entièrement; l'influence de la pression est bien évidente dans ce cas; mais ce qu'il importe de noter, c'est que cette aldéhyde distillée, soumise

à l'action du froid, additionnée d'un cristal germe, ne nous a jamais fourni trace de métaldéhyde; la transformation inverse ne s'effectue donc pas, comme cela a lieu pour la paraldéhyde.

La dissociation de la métaldéhyde s'effectue facilement en dissolution, même à une température relativement basse.

Nous avons dissous à froid $0^{gr},7505$ de métaldéhyde dans $72^{cc},6$ de chloroforme. Après évaporation dans le vide, il ne restait que $0^{gr},736$ de métaldéhyde : $0^{gr},0145$ avaient donc été dissociés.

A une température plus élevée, la transformation est beaucoup plus rapide : $3^{gr},9538$ de métaldéhyde furent dissous dans $93^{cc},3$ de chloroforme bouillant et abandonnés au refroidissement lent; il se déposa d'abord des cristaux de métaldéhyde qui disparurent au bout de quelques heures. Le liquide, complètement refroidi et évaporé dans le vide, ne laissa que $0^{gr},037$ de résidu : $3^{gr},9168$ de métaldéhyde avaient donc été transformés à une température comprise entre 40° et 60°, qui n'agit pas sensiblement sur la métaldéhyde solide.

DENSITÉ DE VAPEUR DE LA MÉTALDÉHYDE.

On vient de voir, par ce qui précède, que la vapeur qui provient de la métaldéhyde est formée de beaucoup d'aldéhyde et d'un peu de métaldéhyde; c'est ce qui explique comment les densités de vapeur trouvées par Hofmann sont presque identiques avec celle de l'aldéhyde; il a, en effet, trouvé : 25,8; 24,7; 24,4, celle de l'aldéhyde étant 22.

Nous avons pu, en déterminant la quantité de métaldéhyde non transformée, calculer la densité de vapeur vraie de ce composé.

Méthode de M. Dumas. — Nous avons d'abord employé

la méthode de M. Dumas, en la modifiant de la façon suivante :

Une quantité pesée (1) de métaldéhyde est introduite dans un ballon dont on étire le col. Le ballon est alors pesé (2), puis chauffé au-dessus de 180°. On ferme alors le ballon aussi près que possible du bain d'huile, pour éviter tout dépôt de métaldéhyde dans le col, et on le laisse refroidir. On le pèse (3); on laisse rentrer l'air, on y fait partiellement le vide pour chasser l'aldéhyde, et on répète cette opération jusqu'à ce que le poids ne varie plus; on le pèse de nouveau (4) et on détermine son volume. On a alors toutes les données pour calculer le poids de l'aldéhyde et celui de la métaldéhyde qui sont restés dans le ballon à l'état de vapeurs. On connaît le volume total; en en retranchant celui qui est occupé par la vapeur d'aldéhyde, on aura le volume de la vapeur de métaldéhyde et par suite sa densité. Voici les données de l'expérience :

1re expérience.

(1)	Poids de la métaldéhyde	2,2968
(2)	Ballon + air + métaldéhyde	42,0158
(3)	Ballon + vapeurs	29,7378
(4)	Ballon + air + métaldéhyde (vapeurs)	39,7528
	Volume	342cc

$H = 764,5, \quad h = 762,4,$
$T = 181°,5, \quad t = 21°,8.$

2e expérience.

(1)	Poids de la métaldéhyde	8,5652
(2)	Ballon + air + métaldéhyde	50,0392
(3)	Ballon + vapeurs	41,547
(4)	Ballon + air + métaldéhyde (vapeurs)	41,567
	Volume	337cc,5

$H = 759,1, \quad h = 759,0,$
$T = 182°,5, \quad t = 21°.$

On en déduit :

1re expérience.

Poids de l'aldéhyde en vapeur........	0,3949
Volume à 181°,5.....	$334^{cc},6$
Poids de la métaldéhyde en vapeur...	0,0338
Volume à 0°.....................	$5^{cc},4$
Densité de vapeur de la métaldéhyde..	72,2

2e expérience.

Poids de l'aldéhyde en vapeur........	0,3705
Volume à 182°,5.................	$313^{cc},1$
Poids de la métaldéhyde en vapeur....	0,093
Volume à 0°.....................	$10^{cc},4$
Densité de vapeur de la métaldéhyde..	63,7

Nous avons constamment obtenu dans cette opération un résidu non volatil à 200°, même en employant de la métaldéhyde déjà sublimée. Ce résidu est du reste extrêmement faible, et nous n'avons aucune indication sur sa nature.

Méthode de Hofmann. — Nous avons cherché à contrôler ces résultats par la méthode de Hofmann, dans laquelle les chances d'erreur étaient beaucoup moindres et qui nous a en effet donné des résultats précis; nous ne pouvions plus ici chasser l'aldéhyde formée : nous avons dû la calculer.

Notre appareil se composait de deux tubes d'Hofmann juxtaposés et chauffés tous deux dans la vapeur d'aniline; l'un était un baromètre servant d'étalon, l'autre recevait un cristal unique de métaldéhyde, de poids connu. On notait la dépression due à la tension de vapeur de la métaldéhyde, environ $1^{mm},2$ entre 20° et 25°, puis on chauffait.

Quand toute la métaldéhyde était volatilisée, on notait le volume V occupé par la vapeur, sa tension H et sa température T, puis on laissait refroidir. La température ambiante étant supérieure à 20°, on pouvait être sûr que

toute l'aldéhyde était à l'état gazeux, tandis que la métaldéhyde se déposait à l'état solide.

On notait de nouveau le volume v, la tension h et la température t de l'aldéhyde gazeuse ; on pouvait donc calculer son poids et son volume à T° ; par différence on avait le poids et le volume de la vapeur de métaldéhyde, et par suite sa densité.

Voici, du reste, ces calculs :

L'aldéhyde formée par dissociation a pour volume v et pour pression $h-\varepsilon$ à la température t. Son volume K, à 0° et 760mm, est donc

$$K = \frac{v(h-\varepsilon)}{760(1+\alpha t)}$$

et son poids

$$\pi = \frac{v(h-\varepsilon)}{760(1+\alpha t)} \times 0,00197076.$$

Le poids p de la métaldéhyde sera $P - \pi$.

Son volume à 0° étant X, celui de l'aldéhyde étant K, on aura

$$V = \frac{(X+K)760(1+\alpha T)}{H},$$

d'où

$$X = \frac{VH}{760(1+\alpha t)} - K.$$

Voici les nombres trouvés :

	I.	II.	III. Après 7h 30.	IV. Après 15h.	V. Après 26h.
P......	0gr,0747	0gr,0365	0gr,0572	0gr,0572	0gr,0572
ε......	1mm,2	»	»	»	»
T......	178°	182°	180°	»	186°
V.....	110cc	81cc	98cc,4	»	102cc
H.....	380mm	244mm,9	329mm	»	335mm,6
v......	89cc,5	65cc,4	78cc,8	80cc,4	83cc,6
h......	281mm	182mm,6	245mm,6	253mm,5	247mm,3
t......	26°	26°	21°	23°	19°,9

On en déduit :

	I.	II.	III.	IV.	V.
π......	0,01534	0,0085	0,01102	0,00877	0,007232
χ......	2,92	1,49	2,16		1,36
Densité H = 1	59,10	63,45	59,85		67,45

La densité de l'aldéhyde étant 22, on voit que ces nombres se rapprochent sensiblement de la condensation 3. On voit de plus que la dissociation de la métaldéhyde augmente fort peu avec le temps de chauffe à partir d'une certaine limite ; enfin, bien que les nombres obtenus ne soient pas irréprochables, si l'on songe qu'il faut trouver la densité de vapeur de quelques milligrammes de métaldéhyde mélangés à plusieurs fois leur poids d'aldéhyde, on verra que ces nombres sont encore satisfaisants.

ACTION DE QUELQUES RÉACTIFS CHIMIQUES.

Nous avons essayé diverses réactions sur la métaldéhyde, dans l'espoir d'obtenir des dérivés correspondant à la même condensation moléculaire ; notre espoir a été constamment déçu. La métaldéhyde est un corps très stable, résistant à la plupart des réactifs ; mais, lorsque ceux-ci l'attaquent, ils la transforment d'abord en aldéhyde.

La *potasse* ne brunit pas à l'ébullition avec la métaldéhyde.

Le *réactif cupropotassique* n'est pas réduit dans les mêmes conditions ; par une ébullition prolongée, il se réduit un peu, par suite de la transformation de la métaldéhyde en aldéhyde.

Le *permanganate* en solution alcaline, le *bichromate* et l'*acide sulfurique* sont sans action sur ce composé.

Nous avions espéré que le *chlore* transformerait la métaldéhyde en chloral insoluble. Nous avons dissous de la

métaldéhyde dans le chloroforme et nous avons fait passer un courant de chlore dans la solution maintenue dans un mélange réfrigérant. Le chlore est vivement absorbé ; il se forme du chloral ordinaire, que nous avons caractérisé par la formation de son hydrate fondant à 45°.

Le gaz *ammoniac* ne paraît pas se combiner à la métaldéhyde. Nous avons volatilisé de la métaldéhyde dans un courant de gaz ammoniac et nous avons obtenu de l'aldéhydate d'ammoniaque et des cristaux de métaldéhyde intacts. Ainsi, même à l'état de vapeur, les deux corps ne se combinent point.

RECHERCHES SUR LES CITRATES AMMONIACAUX;

PAR M. ED. LANDRIN.

On sait depuis longtemps que la plupart des oxydes et des citrates métalliques insolubles dans l'eau sont solubles dans les citrates alcalins, même en présence des réactifs qui précipitent ordinairement ces oxydes; on sait aussi que la solubilité de quelques-uns de ces oxydes (oxyde de fer, de chaux, magnésie, alumine) a été utilisée dans ces dernières années par M. Joulie dans le dosage de l'acide phosphorique; il m'a paru intéressant d'étudier si, dans cette séparation, des sels définis pouvaient prendre naissance ou bien si le phénomène se bornait à un simple pouvoir dissolvant des citrates alcalins.

Ce sont ces recherches que je vais exposer, après avoir toutefois analysé rapidement les travaux antérieurs relatifs à cette question.

I. — Travaux de M. John Spiller et de M. Lebaigue.

Les combinaisons de l'acide citrique avec les différentes bases connues ont été principalement étudiées par Vauquelin, Berzélius, Heldt, Heusser, etc.; ces chimistes ont montré que l'acide citrique faisait partie de la classe des acides polybasiques et qu'il pouvait se combiner indifféremment avec un, deux ou trois équivalents de base, en un mot, qu'il était tribasique. Les citrates trimétalliques sont presque tous bien connus, mais il n'en est pas tout à fait de même pour les citrates acides, qui sont pour la plupart sirupeux et incristallisables et dont quelques-uns même, parmi ceux qui ont été décrits, ne sont que des solutions de citrate tribasique dans un excès d'acide citrique.

Quoi qu'il en soit, la plupart des chimistes avaient constaté que les citrates alcalins ont la propriété de dissimuler les caractères essentiels d'un certain nombre d'oxydes métalliques et quelques-uns même admettaient que cette dissolution était due à la formation de sels doubles solubles eux-mêmes dans l'eau.

Parmi eux, un Anglais, John Spiller [1], paraît s'être occupé plus attentivement de la question; dans le cours d'expériences analytiques sur les minerais de fer, il constata non seulement que l'acide citrique peut maintenir en dissolution des oxydes métalliques, comme la baryte, la chaux, la strontiane, l'alumine, etc., mais encore que ces dissolutions peuvent exister en présence de corps précipitant énergiquement quelques-unes de ces bases, notamment en présence de l'acide sulfurique.

Il institua alors une série d'expériences pour apprécier l'influence de l'acide citrique sur ces phénomènes. Il con-

---

[1] *Pharmaceutical journal*, 1858. Traduction de M. Buignet dans le *Journal de Pharmacie et de Chimie*. Je reproduis ici cette traduction presque en entier, eu égard à son importance.

stata ainsi, par exemple, que si, à une solution renfermant un mélange de sulfate de soude et de citrate de soude, on ajoute une très faible proportion de nitrate de baryte, il se forme au point de contact un précipité blanc volumineux qui disparaît immédiatement si l'on agite le liquide. En continuant lentement ces additions successives de sel de baryte, le précipité continue à se former et à disparaître, mais il arrive un moment où il devient permanent et ne se redissout plus par l'agitation. A quel terme obtient-on ce résultat, et dans quelles limites le citrate de soude peut-il ainsi prévenir la précipitation du sulfate de baryte? Pour le déterminer, M. Spiller a pris une certaine quantité de carbonate de soude qu'il a partagée en deux parties égales; l'une a été saturée par l'acide sulfurique, l'autre par l'acide citrique.

Le mélange pouvait donc être représenté par la formule

$$3(NaOSO^3) + 3NaO, \overline{Ci}.$$

Or, d'après M. Spiller, cette combinaison exprimerait précisément le dernier terme de l'influence du citrate de soude. Dans l'état où elle se trouve, la solution n'est pas précipitable par le nitrate de baryte, mais, pour peu qu'on ajoute la moindre trace de sulfate de soude, le précipité apparaît immédiatement avec ses caractères ordinaires.

L'acide citrique a donc une action manifeste pour empêcher dans une certaine mesure la précipitation de l'acide sulfurique par la baryte, et le terme de cette action est le cas où la proportion de l'acide citrique descend au-dessous d'un équivalent pour trois équivalents d'acide sulfurique.

Il s'agissait de savoir si, dans le phénomène que nous venons de signaler, la baryte elle-même était influencée par la présence de l'acide citrique, et si les composés inso-

lubles qu'elle forme avec d'autres acides pouvaient de même être maintenus en dissolution dans les mêmes circonstances.

Si l'on verse une dissolution de nitrate de baryte dans une solution de citrate de soude, le précipité qui se forme d'abord se dissout immédiatement par l'agitation, et il ne devient réellement permanent que lorsqu'on a

$$2(3NaO, \overline{Ci}) + 3BaO, \overline{Ci}.$$

Jusque-là, il se forme un citrate double soluble, mais la solution n'est pas stable et le citrate de baryte se dépose à la longue et en presque totalité. Les faits observés à l'égard de l'acide sulfurique et de la baryte se reproduisent tout aussi manifestes à l'égard de la strontiane et du plomb. Et il y a même ceci de remarquable, dans le cas du plomb, que le sulfate est directement soluble dans le citrate de soude.

Certain dès lors que cette influence se rattachait à une action générale, M. Spiller a passé en revue la presque totalité des acides et des bases.

L'intérêt de ces observations, qui non seulement sont importantes au point de vue du sujet qui nous occupe, mais encore se rattachent si directement à la Chimie analytique, me détermine à les reproduire ici entièrement.

Baryte. — Aucun des composés insolubles formés par cette base n'est directement précipitable en présence du citrate de soude. Les sels sur lesquels M. Spiller a opéré sont : les sulfate, phosphate, carbonate, borate, oxalate, tartrate, citrate et fluate. A l'exception du sulfate, tous les autres composés sont directement solubles dans le citrate de soude.

Strontiane. — Les sels essayés ont été les sulfate, phosphate et carbonate. Tous se sont maintenus en parfaite solution.

Chaux. — Les carbonate, phosphate et oxalate suivent

la règle générale; non seulement ils ne se forment pas en présence du citrate de soude, mais, en les supposant formés, ils se dissolvent directement dans une solution de ce sel.

Magnésie. — Les sels de cette base paraissent moins affectés que les précédents par la présence du citrate de soude. L'hydrate de magnésie et le phosphate ammoniaco-magnésien sont précipités comme à l'ordinaire. Le phosphate simple et le carbonate sont au contraire maintenus en dissolution.

Chrome. — A l'état d'acide chromique, ce métal n'est décelé ni par les dissolutions de plomb, ni par celles d'argent, de bismuth ou de baryte. Le chromate de plomb n'apparaît même pas quand on ajoute de l'acide acétique à la liqueur. Du reste, l'oxyde de chrome, pas plus que l'alumine ou le sesquioxyde de fer, n'est précipité par l'ammoniaque. Les phosphates de ces trois métaux sont également retenus en dissolution par l'acide citrique.

Sesquioxyde de fer. — En présence du citrate de soude, les persels de fer ne précipitent ni par le benzoate ni par le succinate d'ammoniaque. Ceci rend très difficile la constatation des acides succiniques et benzoïques, attendu qu'on ne peut se servir des moyens ordinaires pour décomposer le citrate. Le ferrocyanure de potassium ne donne aucune trace de bleu de Prusse, à moins qu'on n'ajoute de l'acide chlorhydrique au mélange; le sulfocyanure de potassium ne donne aucune coloration sensible.

Protoxyde de fer. — Ni la potasse, ni l'ammoniaque ne précipitent cet oxyde en présence de l'acide citrique. Le produit alcalin que l'on obtient par cette addition donne, par AzH^4S étendu, une coloration vert olive. Si la solution est concentrée, il y a formation d'un précipité immédiat surnagé par un liquide coloré. Le phosphate de fer se maintient en dissolution, malgré son insolubilité propre, et la réaction du cyanure rouge est complète-

ment dissimulée, en ce sens qu'elle ne donne pas de bleu de Prusse.

Manganèse. — Le résultat le plus frappant est celui que présente l'action du monosulfure alcalin. Le précipité de couleur de chair ne se manifeste pas dans ces circonstances, et le sulfure, quand il est précipité, se dissout facilement dans un citrate alcalin. Si c'est le citrate d'ammoniaque que l'on emploie comme dissolvant, l'ébullition en dégage des vapeurs de sulfhydrate d'ammoniaque. Le protoxyde de manganèse n'est pas précipité par la potasse, ni par le carbonate; cependant, par exposition à l'air, le bioxyde brun de manganèse se sépare de la première des deux solutions seulement.

Nickel. — Les solutions de ce métal ne précipitent ni par la potasse libre ou carbonatée, ni par le ferrocyanure de potassium; le sulfhydrate d'ammoniaque paraît être le seul réactif qui produise son effet ordinaire en présence du citrate de soude.

Cobalt. — Les solutions de ce métal se comportent comme celles de nickel avec les réactifs que nous venons de signaler. La solution alcaline de protoxyde de cobalt dans la potasse dépose du sesquioxyde quand elle est exposée à l'air.

Zinc. — L'oxyde de zinc ressemble à la magnésie, en ce sens qu'il est, comme elle, précipité par la potasse en présence du citrate de soude. Le carbonate de zinc est retenu en solution, mais le sulfure et le ferrocyanure ne sont pas influencés.

Plomb. — Parmi les composés insolubles de ce métal, on remarque que l'oxyde, le carbonate, le phosphate, le chromate, le sulfate, l'oxalate, le bromure, l'iodure, le cyanure ou le cyanoferrure sont tous maintenus en dissolution en présence du citrate de soude; le sulfure fait exception et apparaît comme à l'ordinaire.

Argent. — Lorsqu'on ajoute une petite quantité de

nitrate d'argent à une solution de citrate de soude bien neutre, il se forme un précipité au point de contact, là où les deux sels se trouvent à peu près dans le rapport de leurs équivalents; mais il suffit d'agiter le mélange pour voir le précipité disparaître. En continuant l'addition du sel d'argent, il arrive un moment où le précipité subsiste; il y a destruction du citrate de soude et formation de citrate d'argent insoluble. Parmi les composés d'argent qui se dissolvent à la faveur du citrate de soude, il faut citer le phosphate, l'oxalate, le tartrate et le citrate. Au contraire, le sulfure, le chlorure, le bromure et l'iodure, le ferrocyanure et le sulfocyanure conservent leur insolubilité ordinaire en présence de cet agent. Quant au cyanure, il s'y dissout très sensiblement, de telle sorte que, si l'on suppose une très petite quantité d'acide cyanhydrique ou de cyanure de potassium dans un liquide qui renferme du citrate de soude, le nitrate d'argent n'y produira aucun trouble, à moins que l'on n'en verse assez pour détruire tout le citrate.

Protoxyde de mercure. — Lorsqu'on mêle de l'acide citrique à un sel de protoxyde de mercure et qu'on y ajoute de la potasse, le protoxyde se dédouble en mercure métallique qui se précipite sous forme de petits globules gris, et en bioxyde qui reste en dissolution à la faveur du citrate alcalin. Le protochlorure, le proto-iodure et le protobromure sont précipitables à la manière ordinaire.

Bioxyde de mercure. — Le bisulfure et le biiodure ne sont pas sensiblement influencés dans leur précipitation; le biiodure cependant présente une certaine solubilité dans le citrate de soude, en sorte qu'on ne voit pas paraître la couleur rouge écarlate dans une dissolution mercurielle suffisamment étendue. Quant à l'oxyde et au carbonate, ils sont retenus tous deux en solution. Si l'on ajoute à l'un ou à l'autre de ces liquides alcalins de l'ammoniaque ou l'un de ces sels, il se forme

immédiatement un précipité blanc (chloro-amidure de mercure).

Cette dernière réaction n'est pas nouvelle; M. Brown a employé, il y a longtemps déjà, une solution de protochlorure de mercure, de chlorure de sodium et de carbonate de soude comme réactifs de l'ammoniaque. Ce réactif est si sensible que la plus légère trace d'ammoniaque se manifeste par l'opalescence du liquide.

Bismuth. — Ni l'oxyde, ni le carbonate de ce métal ne sont précipités en présence de l'acide citrique. Le chlorure de bismuth n'est pas précipitable par l'eau. Le sulfure conserve à peu près tous ses caractères.

Cuivre, cadmium, étain. — Les oxydes et les carbonates de ces métaux sont retenus en dissolution par le citrate de soude. Les sulfures conservent leur insolubilité et se précipitent à la manière ordinaire.

Antimoine. — La présence de l'acide citrique empêche la précipitation du chlorure d'antimoine par l'eau. Le sulfure y conserve ses caractères.

Acide arsénieux, acide arsénique. — On sait qu'un des principaux caractères de l'acide arsénieux est de donner un précipité jaune par HS. Ce caractère disparaît complètement en présence de l'acide citrique ou du citrate de soude; il suffit d'ajouter de l'acide chlorhydrique pour faire apparaître le précipité.

Deux autres caractères de l'acide arsénieux se rapportent à l'action des sels de cuivre et d'argent, avec lesquels il donne un précipité vert dans le premier cas, et jaune dans le second. Ces deux caractères manquent en présence du citrate de soude; il en est de même des composés insolubles que forme l'acide arsénieux avec les sels de chaux, de baryte, de plomb; ils sont tous solubles dans les citrates alcalins.

Or. — Le sulfate d'or se précipite en présence du citrate de soude; mais, avec le chlorure d'étain, au lieu

d'avoir le précipité pourpre de Cassius, on obtient un précipité vert sale.

Platine. — Le sulfure de ce métal ne précipite que difficilement à froid, mais il se sépare complètement à la température de l'ébullition. Le chlorure double de platine et d'ammoniaque ne se précipite de même qu'avec beaucoup de lenteur et a une tendance croissante à prendre la forme cristalline.

Voyons maintenant quelle est la théorie que M. Spiller a donnée de tous les curieux phénomènes qu'il a observés; selon lui, les citrates neutres posséderaient la propriété première de se combiner à d'autres sels, de manière à former une nouvelle classe de composés ayant la formule générale

$$3MO, \overline{Ci} + 3(MOSO^3),$$

formule dans laquelle l'acide sulfurique pourrait être remplacé par CO^2 CrO^3, BoO^3 ou par un seul équivalent d'acide phosphorique tribasique, secondement de se combiner aux citrates métalliques de manière à former des citrates doubles solubles. L'affinité qui existe entre les deux éléments de cette combinaison et celle qui s'exerce dans le cas des composés nouveaux dont nous venons de parler conspirent toutes deux pour maintenir à l'état de dissolution des sels insolubles par eux-mêmes et qui se précipiteraient sans cette circonstance.

Les faits sur lesquels reposent ces théories ont été constatés par les expériences précédentes; ils peuvent se résumer en deux points : 1° l'acide citrique peut masquer $3^{éq}$ d'acide sulfurique, 2° le citrate de soude forme des citrates doubles solubles avec la chaux, la baryte, l'argent, etc.

On peut encore faire valoir cette circonstance que les carbonates de baryte et de plomb se dissolvent dans les citrates neutres en formant un liquide alcalin dans lequel

le nouveau métal se trouve à l'état de citrate double. En outre, la solution alcaline provenant de l'action du carbonate de soude sur un sel de manganèse en présence de citrate de soude ne dépose pas de bioxyde de manganèse par son exposition à l'air, tandis qu'une autre solution contenant de la potasse caustique, au lieu de carbonate, laisse déposer du bioxyde.

La même chose se remarque dans le cas d'un sel de cobalt, et les deux faits se trouvent expliqués par la théorie précédente, l'affinité de l'acide carbonique donnant lieu à la formation d'un sel double qu'on pourrait appeler citro-carbonate et dont la composition serait

$$3MnO, \bar{C}i + 3(MnOCO^2).$$

Quelques années plus tard, M. Lebaigue, reprenant en partie les expériences de M. Spiller, donnait une interprétation différente aux faits rapportés par le chimiste anglais. Tout en constatant que les réactions étudiées par M. Spiller sont sensiblement identiques avec celles qu'il a constatées lui-même, M. Lebaigue pense que ces dissolutions de précipités, ordinairement insolubles dans les citrates alcalins, sont dues à des causes différentes qu'il énumère ainsi :

1° Les citrates alcalins mis en contact avec un grand nombre de sels insolubles ou de dissolutions métalliques donnent naissance à un double échange entre les acides et les bases. Le résultat de cet échange donne une solution qui n'est stable qu'autant que le citrate ayant pris naissance est lui-même soluble.

2° Les citrates insolubles se dissolvent dans les citrates alcalins, dans des proportions déterminées.

3° Dans les solutions salines additionnées de citrate alcalin, certains caractères génériques des acides et des bases ne deviennent apparents qu'après que, par suite de la double décomposition, le citrate formé a saturé le citrate

alcalin, ou, en d'autres termes, lorsque le sel précipitable est en excès par rapport au citrate alcalin. Les réactifs qui, dans de semblables solutions, conservent leurs caractères ordinaires sont ceux qui donnent naissance à des précipités sur lesquels les citrates alcalins sont sans action.

4° L'acide citrique étant tribasique peut saturer 3^{éq} non seulement de la même base, mais aussi de bases différentes, et donner naissance à des citrates doubles solubles. Mais les citrates neutres $3MO, \overline{Ci}$ ne peuvent plus dissoudre d'autres oxydes, si ce n'est par substitution.

A l'appui de ces conclusions, M. Lebaigue décrit, dans son Mémoire, un certain nombre d'expériences dont nous donnerons ici les principales :

1° Si l'on prend, dit-il, une solution neutre de citrate de soude qu'on colore par du tournesol, et si l'on y ajoute du carbonate de chaux bien lavé, la dissolution s'opère facilement, et les liqueurs deviennent alcalines, comme l'indique la coloration bleue du tournesol. Au bout de quelque temps, il se dépose un précipité de citrate de chaux en même temps qu'il se forme du carbonate de soude. Il s'est donc fait dans ce mélange un double échange entre les acides et les bases.

En opérant de la même manière avec le citrate de soude et le sulfate de chaux, M. Lebaigue a constaté que la solution se faisait facilement et que la liqueur laissait déposer à la longue du citrate de chaux; le sulfure de manganèse et le sulfate de protoxyde de fer ont donné lieu aussi à des résultats identiques.

« S'il était vrai, ajoute enfin M. Lebaigue, comme dernier argument, qu'il se forme dans ces circonstances un sel double composé de citrate alcalin et de sulfate, carbonate, etc., parce que le précipité qui apparaît quand on ajoute une solution saline à un citrate alcalin se dissout, l'opération inverse devrait donner lieu tout aussi bien à la même réaction, c'est-à-dire à la formation de ce sel double soluble, et l'on devrait également produire ce composé quand

on ajoute à une solution saline un peu de citrate alcalin. Or cela n'a pas lieu; ainsi, quand on verse une solution d'azotate de baryte dans du citrate de soude, il se forme un précipité qui se dissout rapidement, mais si l'on verse dans du nitrate de baryte dissous quelque peu de citrate alcalin, il se forme un précipité qui ne se redissout pas.

» Le fait s'explique en admettant que dans le premier cas la solution s'opère parce que le citrate alcalin en excès dissout le citrate de baryte formé, tandis que dans le second cas le citrate alcalin, n'étant pas en excès, ne peut dissoudre le citrate de baryte qui prend naissance. »

2° Le résultat des expériences que je viens de décrire démontre du même coup la deuxième proposition de M. Lebaigue.

3° A l'appui de sa troisième conclusion, le même chimiste fait remarquer, par exemple, qu'une solution de protosulfate de fer à laquelle on ajoute très-peu de citrate alcalin conserve ses caractères, c'est-à-dire précipite par le ferrocyanure de potassium. Si c'est le sel de fer qui est en petite quantité par rapport au citrate alcalin, ses propriétés sont masquées.

4° Enfin, M. Lebaigue fait remarquer que, l'acide citrique étant un acide tribasique, les $3^{éq}$ d'eau de constitution peuvent être remplacés par 1, 2 ou $3^{éq}$ de la même base ou de bases différentes et former des citrates suracides, acides ou neutres, simples ou complexes. « J'ai, dit-il, pu obtenir des solutions où les $3^{éq}$ d'eau basique de l'acide citrique étaient remplacés par trois bases différentes sans qu'il y eût de décomposition apparente. » A ce sujet, l'auteur fait remarquer que jusqu'ici on avait admis que le sesquioxyde de fer peut se dissoudre dans les citrates alcalins et surtout dans le citrate d'ammoniaque. Le fait n'est vrai qu'autant qu'on opère avec du citrate acide; s'il est neutre, il est impropre à dissoudre le sesquioxyde de fer, si ce n'est par voie de substitution. Ainsi le citrate neutre d'ammoniaque

peut, à l'aide de la chaleur, dissoudre un peu de sesquioxyde de fer, mais ce dernier remplace un peu d'ammoniaque qui se dégage.

II. — Recherches de M. Ed. Landrin sur les citrates ammoniacaux. — Préparation de sels cristallisés et rigoureusement définis.

Je viens d'exposer les travaux de M. John Spiller et de M. Lebaigue, et je dois dire que mes recherches personnelles sont plutôt d'accord avec les conclusions de ce dernier chimiste qu'avec celles du savant anglais. L'existence surtout de sels définis correspondant à la formule

$$3MO, \overline{Ci} + 3(MO, SO^3)$$

me paraît tout à fait improbable; du moins, jusqu'à présent, n'ai-je pu en former synthétiquement un seul. Je reviendrai à cet égard sur une seule expérience, faite, du reste, déjà en partie par MM. Spiller et Lebaigue.

Si l'on prend, dit le premier de ces auteurs, parties égales de carbonate de soude et qu'on neutralise l'une par l'acide citrique et l'autre par l'acide sulfurique, et qu'on ajoute ensuite au mélange une solution de nitrate de baryte, le précipité se dissout bien, comme l'a constaté pour la première fois M. Spiller; mais il ne s'en redissout qu'une très faible partie, et il ne s'en redissout plus du tout si l'on substitue l'eau de baryte au nitrate de baryte. Si enfin, et c'est là le point nouveau mis en évidence, on reprend le mélange primitif correspondant à la formule

$$\overline{Ci}, 3NaO + 3(NaO SO^3)$$

et si on le concentre, ou bien même si on le refroidit simplement, on peut séparer par cristallisation tout le sulfate de soude qui y est contenu. Il me semble donc qu'on ne peut admettre, après une telle expérience, l'existence d'un mposé aussi instable.

Quelles sont dès lors pour moi les causes qui annulent les propriétés chimiques principales de certaines solutions métalliques, en présence des citrates alcalins et en particulier du citrate d'ammoniaque ?

Elles sont de plusieurs ordres :

1° Certains précipités sont solubles dans les citrates alcalins, comme l'a montré M. John Spiller.

2° Presque tous les citrates, même ceux qui sont insolubles dans l'eau, se dissolvent, au moins à chaud, dans les citrates alcalins.

3° Il existe des citrates doubles solubles dans l'eau.

4° Les sels correspondant à la formule $\overline{Ci}, 2MO, M'O$, dans laquelle M est un métal alcalin et M′ un métal quelconque, se forment dans la plupart des cas assez facilement et sont eux-mêmes très solubles dans l'eau.

C'est ce que je me propose de démontrer, en prenant pour type le citrate d'ammoniaque et en examinant comment il se conduit en présence d'un certain nombre d'oxydes.

Oxydes alcalinoterreux, baryte, chaux, strontiane, oxydes de plomb et de cadmium. — Si l'on prend de l'acide citrique saturé d'ammoniaque, et si l'on y ajoute lentement du carbonate de baryte en quantité telle qu'il y ait $1^{éq}$ de baryte pour $1^{éq}$ d'acide citrique, si l'on porte ensuite le mélange à l'ébullition, on constate que la baryte ou son carbonate déplace peu à peu l'ammoniaque et donne une solution claire; la solution étant complètement faite, si on la laisse refroidir lentement, on voit apparaître un précipité qui, peu à peu, va en augmentant.

L'analyse montre que le précipité ainsi obtenu est du citrate de baryte à trois équivalents de base, tandis que le liquide qui surnage contient encore une portion de ce citrate, ainsi que du citrate acide d'ammoniaque. Si, séparant le précipité formé, on concentre de nouveau le liquide, on peut en séparer complètement le citrate tribasique de baryte.

La chaux, la strontiane, l'oxyde de plomb, l'oxyde de cadmium donnent dans les mêmes conditions des réactions analogues; ces bases se dissolvent dans l'acide citrique en formant des citrates tribasiques de baryte, de chaux, de strontiane, de plomb, de cadmium, solubles eux-mêmes dans les solutions étendues de citrate alcalin, mais insolubles dans les solutions concentrées. A cet état, les métaux ne précipitent plus complètement par leurs réactifs ordinaires; mais je crois que ce phénomène n'est pas spécialement dû à l'acide citrique et que ce corps agit dans ce cas comme un très grand nombre de principes organiques dont la présence suffit pour empêcher la précipitation de certains métaux.

Alumine. Formation du citrate double d'ammoniaque et d'alumine biammoniacal. — Si l'on dissout de l'alumine en gelée et en excès dans le citrate d'ammoniaque ou dans l'acide citrique, qu'on sature ensuite d'ammoniaque, on constate qu'une certaine portion d'alumine se dissout. Si l'on concentre alors au bain-marie cette dissolution, puis si on l'abandonne à l'évaporation spontanée, à l'air ou dans le vide au-dessus de l'acide sulfurique, on voit se former des cristaux blancs qui entraînent toute l'alumine dissoute. La liqueur mère concentrée après cette séparation ne laisse plus en effet déposer que des cristaux de citrate ammoniacal $C^{12}H^{5}O^{11}, 2AzH^{4}O, HO$.

Les cristaux ainsi obtenus, recueillis, lavés et séchés dans le vide, en présence de l'acide sulfurique, ont été analysés. Les résultats obtenus sont les suivants :

Carbone	29,69	29,30
Hydrogène	5,40	5,58
Oxygène	43,13	43,40
Azote	11,40	11,30
Alumine	10,38	10,42
	100,00	100,00

correspondant sensiblement à la formule

$$C^{12}H^{5}O^{11}, 2AzH^{4}O, HO + C^{12}H^{5}O^{11}, 2AzH^{4}O, Al^{2}O^{3}$$

qui exigerait :

Carbone	29,09
Hydrogène	5,45
Oxygène	43,63
Azote	11,32
Alumine	10,51
	100,00

Le sel ainsi obtenu peut donc être considéré comme un citrate double formé par l'union du citrate d'alumine biammoniacal et du citrate biammoniacal ordinaire. Ce citrate double se forme aussi bien à chaud qu'à froid, mais à la condition toutefois qu'on opère sur de l'alumine en gelée; l'alumine calcinée ne se dissout en effet que très difficilement dans l'acide citrique ou dans le citrate d'ammoniaque.

Les dissolutions de ce sel sont légèrement alcalines ; elles ne précipitent pas par un excès d'ammoniaque, mais elles sont précipitées partiellement et au bout de quelque temps par la potasse, par les carbonates alcalins et par le sulfhydrate d'ammoniaque. Avec le phosphate de soude, elles ne donnent pas de précipité.

Sesquioxyde de fer. Formation du citrate double d'ammoniaque et de sesquioxyde de fer biammoniacal. — Le sesquioxyde de fer se comporte de deux manières en présence du citrate d'ammoniaque :

1° Si l'on dissout du sesquioxyde de fer précipité et lavé dans l'acide citrique ou le citrate d'ammoniaque, de manière que la proportion de sesquioxyde de fer ne dépasse pas un demi-équivalent pour 1éq d'acide citrique, tout en pouvant être inférieure à cette limite, et si l'on concentre la dissolution, il se forme d'abondants cristaux

rouge brun qui, séchés, ont une couleur jaune. Abandonnés à l'air, ces cristaux ne tardent pas à s'effleurir et prennent alors une couleur brune sans toutefois se décomposer.

Séchés à 100°, ils donnent à l'analyse :

	Trouvé.	Calculé.
Carbone	27,40	27,53
Hydrogène	5,27	5,16
Oxygène	41,21	41,31
Azote	10,80	10,71
Sesquioxyde de fer	15,32	15,29
	100,00	100,00

L'analyse montre de plus qu'ils cristallisent avec $4^{éq}$ d'eau; la formule qui représente leur composition à l'état cristallisé est donc

$$C^{12}H^5O^{11}, 2AzH^4O, HO + C^{12}H^5O^{11}, 2AzH^4O, Fe^2O^3 + 4HO.$$

Dans ce premier cas, le sesquioxyde de fer se conduit donc comme l'alumine; il forme un citrate double d'ammoniaque et de citrate de fer biammoniacal, bien cristallisé.

Les dissolutions de ce sel sont aussi alcalines; elles ne précipitent pas par l'ammoniaque en excès; elles sont précipitées partiellement par le sulfhydrate d'ammoniaque. Le phosphate de soude n'y précipite pas le fer, et l'hydrogène sulfuré, agissant comme s'il se trouvait en présence des acétates alcalins, l'entraîne au contraire à l'état de sulfure.

Ces dissolutions possèdent du reste tous les autres caractères indiqués par M. Spiller pour les dissolutions de sesquioxyde de fer dans les citrates alcalins; l'acide succinique et l'acide benzoïque n'y donnent aucun précipité, le sulfocyanure de potassium aucune coloration, et le

ferrocyanure de potassium produit une simple coloration verte.

2° Si, au lieu d'ajouter au citrate d'ammoniaque une proportion déterminée de sesquioxyde de fer, on en ajoute en excès, les choses ne se passent plus de la même manière; il se dissout une très forte proportion de sesquioxyde; puis, par la concentration, la liqueur prend l'aspect sirupeux, et, si l'on pousse plus loin la dessiccation, on obtient des écailles amorphes analogues au citrate de fer du commerce. Au point de vue médical et pharmaceutique, ces faits sont intéressants à connaître; on fabrique en effet d'assez grandes quantités de citrate de fer ammoniacal et jusqu'à présent on a livré, sous ce nom, une matière à composition très variable, ayant des teneurs en fer très différentes et produisant par conséquent des effets thérapeutiques plus ou moins énergiques. Il y aurait donc intérêt à ne préparer que le sel dont nous venons de donner la formule et dont la teneur en sesquioxyde est forcément constante.

2° *Sesquioxydes de manganèse et de chrome.* — Le sesquioxyde de manganèse hydraté se conduit d'une façon toute particulière en présence de l'acide citrique; si l'on essaye en effet de dissoudre cet oxyde dans l'acide citrique ou dans le citrate d'ammoniaque, il se décompose et passe à l'état de protoxyde. L'oxygène mis en liberté par cette transformation brûle l'acide citrique et donne les produits ordinaires de l'oxydation de ce corps, en même temps qu'il se dégage des torrents d'acide carbonique.

Si l'on tente le même essai avec du sesquioxyde de chrome, cet oxyde ne se dissout qu'en très petite quantité dans le citrate d'ammoniaque; si l'on concentre la liqueur séparée par filtration de l'excès d'oxyde de chrome, il se forme des cristaux verdâtres, mais ces cristaux ne sont autre chose que du citrate biammoniacal, entraînant à

l'état d'eau d'interposition une petite portion de citrate de chrome.

Les citrates doubles de sesquioxyde de chrome et de manganèse ne se forment donc pas dans les mêmes circonstances que les sels semblables de fer et d'alumine.

Magnésie. Formation du citrate de magnésie biammoniacal. — La magnésie et les autres oxydes que je vais maintenant étudier se conduisent d'une façon différente; au lieu de donner des citrates solubles dans les citrates alcalins ou des citrates doubles, ces oxydes donnent avec le citrate d'ammoniaque des composés par voie de substitution dans lesquels $1^{éq}$ d'acide citrique est saturé non plus par $2^{éq}$ d'ammoniaque et par $1^{éq}$ d'eau, mais bien par $2^{éq}$ d'ammoniaque et $1^{éq}$ d'oxyde. Tous ces composés sont bien cristallisés, solubles dans l'eau et dans les citrates alcalins.

Ils se forment dans les mêmes circonstances, si l'on a soin de prendre, dans tous les cas, $1^{éq}$ d'oxyde pour $1^{éq}$ d'acide citrique. Si l'on essaye de dissoudre plus d'oxyde, $2^{éq}$ par exemple, on obtient des dissolutions sirupeuses qui tantôt ne cristallisent pas, comme cela a lieu pour le sesquioxyde de fer, qui tantôt laissent au contraire déposer des cristaux qui ne sont pas, comme on aurait pu le supposer, des citrates à $2^{éq}$ de base et $1^{éq}$ d'ammoniaque, mais bien les citrates biammoniacaux à $1^{éq}$ de base, dont nous décrivons ci-dessous les propriétés et la constitution.

Dans le cas particulier de la magnésie, le sel correspondant est obtenu en dissolvant, dans $1^{éq}$ d'acide citrique ou de citrate d'ammoniaque, $1^{éq}$ de magnésie ou de carbonate de magnésie. La dissolution concentrée, puis abandonnée à l'évaporation spontanée, laisse déposer des petits cristaux qui s'agglomèrent et finissent par former une croûte assez épaisse; ces cristaux, lavés, puis séchés, présentent à l'analyse la composition suivante :

	Trouvé.	Calculé.
Carbone............	30,30	30,38
Hydrogène..........	5,60	5,49
Oxygène............	44,15	43,88
Azote..............	11,61	11,81
Magnésie...........	8,34	8,44
	100,00	100,00

Le sel contient, en outre, comme eau de cristallisation :

Citrate sec..........	92,80	92,94
Eau................	7,30	7,06
	100,00	100,00

Le sel cristallisé correspond donc bien à la formule $C^{12}H^{5}O^{11}, 2AzH^{4}O, MgO + 2HO$. Le citrate de magnésie biammoniacal est blanc, soluble dans l'eau, très peu soluble dans l'alcool, exempt de la saveur amère des sels magnésiens ; exposé à l'air, il ne subit aucune altération.

Ses dissolutions sont alcalines ; elles ne sont précipitées ni par l'ammoniaque, ni par les carbonates alcalins ; elles précipitent partiellement par la potasse et sont complètement décomposées par le phosphate de soude qui en sépare la magnésie à l'état de phosphate ammoniaco-magnésien, conformément aux observations antérieures de M. Spiller et de M. Lebaigue, et au procédé analytique indiqué par M. Joulie, pour le dosage des phosphates.

Protoxyde de manganèse. — Formation du citrate de manganèse biammoniacal. — Si l'on fait réagir sur le citrate d'ammoniaque du carbonate de manganèse ($1^{éq}$ d'acide citrique pour $1^{éq}$ de carbonate de manganèse), jusqu'à dissolution complète du carbonate, si l'on concentre la dissolution et si l'on fait cristalliser, on obtient un sel blanc jaunâtre en croûtes cristallines. Il donne à l'analyse, lorsqu'il a été séché à 100° :

	Trouvé.	Calculé.
Carbone	28,30	28,51
Hydrogène	5,22	5,15
Oxygène	41,24	41,19
Azote	11,20	11,09
Protoxyde de manganèse	14,04	14,06
	100,00	100,00

Comme ce sel ne contient pas d'eau de cristallisation, il a pour formule

$$C^{12}H^{5}O^{11}, 2AzH^{4}O, MnO.$$

Les dissolutions de citrate de manganèse biammoniacal sont alcalines; elles ne précipitent ni par l'ammoniaque, ni par la potasse; elles sont précipitées incomplètement par les carbonates alcalins et précipitées complètement par le sulfhydrate d'ammoniaque, contrairement aux caractères indiqués par M. John Spiller pour l'action des monosulfures alcalins sur les dissolutions de sels de protoxyde de manganèse dans les citrates alcalins.

Oxyde de nickel. — Formation du citrate de nickel biammoniacal. — L'hydrate d'oxyde de nickel se dissout dans le citrate d'ammoniaque équivalent à équivalent. La dissolution concentrée laisse déposer un sel bleu verdâtre cristallisé. Très soluble dans l'eau, le citrate de nickel biammoniacal absorbe à la longue l'humidité de l'atmosphère et se décompose en donnant des gros cristaux de citrate biammoniacal et de citrate de nickel déliquescent. Sa composition, lorsqu'il a été purifié et séché, est

	Trouvé.	Calculé.
Carbone	28,32	28,29
Hydrogène	5,15	5,11
Oxygène	41,00	40,86
Azote	10,85	11,01
Oxyde de nickel	14,68	14,73
	100,00	100,00

Comme il contient en outre 4éq d'eau, sa formule à l'état cristallin est

$$C^{12}H^{5}O^{11}, 2AzH^{4}O, NiO + 4HO.$$

Les solutions de ce sel sont alcalines ; elles ne précipitent ni par l'ammoniaque, ni par la potasse, ni par les carbonates alcalins, tout en donnant une coloration bleue avec ces réactifs; elles précipitent complètement par le sulfhydrate d'ammoniaque et par l'hydrogène sulfuré, ce dernier réactif n'agissant, dans ce cas, comme pour le fer, qu'à cause du citrate alcalin.

Oxyde de cobalt. — Formation du citrate de cobalt biammoniacal. — L'hydrate d'oxyde de cobalt se dissout, comme l'hydrate d'oxyde de nickel, dans le citrate d'ammoniaque, équivalent à équivalent. La solution donne par concentration des croûtes cristallines d'un sel couleur chocolat, donnant néanmoins avec l'eau des solutions roses.

Sa composition, lorsqu'il est pur et sec, est :

	Trouvé.	Calculé.
Carbone...........	28,15	28,29
Hydrogène.........	5,30	5,11
Oxygène...........	40,70	40,86
Azote..............	11,20	11,01
Oxyde de cobalt.....	14.65	14,73
	100,00	100,00

Il contient, en outre, 4éq d'eau, comme le sel de nickel. Sa formule est donc

$$C^{12}H^{5}O^{11}, 2AzH^{4}O, CoO + 4HO.$$

Ses dissolutions alcalines ne précipitent, ni par l'ammoniaque, ni par la potasse, ni par les carbonates alcalins; elles précipitent, au contraire, par le sulfhydrate d'ammoniaque et par l'hydrogène sulfuré, comme le font le fer et le nickel, grâce à la présence du citrate alcalin.

Oxyde de zinc. — Formation du citrate de zinc

biammoniacal. — Si l'on dissout de l'oxyde de zinc ou du carbonate de zinc dans l'acide citrique saturé d'ammoniaque ($1^{éq}$ pour $1^{éq}$), la solution concentrée laisse déposer de très beaux cristaux de citrate de zinc biammoniacal qui, desséchés à 100°, présentent la composition suivante :

Carbone...........	28,03	27,91
Hydrogène.........	5,16	5,04
Oxygène...........	40,26	40,31
Azote.............	10,69	10,85
Oxyde de zinc......	15,86	15,89
	100,00	100,00

Ce sel ne contient pas d'eau de cristallisation; il a donc pour formule

$$C^{12}H^{5}O^{11}, 2AzH^{4}O, ZnO.$$

Ses dissolutions alcalines ne sont précipitées ni par l'ammoniaque, ni par la potasse; elles sont précipitées partiellement par les carbonates alcalins et complètement précipitées par le sulfhydrate d'ammoniaque.

Bioxyde de cuivre. — Formation du citrate de cuivre biammoniacal. — L'oxyde noir de cuivre ne se dissout pas dans l'acide citrique, mais son carbonate s'y dissout facilement et donne une solution qui laisse déposer des cristaux blanc verdâtre, ressemblant beaucoup au citrate de nickel. Séchés à 100°, ils donnent à l'analyse les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Carbone...........	27,88	28,04
Hydrogène.........	5,26	5,06
Oxygène...........	40,54	40,51
Azote.............	10,80	10,91
Oxyde de cuivre....	15,52	15,48
	100,00	100,00

Cristallisé, il contient $2^{éq}$ d'eau; sa formule est donc

$$C^{12}H^5O^{11}, 2\,AzH^4O, CuO + 2HO.$$

Les dissolutions de ce sel sont alcalines; elles ne précipitent ni par l'ammoniaque, ni par la potasse, ni par les carbonates alcalins; elles précipitent complètement par l'hydrogène sulfuré, par le ferrocyanure de potassium; enfin les chromates alcalins et l'oxalate d'ammoniaque n'y donnent pas leurs réactions ordinaires.

Antimoine, bismuth, étain. — Dans aucun cas, je n'ai pu dissoudre les oxydes d'antimoine, de bismuth et d'étain dans l'acide citrique ou le citrate d'ammoniaque. Les sels de ces métaux se dissolvent bien, il est vrai, dans les citrates alcalins, comme l'a constaté M. John Spiller, mais ils ne paraissent pas y former de combinaisons nettement définies.

Bioxyde de mercure. — Formation du citrate de mercure biammoniacal. — Le bioxyde de mercure se dissout parfaitement bien dans l'acide citrique et dans le citrate d'ammoniaque; si l'on concentre la dissolution jusqu'à l'état sirupeux, il s'en sépare au bout d'un certain temps des cristaux de citrate de mercure biammoniacal. Ce sel est donc très soluble dans l'eau, aussi est-il plus difficile à préparer que les précédents; purifié et séché, il présente la composition suivante :

	Trouvé.	Calculé.
Carbone............	22,01	22,15
Hydrogène..........	3,85	4,00
Oxygène............	31,89	32,00
Azote..............	8,90	8,62
Bioxyde de mercure..	33,35	33,23
	100,00	100,00

correspondant à la formule

$$C^{12}H^5O^{11}, 2\,AzH^4O, HgO.$$

Les solutions de citrate de mercure biammoniacal précipitent par la potasse, par les carbonates alcalins, par l'iodure de potassium et par l'hydrogène sulfuré, absolument comme les sels de mercure.

Oxyde d'argent. — Si l'on met en contact avec $1^{éq}$ d'acide citrique $1^{éq}$ d'oxyde d'argent, celui-ci se dissout facilement, mais en très peu de temps la solution est réduite et l'argent se précipite sous forme d'une poudre noire. Je n'ai donc pu, pour cette raison, préparer le citrate d'argent ammoniacal.

En résumé, les quatre propositions que j'ai énoncées au commencement de ce Chapitre sont démontrées par l'ensemble de mes recherches; en particulier, l'existence de citrates ammoniacaux cristallisés à composition rigoureusement définie montre que ces sels présentent tous les caractères des dissolutions d'oxydes métalliques dans les citrates alcalins, caractères indiqués par M. John Spiller dans son travail; ces sels doivent donc toujours tendre de préférence à se former lorsqu'on met des dissolutions métalliques en présence des citrates alcalins.

PHÉNOMÈNES HYDRODYNAMIQUES INVERSEMENT ANALOGUES A CEUX DE L'ÉLECTRICITÉ ET DU MAGNÉTISME

PAR M. BJERKNES,

Professeur à Christiania.

COMPTE RENDU PAR M. BERTIN.

§ I. — HISTORIQUE.

Il s'agit ici des attractions et des répulsions produites par les corps vibrants. Ce n'est pas la première fois qu'il en est question dans ces *Annales :* dans le numéro de fé-

vrier 1872, j'ai déjà rendu compte des travaux qui avaient été faits sur ce sujet. J'ai d'abord rappelé que, en 1834, le docteur Guyot, notre compatriote, avait observé qu'un diapason en vibration attire les corps légers, tels que le papier. J'ai décrit ensuite les expériences faites en Angleterre, en 1869, par M. Guthrie, et celles faites en Allemagne, en 1870, par M. Schellbach. Celles-ci sont les plus intéressantes, parce que, généralisant l'expérience, M. Schellbach a fait voir que tout corps sonore agit sur les corps voisins, mais d'une manière différente, suivant qu'ils sont plus ou moins denses que le milieu dans lequel ils sont plongés; dans l'air, ils attirent les corps plus lourds que l'air, comme le papier, et repoussent les corps plus légers, comme la flamme d'une bougie. Ces faits restèrent sans explication : sir William Thomson annonça bien, il est vrai, qu'il en possédait la théorie complète; mais cette théorie ne fut pas publiée (¹).

On pouvait croire ces expériences oubliées; mais un savant mathématicien de la Norvège, M. Bjerknes, professeur de Mathématiques à l'Université de Christiania, s'en préoccupait, et, après plusieurs années d'efforts, il parvenait à déduire, d'une étude approfondie de l'Hydrodynamique, toute une série de phénomènes analogues aux précédents. Il a fait part de ses recherches à notre Académie des Sciences dans cinq Notes, présentées en mars et juin 1877 (²), qui furent suivies de deux autres, publiées en janvier et février 1879 (³), puis d'une huitième en juillet 1879 (⁴) et d'une neuvième en août 1881 (⁵).

M. Bjerknes fit plus, il vint à Paris et présenta ses

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4ᵉ série, t. XXV, p. 199 à 208.

(²) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXIV, p. 1222, 1309, 1375, 1446, 1493.

(³) *Ibid.*, t. LXXXVIII, p. 165 et 280.

(⁴) *Ibid.*, t. LXXXIX, p. 144.

(⁵) *Ibid.*, t. LXXXXIII, p. 303.

expériences à la Société de Physique dans la séance du 18 juillet 1879 ([1]). On les trouvera consignées dans le recueil de cette Société et dans le *Journal de Physique* pour 1880 ([2]). Ces expériences excitèrent un vif intérêt.

C'est donc avec un grand plaisir que nous avons retrouvé M. Bjerknes à l'Exposition d'électricité, répétant, avec l'aide de son fils, ses belles expériences devant un auditoire empressé, qui ne lui a pas fait défaut un seul jour. Depuis la séance de la Société de Physique, elles s'étaient encore enrichies de plusieurs faits nouveaux, et l'appareil dont l'auteur se sert maintenant est construit avec une rare habileté. J'ai donc pensé que les lecteurs des *Annales* seraient bien aises de connaître ces expériences dans leur ensemble, et, après les avoir vues plusieurs fois, j'ai demandé à l'auteur des notes suffisantes pour pouvoir en parler pertinemment.

L'histoire des travaux de M. Bjerknes est tout entière dans les articles des *Comptes rendus* que nous avons cités plus haut. Je vais la résumer d'après les Notes qu'il m'a remises.

« Mes recherches hydrodynamiques, dit M. Bjerknes, ont eu pour point de départ les leçons qne Dirichlet a faites à Göttingue dans l'hiver de 1855 à 1856, où il étudia son nouveau et fondamental problème de la sphère restant en repos dans un fluide agité et incompressible. C'était sous l'impression des idées philosophiques exposées par Euler dans ses *Lettres à une princesse d'Allemagne* que j'avais suivi ce cours instructif, avec la pensée d'arriver à des explications plus mécaniques des phénomènes de la nature, en poursuivant, dans un sens qu'il restait à déterminer, la solution des problèmes hydrodynamiques qui étaient ainsi introduits dans la science.

([1]) *Séances de la Société française de Physique pour* 1879, p. 185.
([2]) *Journal de Physique*, t. IX, p. 74 à 80.

» Dirichlet avait proposé comme exercice à ses élèves de remplacer la sphère par un ellipsoïde. La solution fut donnée d'une manière indépendante d'abord par Schering et plus tard par Clebsch. Cette solution fut ensuite généralisée par moi, et ce fut mon premier pas dans la direction de ces études [1]. »

Le second Mémoire ne parut que sept ans après. Il était basé sur cette idée qu'il fallait considérer le corps immergé non seulement dans le cas où il est solide, mais encore dans le cas où il change de forme et surtout de volume; en d'autres termes, il fallait tenir compte des mouvements internes des corps. Le problème de Dirichlet fut d'abord étendu à la sphère qui se mouvait dans un liquide en changeant de volume [2].

Une paralysie des mains interdit à M. Bjerknes tout travail pendant cinq ans : ce n'est qu'en 1868 que le problème important relatif à plusieurs corps immergés fut résolu [3].

Mais ces corps n'étaient encore que des sphères de volume invariable : pour étendre la solution du problème au cas des sphères de volume variable, il fallut encore trois

---

(1) Voir sur ce sujet les Mémoires suivants de M. Bjerknes :

1° *Notices historiques sur le problème de Dirichlet relatif à la sphère et à l'ellipsoïde, contenant la solution de Schering*, 1855-1856 (*Göttinger Nachrichten*, 1873); 9 pages en allemand.

2° *Généralisation du problème relatif à un ellipsoïde au repos dans un fluide agité et indéfini, basée sur une généralisation faite en* 1855-1856 *de la solution de Schering* (*Göttinger Nachrichten*, 1873); 13 pages en allemand.

3° *Généralisation du problème relatif aux mouvements que produit le déplacement d'un ellipsoïde, dans un fluide non élastique, supposé en repos et indéfini* (*Göttinger Nachrichten*; 1873-1874, t. I, II, III); 71 pages en français.

(2) *Sur l'état intérieur d'un fluide incompressible, dans lequel une sphère se meut en changeant de volume* (*Transactions de la Société des Sciences de Christiania pour* 1863); 31 pages en norvégien.

(3) *Sur les mouvements simultanés de corps sphériques, de formes invariables dans un fluide incompressible* (*ibid.*, 1868); 52 pages en norvégien.

ans d'efforts; cette fois, pour lui donner plus de publicité, l'auteur publia son Mémoire en français ([1]).

La solution était complète, mais, étant trop générale, elle était trop compliquée. Elle se simplifiait au contraire singulièrement quand on supposait que le mouvement des sphères et leur changement de volume étaient assujettis à la loi de l'isochronisme, c'est-à-dire quand on considérait des sphères vibrantes. Alors apparaissaient tout de suite, entre ces sphères, des forces attractives ou répulsives assujetties à la loi de la raison inverse du carré des distances et qui rendaient les corps vibrants assimilables à des corps électrisés ou aimantés. Ces analogies donnaient aux expériences que l'Analyse avait prévues un intérêt considérable, et il était urgent de procéder à la vérification expérimentale ([2]).

Il est évident qu'un professeur de Mathématiques, sans laboratoire, sans préparateur, devait rencontrer ici des difficultés insurmontables. Aussi M. Bjerknes finit-il par réclamer l'aide de son collègue, M. Schiötz, professeur de Physique à l'Université de Christiania, et de M. Schintz, son préparateur ([3]). Cette collaboration produisit le dis-

---

([1]) *Sur les mouvements simultanés de corps sphérique de formes variables dans un fluide indéfini et incompressible* (*ibid.*, 1871); 81 pages en français.

([2]) *Communications préliminaires sur les actions résultant des mouvements de corps sphériques dans un fluide incompressible, ces mouvements étant accompagnés de dilatation et de contraction* (*Transactions de Christiania pour* 1875); 14 pages en norvégien.

Rapport de l'auteur sur la Communication précédente (*Repertorium der Mathematik von Kœnigsberg und Zeuner*, 1876); 41 pages en allemand.

Sur les pressions que font naître des mouvements simultanés de plusieurs corps sphériques dans un fluide incompressible, ces mouvements étant accompagnés de contractions et de dilatations (*Göttinger Nachrichten*, 1876, I); 44 pages en allemand.

([3]) *Essai sur les attractions et répulsions apparentes des corps qui se meuvent dans l'eau*, par M. Schiötz, professeur de Physique à l'Université de Christiania, présenté par M. Bjerknes à la Société de Göttingue, avec

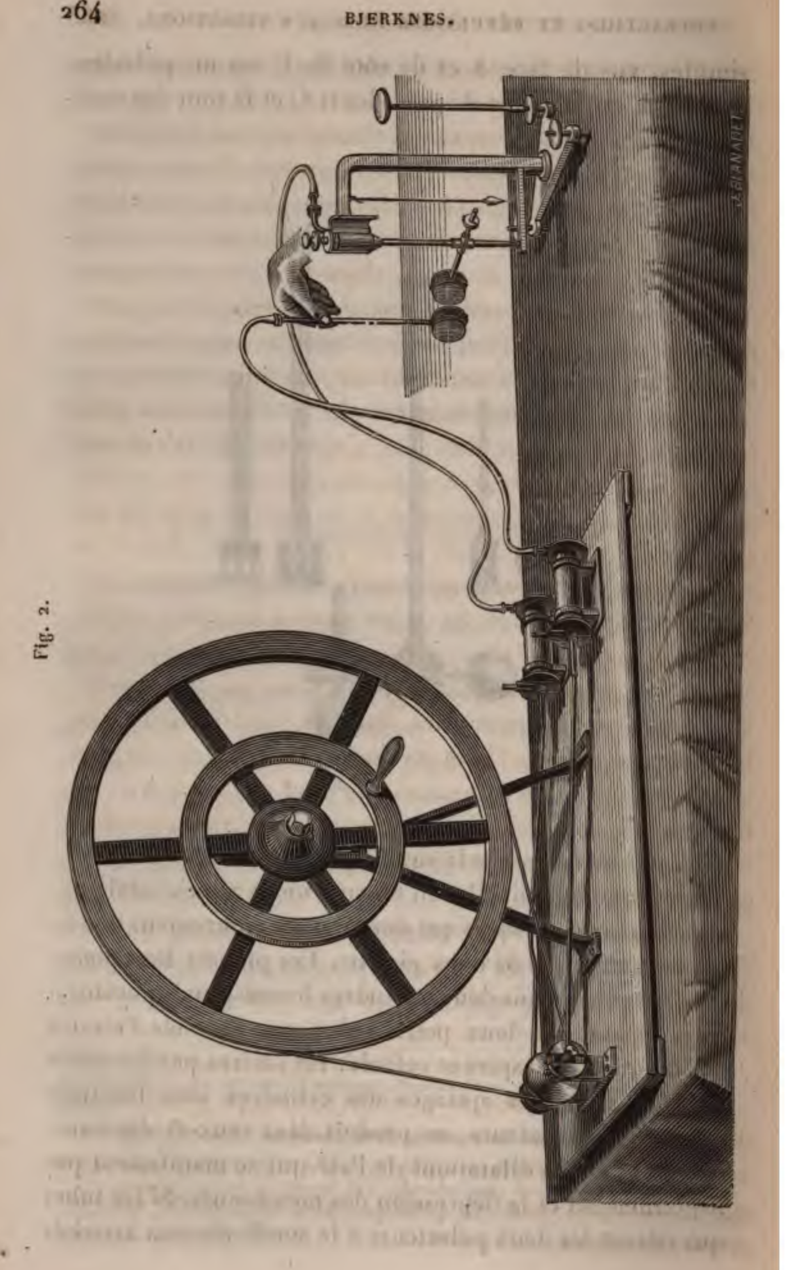


Fig. 2.

aux ajutages qui terminent les cylindres du même côté, les deux pulsateurs se gonfleront en même temps et se déprimeront en même temps; on dira alors que les pulsateurs sont de *même phase*. Mais si l'on fait communiquer les pulsateurs avec les extrémités opposées des deux cylindres, ce qui se fera simplement en changeant l'un des tubes de caoutchouc de place, alors l'un des pulsateurs recevra l'aspiration pendant que l'autre recevra la compression, l'un se gonflera, pendant que l'autre se contractera, et l'on aura deux pulsateurs de *phases contraires*.

Les oscillations sont obtenues par un mécanisme plus compliqué. On remarquera (*fig.* 1, C et D) que la tige des oscillateurs est un peu plus grosse que celle des pulsateurs. Elle est toujours creuse et se termine en haut par un cylindre dans lequel se meut un piston qui reçoit de la soufflerie un mouvement de va-et-vient; ce mouvement est transmis par une tige en acier jusqu'à un petit levier coudé qui se trouve dans la partie évasée que l'on remarque au bas de la tige de l'oscillateur. C'est un mécanisme identique à celui qu'on voit dans la *fig.* 3, où la tige verticale qui transmet le mouvement du piston est simplement raccourcie. Le mouvement de va-et-vient du levier se transmet à une tige horizontale qui porte la boule oscillatrice, tantôt à son extrémité (*fig.* 1, C), tantôt pardessous (*fig.* 1, D).

Ajoutons, pour compléter cette description, qu'on peut changer la rapidité du mouvement vibratoire de deux manières, soit en tournant la roue motrice plus ou moins vite, soit en déplaçant la corde sur la poulie de renvoi qui est double, ou formée de deux poulies de diamètres différents.

Quant à l'amplitude de ce mouvement, on peut la modifier en changeant la course des pistons, dont la tige est articulée sur une réglette qui glisse à volonté dans une rainure pratiquée dans les poulies motrices, ainsi que le montre la figure.

Quel que soit le corps vibrant, il est inutile de chercher les mouvements qu'il produit dans l'air : l'analyse, mathématique n'a été appliquée à ces corps que dans le cas d'un fluide incompressible. C'est donc seulement lorsqu'ils sont plongés dans l'eau qu'il faut les étudier, et il y a à côté de la soufflerie une grande cuve à eau, à parois en verre, une sorte d'aquarium dans lequel les expériences sont toujours faites.

On peut les diviser en deux classes, suivant qu'on observe les actions des corps vibrants sur d'autres corps vibrants ou sur des corps neutres ; c'est ce que M. Bjerknes appelle les phénomènes permanents et les phénomènes temporaires.

PREMIÈRE PARTIE.

ACTIONS RÉCIPROQUES DES CORPS VIBRANTS.

Pour observer ces actions, il faut nécessairement que l'un des corps vibrants soit mobile. Cette mobilité s'obtient de diverses manières suivant les cas.

PREMIER CAS. — ACTIONS RÉCIPROQUES DE DEUX PULSATEURS.

L'expérience est représentée complètement dans la *fig.* 2 ; on y voit, à côté de la soufflerie, le pulsateur mobile monté sur son support. Il est à l'extrémité d'un petit tube horizontal soudé à un second tube vertical mobile entre deux pointes. Ce tube est fermé par le bas et se termine là par une pointe : il est soudé par le haut à un cylindre ouvert qui porte la seconde pointe. Ce cylindre tourne dans une boîte cylindrique, qu'on peut ouvrir pour mettre l'appareil en place et l'y maintenir à l'aide de la vis qu'on voit au sommet du support ; c'est la position dans laquelle la figure le représente. Cela fait, on ferme la boîte qui porte en haut un petit tube latéral, à laquelle on attache e caoutchouc de la soufflerie, qui est ainsi en communi-

cation avec le pulsateur. La rotation ne se fera bien que si la ligne des pointes est verticale, et, pour cela, il faut que le support soit muni de vis calantes. Mais, comme il est dans l'eau et repose sur le fond de l'aquarium, on ne peut toucher directement aux vis calantes. On a pour cela une clef à longue tige, que l'on voit en place sur la droite.

Expérience I. — Le pulsateur mobile étant bien en place, on en approche un pulsateur fixe que l'on tient à la main, et qui est relié à la soufflerie en phase concordante ou discordante. On voit alors que :

1° *Les pulsateurs de même phase s'attirent ;*

2° *Les pulsateurs de phases contraires se repoussent.*

On pourra tourner le pulsateur fixe sur lui-même, de manière à le présenter tantôt par sa face et tantôt par sa tranche : le résultat sera toujours le même ; seulement le calcul indique que l'action normale varie seule en raison inverse du carré de la distance ; les actions obliques suivent des lois plus compliquées.

Quant au phénomène général des attractions et des répulsions, il n'est pas besoin du calcul pour en prévoir le sens. Voici comment on peut l'expliquer d'une façon élémentaire.

Considérons d'abord deux pulsateurs de même phase. Celui qui est fixe se gonfle d'abord et produit tout autour de lui des ondes répulsives ; mais le pulsateur mobile se gonfle en même temps et émet tout autour de lui des ondes de sens contraire ; tant par cette raison que parce que, en augmentant de volume, il a offert plus de résistance au mouvement, le pulsateur mobile sera donc *moins repoussé* que s'il n'avait pas changé de volume. Dans la demi-vibration suivante, le pulsateur mobile se contracte et émet autour de lui des ondes attractives ; mais en même temps le pulsateur mobile se contracte aussi, et, son volume ayant diminué, il offre moins de résistance au mouvement ;

il est donc *plus attiré* que si son volume était resté invariable. Moins repoussé d'abord et plus attiré ensuite, l'effet résultant sera une attraction.

Si les pulsateurs sont de phases contraires, quand le premier se dilate, le second se contracte, les ondes poussent le mobile dans le même sens, et il est *plus repoussé* que s'il n'avait pas changé de volume. Le pulsateur fixe se contracte ensuite et produit des ondes attractives; mais, pendant le même temps, le second se dilate, et sa résistance augmente; il est donc *moins repoussé* que s'il n'avait pas changé de volume. Plus repoussé dans le premier temps et moins attiré dans le second, le pulsateur mobile sera en somme repoussé par le pulsateur fixe.

Si les pulsateurs, tout en étant *isochrones*, n'étaient ni en concordance ni en discordance, mais s'ils avaient une différence de phase qui fût, par exemple, d'un quart de vibration complète, le calcul démontre que les forces du second degré disparaissent, mais il en reste d'autres de même sens, qui ne peuvent plus se manifester que quand les corps pulsants sont très rapprochés.

Si les pulsateurs ne sont plus isochrones, le sens de la force ne se conservera plus, et il y aura un changement continuel entre les forces attractives et les forces répulsives.

Mais nous pouvons toujours conclure des expériences précédentes que deux pulsateurs isochrones, en concordance ou en discordance, agiront l'un sur l'autre comme deux corps électrisés ou comme deux pôles magnétiques : voilà pourquoi M. Bjerknes les appelle des *pôles hydrodynamiques*. Il est naturel de leur donner le même nom quand ils ont même phase; de là cette loi :

Les pôles hydrodynamiques de même nom s'attirent; ceux de noms contraires se repoussent.

C'est le contraire pour les pôles magnétiques; de là cette remarque générale :

Les pôles hydrodynamiques sont inversement analogues aux pôles magnétiques.

Expérience II. — L'analogie se conserve dans tous les cas où l'on peut la soumettre à l'expérience. En voici un : deux pôles magnétiques de même nom se repoussent; mais si l'un est plus fort que l'autre, la répulsion n'a lieu qu'à une distance assez grande, et, si la distance est petite, les deux pôles s'attirent. Nos pulsateurs avaient d'abord la même intensité ou la même amplitude : si l'on veut diminuer celle du pulsateur mobile, il suffira de diminuer le rayon de l'excentrique qui donne le mouvement au piston du cylindre correspondant de la soufflerie, opération que la machine permet de faire aisément. Si alors les pulsateurs sont de phases contraires, on les verra se repousser si la distance est grande, et s'attirer si la distance est petite.

DEUXIÈME CAS. — ACTIONS RÉCIPROQUES D'UN PULSATEUR ET D'UN OSCILLATEUR.

On se servira du pulsateur mobile monté sur son support, comme précédemment, et on en approchera un oscillateur que l'on tiendra à la main, soit C, soit D de la *fig.* 1. Les deux corps étant reliés à la soufflerie, leurs mouvements seront isochrones.

Expérience III. — Tournons l'oscillateur de manière que la ligne d'oscillation soit perpendiculaire à la membrane du pulsateur. Alors il pourra arriver que la boule de l'oscillateur et la membrane du pulsateur se rapprochent ou s'éloignent en même temps; dans ce cas, on observera une attraction. Mais, si l'on retourne l'oscillateur de manière à présenter au pulsateur l'autre face de la boule oscillante, on observera une répulsion. Ces mouvements s'expliquent de la même manière que précédemment.

Un oscillateur se comporte donc comme un aimant

dont les pôles contraires sont représentés par les deux faces opposées de la boule oscillante. Aussi M. Bjerknes l'appelle-t-il un *aimant hydrodynamique*. Il est naturel de donner le même nom aux pôles de même phase, et par conséquent on voit encore ici que :

Les aimants hydrodynamiques sont inversement analogues aux aimants magnétiques.

Expérience IV. — L'oscillateur étant un aimant dont les pôles sont aux extrémités de la ligne d'oscillation, quand on a placé cette ligne normalement à la face du pulsateur, on a fait agir un pôle sur un pôle. Mais si l'on tourne l'oscillateur de manière que son plan d'oscillation soit parallèle à la face du pulsateur, on fera agir un aimant sur un pôle, et on aura des phénomènes inversement analogues à ceux que présenteraient dans ces conditions de véritables aimants.

Nous avons vu précédemment qu'un pulsateur se comporte comme un pôle isolé. Pour faire un aimant hydrodynamique avec des pulsateurs, il faudrait en réunir deux par une de leurs faces et les metre en relation discordante avec la soufflerie, de manière à leur donner des phases contraires. Dans ce cas, l'une des membranes du double pulsateur se gonflerait pendant que l'autre se déprimerait, et elles formeraient ainsi deux pôles contraires aux extrémités du système. Ce pulsateur double est représenté dans la *fig.* 1 par les lettres E et F.

TROISIÈME CAS. — ACTIONS RÉCIPROQUES DE DEUX OSCILLATEURS.

La *fig.* 3 représente l'oscillateur mobile tout monté sur son support. L'oscillateur est porté par un cadre métallique ayant la forme d'une poire. Ce cadre peut tourner entre deux pointes : l'une est à la partie inférieure et l'autre est dans l'axe du cylindre fixé à la partie supérieure du cadre. Ce cylindre est creux et renferme un

piston que la soufflerie fait mouvoir de haut en bas. Le piston porte une petite tige qui reçoit le même mouvement et le transmet au bras horizontal d'un levier coudé; l'extrémité du bras vertical prend alors un mouvement de va-et-vient horizontal et le transmet à la tige de l'oscillateur. Cette tige se meut dans une fente de la traverse du

Fig. 3.



cadre et porte au-dessous une tige horizontale, qui peut se mettre dans une position quelconque autour de la verticale, et qui se termine par deux boules métalliques.

On peut disposer l'oscillateur de trois manières différentes :

1° Si l'on tourne la tige qui porte les boules de manière qu'elle soit perpendiculaire à la fente de la traverse, les boules oscillent de chaque côté d'un plan perpendiculaire au plan d'oscillation du système.

2° Si l'on tourne la tige à boules de manière qu'elle soit

à peu près dans le plan de la fente, les boules oscillent dans le plan d'oscillation du système;

3° Enfin on peut dévisser la tige à boules et revisser à la place une boule unique, qui est représentée par une ligne ponctuée dans la *fig.* 3.

L'appareil est représenté au moment où l'on vient de le placer entre ses deux pointes : il a fallu pour cela ouvrir la boîte du support dans laquelle tourne le cylindre à piston : c'est ce qu'on voit dans la *fig.* 3. Fermons cette boîte et plaçons le support sur le fond de la cuve à eau; nous lui donnerons la position verticale en agissant sur les vis calantes, à l'aide de la longue clef que l'on voit sur la figure à droite; réunissons l'oscillateur par un tube de caoutchouc avec la soufflerie, et l'appareil sera prêt pour les expériences.

Expérience V. — Introduisons maintenant dans la cuve à eau, en le tenant à la main, l'un des oscillateurs représentés dans la *fig.* 1, par exemple C, en communication avec le second cylindre de la soufflerie, et approchons-le de l'oscillateur mobile, nous verrons celui-ci tourner dans un sens ou dans l'autre, et toutes les expériences donneront des résultats inversement analogues à ceux qu'on obtiendrait en approchant un petit aimant :

1° D'une aiguille mobile sur un pivot et portant aux extrémités deux petits aimants perpendiculaires à l'aiguille, premier cas;

2° Ou d'une aiguille semblable dont les aimants extrêmes seraient dirigés suivant sa longueur, deuxième cas;

3° Ou d'une petite aiguille aimantée mobile sur un pivot, troisième cas.

Il est facile de disposer un appareil magnétique réalisant ces trois cas, et de montrer que les effets obtenus sont toujours inversement les mêmes que ceux qu'on observe dans l'eau avec l'oscillateur mobile dans les trois positions que nous avons indiquées.

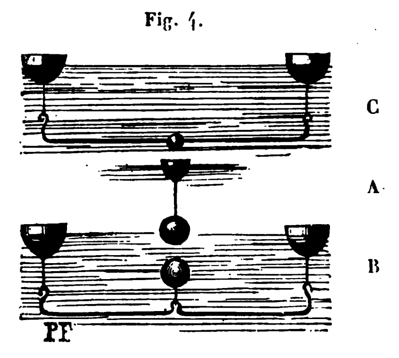
Le troisième cas peut donner lieu à deux expériences différentes. Si l'on présente un petit aimant horizontal normalement à une aiguille aimantée, on la fera tourner à droite ou à gauche, suivant que l'aimant fixe sera placé au-dessus ou au-dessous de l'aiguille. La même chose a lieu si l'on présente l'oscillateur C (*fig.* 1) au-dessus ou au-dessous de la boule oscillante représentée par une ligne ponctuée dans la *fig.* 3.

DEUXIÈME PARTIE.

ACTIONS DES CORPS VIBRANTS SUR LES CORPS NEUTRES.

Les corps neutres sont ici les corps plongés dans un liquide : s'ils étaient simplement flottants, les phénomènes seraient troublés par les courants superficiels. On obtient leur immersion par des moyens très simples.

Fig. 4.



Si le corps est plus lourd que l'eau, on le suspend par un fil flexible à un bouchon flotteur (*fig.* 4, A) ou bien on le fixe sur une tige en laiton suspendue par des fils flexibles à deux flotteurs (*fig.* 4, C). Si le corps est plus léger que l'eau, on le suspend par un fil flexible au milieu d'une tige en laiton, suspendue elle-même par des fils à deux flotteurs (*fig.* 4, B).

Expérience VI. — Action des corps vibrants sur les

corps lourds. — On approche le corps vibrant, pulsateur ou oscillateur, du corps lourd (*fig.* 4, A), et, de quelque manière qu'on le présente, on voit que le corps plus lourd que l'eau est attiré.

Expérience VII. — Action des corps vibrants sur les corps légers. — On répète la même expérience avec la balle de sureau immergée (*fig.* 4, B), et on constate que la boule de sureau est toujours repoussée.

De ces deux expériences résulte la loi générale déjà connue par les expériences sur le diapason et par l'analyse de sir William Thomson : *Les corps vibrants attirent les corps plus denses que le milieu dans lequel ils sont plongés et repoussent les corps plus légers.*

Ces mouvements s'expliquent aisément. Considérons un corps pulsant, qui alternativement se gonfle et se contracte. Il émet autour de lui des ondes alternativement répulsives et attractives. Une sphère d'eau placée dans son voisinage recevrait de ces ondes des mouvements d'amplitudes égales et oscillerait autour de sa position d'équilibre, sans que cette position d'équilibre fût déplacée. Mais il n'en sera plus de même si la sphère d'eau est remplacée par un corps plus lourd ou plus léger que l'eau.

Dans le premier cas, lorsque le pulsateur se gonfle, la sphère lourde sera moins repoussée que la sphère d'eau, elle ira moins loin, et, quand le pulsateur se contracte, cette sphère étant moins loin sera plus attirée. Donc, moins repoussée et plus attirée, elle subira en somme une attraction.

Si la sphère est plus légère que l'eau, elle est plus repoussée que l'eau, quand le pulsateur se gonfle; lorsque ensuite il se contracte, elle est moins attirée, parce qu'elle se trouve trop loin. Plus repoussée dans la première période et moins attirée dans la seconde, elle sera en somme repoussée.

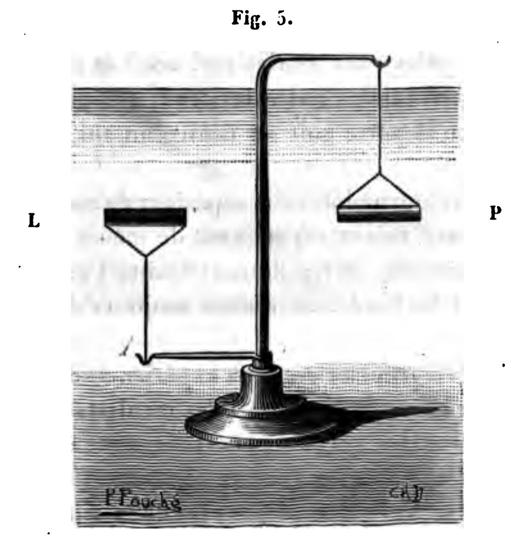
Mais, dans tous les cas, le mouvement résultant n'est que la conséquence d'une série de mouvements vibratoires dont

les demi-amplitudes sont inégales. Ce mouvement rythmique des boules s'aperçoit très bien, surtout lorsqu'elles sont rapprochées du pulsateur.

Expérience VIII. — De même que les corps vibrants attirent certains corps et en repoussent d'autres, de même les aimants attirent certains corps, comme le fer, et en repoussent d'autres, comme le bismuth. Si ces corps ont la forme de barreau et qu'on leur présente un aimant, les premiers se mettent dans la direction de l'aimant ou dans une *direction axiale,* et les seconds se mettent perpendiculairement à l'aimant ou dans une *direction équatoriale.* D'après cette observation, on a appelé les premiers *paramagnétiques* et les seconds *diamagnétiques.*

Les aimants hydrodynamiques présentent des phénomènes analogues. Mettons dans la cuve à eau le double support de la *fig.* 5. Un corps lourd P y est suspendu par le haut : c'est un cylindre de mastic noir; un corps léger L y est suspendu par le bas : c'est un cylindre de moelle de su-

Fig. 5.



reau. Approchons successivement un pulsateur de ces deux cylindres; le lourd, P, se mettra dans une direction perpendiculaire à la membrane du pulsateur; le léger, L, se mettra parallèlement à cette memrane. Les oscillateurs donneraient des résultats semblables.

Donc, *par rapport aux aimants hydrodynamiques, les corps lourds sont paramagnétiques et les corps légers sont diamagnétiques.*

Ces analogies se conservent dans toutes les expériences, et particulièrement dans les suivantes.

Expérience IX. — Faisons flotter sur l'eau un petit disque en liège portant à son centre un morceau de fer, une tête de clou par exemple, et approchons-le d'un support portant deux aimants cylindriques verticaux séparés justement à la surface de l'eau. Les pôles en regard des deux aimants peuvent être égaux ou contraires.

1° Si les pôles sont contraires, nord et sud, le disque de liège se précipitera entre les deux aimants, jusqu'à ce que le fer qu'il porte soit au centre ou sur l'axe des aimants.

2° Si l'on retourne l'aimant supérieur de manière que les pôles en regard soient maintenant de même nom, nord et nord par exemple, le fer flottant quitte l'axe et se place entre l'axe et les bords, en restant toujours dans le champ magnétique.

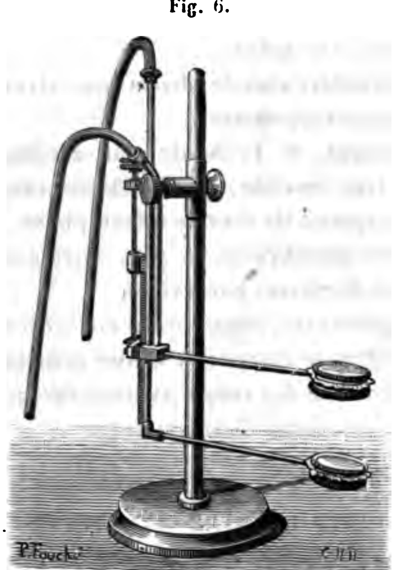
Si l'on pouvait répéter ces deux expériences en remplaçant le fer par du bismuth, on aurait des résultats inverses. Les corps lourds et les corps légers vont nous présenter les mêmes phénomènes sous l'action des corps vibrants.

Expérience X. — Remplaçons les deux aimants par les deux pulsateurs horizontaux de la *fig.* 6 et approchons-en le flotteur C (*fig.* 4). Les pulsateurs devront être descendus dans l'eau jusqu'à ce qu'ils soient à une égale distance du plan qui contient le petit corps lourd. En poussant le flotteur vers les pulsateurs, voici ce qu'on observera :

1° Si les pulsateurs sont de phases contraires, comme des pôles nord et sud, la boule du flotteur sera attirée et viendra se placer sur leur axe commun.

2° Si alors on change la phase de l'un des pulsateurs, de façon qu'ils deviennent de même phase, la boule du flotteur ne restera pas sur l'axe, mais elle sera repoussée du centre

Fig. 6.



jusqu'à une distance de l'axe qui est à peu près les $\frac{7}{10}$ de la distance verticale des deux pulsateurs. Cette position est une position d'équilibre stable, car, si le flotteur est placé plus près ou plus loin, la boule est toujours ramenée en ce point.

Expérience XI. — Prenons maintenant comme flotteur un corps plus léger que l'eau, tel que la balle de sureau (*fig.* 4, B) [1]. Il convient alors de retourner les deux pulsa-

---

[1] Dans cette figure, le fil qui retient la boule est trop court.

teurs pour les rendre verticaux, et de les enfoncer jusqu'à ce que leur centre soit de niveau avec la balle de sureau; si alors on approche celle-ci des pulsateurs, voici ce qu'on observe :

1° Si les deux pulsateurs sont de même phase, comme des pôles de même nom, la balle de sureau est attirée, mais ne va pas jusqu'au centre, et s'arrête à une distance de l'axe qui est environ les $\frac{7}{10}$ de la distance des deux pulsateurs; si l'on cherche à la rapprocher ou à l'éloigner du centre, elle revient toujours à ce point.

2° Si les pulsateurs sont de phases contraires, la boule de sureau est toujours repoussée.

Les mouvements de la boule sont accompagnés d'un tremblement très sensible, parallèlement aux membranes des pulsateurs quand ils sont de même phase, perpendiculairement à ces membranes et plus fortement quand les pulsateurs sont de phases contraires.

Dans ces expériences, nous voyons encore les corps lourds et les corps légers se comporter d'une manière différente, les premiers comme des corps paramagnétiques et les seconds comme des corps diamagnétiques.

TROISIÈME PARTIE.

FANTOMES HYDRODYNAMIQUES.

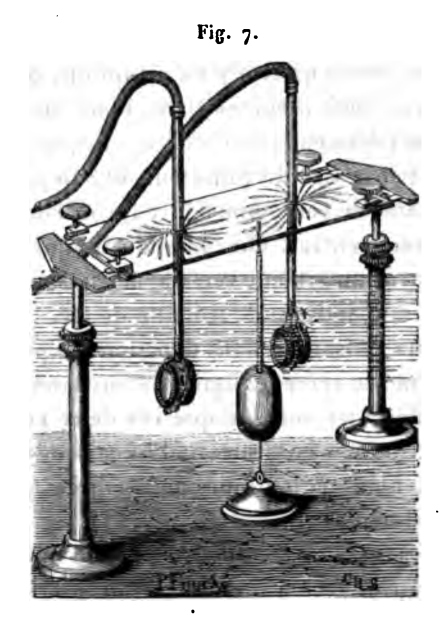
Si l'on place au-dessous d'une feuille de verre recouverte de papier les pôles d'un aimant vertical, et qu'on saupoudre de la limaille de fer sur le papier, on voit cette limaille se disposer suivant les lignes de forces, qui sont ici radiales, et l'on a ce qu'on appelle le *fantôme magnétique* d'un pôle isolé.

Un second pôle étant placé un peu plus loin, on aurait d'autres figures magnétiques représentant toujours les lignes de forces de deux pôles, soit de même nom, soit de noms contraires.

On pourrait placer sous la feuille de verre un troisième pôle, puis un quatrième, et l'on aurait d'autres figures.

Les pôles hydrodynamiques étant analogues aux pôles magnétiques, M. Bjerknes a cherché à représenter leurs lignes de forces par des figures analogues, et il a employé pour cela la disposition représentée dans la *fig.* 7.

Fig. 7.



Expérience XII. — On place dans la cuve à eau une sorte d'œuf creux formé par une lame en laiton, porté sur une mince tige d'acier qui vibre facilement, et portant à son tour une tige verticale, terminée hors de l'eau par un petit pinceau. On en approche un pulsateur, dont les mouvements périodiques se communiquent à l'œuf et le font osciller au bout de la tige qui le supporte. Ces oscillations seront d'autant plus intenses qu'elles seront plus d'accord avec celles du pulsateur; il faudra donc, par tâtonnement, en variant la vitesse de la soufflerie, amener le pulsateur à faire des pulsations de même période que les oscillations de la tige. Dans ce cas, les oscillations de l'œuf et par con-

séquent celles du pinceau qui le termine seront au maximum. Si ce pinceau a été trempé dans de la couleur, on voit qu'il est tout disposé pour marquer sa trace sur la lame de verre horizontale, qui est portée sur des supports à une hauteur convenable. Des trous pratiqués dans la lame de verre laissent passer les tiges des pulsateurs.

Supposons d'abord qu'il n'y en ait qu'un. Ses lignes de force seront radiales; l'œuf oscillant, placé successivement tout autour du pulsateur ([1]), oscillera chaque fois dans un plan passant par la tige du pulsateur, et son pinceau marquera sur la lame de verre une figure formée de rayons qui partent du trou central. On obtiendrait une figure semblable en plaçant un aimant vertical au-dessous de la lame de verre et la saupoudrant de limaille de fer.

On voit deux pulsateurs dans la *fig.* 7. Le pinceau trace alors sur la lame de verre les lignes de force des deux pôles; elles sont différentes suivant que ces deux pôles sont de même sens ou de sens contraires. Mais ce sont toujours des figures semblables aux fantômes magnétiques produits par les pôles des aimants.

M. Bjerknes fils a eu la patience de faire une grande variété de ces figures avec un, deux et trois pôles, et en produisant chaque fois le fantôme magnétique correspondant. Il a ensuite reporté les deux fantômes sur le papier; il suffit alors de les mettre l'un à côté de l'autre pour voir que la similitude est complète.

Ainsi se trouve démontrée d'une manière synthétique cette loi générale, établie par toutes les expériences : *Les actions des corps vibrants sont analogues aux actions magnétiques.*

([1]) On le déplace au moyen d'un long manche fixé sur son support, qui n'est pas représenté dans la figure.

§ IV. — Analogies nouvelles avec les phénomènes électrodynamiques.

Ici se terminent les expériences qu'on a pu voir à l'Exposition d'électricité; mais M. Bjerknes ne s'est pas contenté des analogies précédentes, il a cherché s'il ne trouverait pas aussi dans l'Hydrodynamique des phénomènes analogues à ceux des courants électriques. Quoique ses études sur ce sujet ne soient pas terminées, il est arrivé tout récemment cependant à quelques conséquences qu'il désire signaler. Je ne puis en rendre compte que d'après ses notes, qui malheureusement sont ici fort incomplètes.

Tout d'abord l'Analyse mathématique lui a indiqué que des cylindres indéfinis plongés dans un fluide et animés de rotations alternatives autour de leur axe (vibrations tournantes de l'Acoustique) pourraient représenter les courants électriques. Cela veut dire qu'ils produiraient sur des cylindres semblables et sur des pôles hydrodynamiques des actions inversement analogues à celles qu'exercent les courants électriques sur d'autres courants ou sur des pôles magnétiques. Seulement on n'arrive pas de cette façon à la formule d'Ampère, mais à celle de Grassmann et de Clausius.

Quoique la théorie indique que de pareils cylindres peuvent mettre en mouvement les molécules du fluide, même quand il est d'une fluidité parfaite, il est impossible de réaliser ces mouvements, à moins que le cylindre ne soit pas circulaire, ou qu'il ait des solutions de continuité dans sa surface, ou bien encore à moins que le fluide ne soit visqueux. L'auteur s'est arrêté à ce dernier cas et a fait ses expériences dans du sirop.

Son but était de rechercher les lignes de force en traçant les fantômes hydrodynamiques à l'aide de l'appa-

reil qui lui avait déjà servi, celui qui est représenté dans la *fig.* 7. Mais il s'est trouvé que l'œuf, qui oscillait bien dans l'eau, n'oscillait plus dans le sirop : il a fallu le séparer de la tige qui le portait et le laisser flotter librement dans le liquide. Lorsqu'on le soumettait à l'action des pulsateurs, les figures qu'il traçait avec son pinceau sur la lame de verre ne ressemblaient plus aux fantômes magnétiques, excepté toutefois dans deux cas, quand cette figure était formée par des lignes radiales ou des lignes circulaires. Il a donc fallu se borner à ces deux cas-là. Avec ces restrictions, et en employant des vibrations tournantes d'amplitude très grande et de vitesse très petite, on peut encore obtenir une assez grande variété de fantômes hydrodynamiques.

M. Bjerknes fils a encore trouvé ici un nouveau champ pour sa patience et son habileté. Il nous a montré les fantômes suivants :

1° Les lignes de force d'un courant hydrodynamique dans un plan perpendiculaire à sa direction : ce sont des cercles concentriques au courant, analogues au fantôme magnétique obtenu avec un courant électrique dans les mêmes conditions ;

2° Les fantômes ou les lignes de force d'un courant hydrodynamique dans un plan parallèle à sa direction : ce sont des lignes droites perpendiculaires au courant, analogues à celle que produirait un courant électrique, si on le couchait sur une feuille de papier saupoudrée de limaille de fer ;

3° Le fantôme de deux courants hydrodynamiques parallèles et de sens contraires dans un plan perpendiculaire à leur direction et le fantôme magnétique semblable, pour deux courants électriques dans le même cas.

4° Si les deux courants sont de même sens, ces fantômes sont formés par des lemniscates.

Dans tous les cas, les figures ont une conformité très

visible avec les courbes qu'on obtient à l'aide de la limaille de fer sous l'action de vrais pôles et de vrais courants.

Après cette étude si complète et si intéressante, qui aboutit à constater l'analogie parfaite des corps vibrants avec les corps électrisés ou aimantés, peut-on conclure, avec M. Bjerknes, de l'analogie des effets à l'identité des causes et dire que l'électricité et le magnétisme sont dus à des mouvements vibratoires? Cela reviendrait à faire le raisonnement suivant : les corps vibrants s'attirent et se repoussent comme les corps électrisés et les aimants ; donc les corps électrisés et les aimants sont des corps vibrants. Il est évident qu'une pareille conclusion n'a rien de légitime. Il faudrait autre chose pour assigner logiquement une origine vibratoire aux phénomènes d'électricité et du magnétisme : il faudrait notamment y démontrer l'interférence, ce qu'on n'a pas encore fait.

NOTE ADDITIONNELLE.

NOUVELLES EXPÉRIENCES SUR LE DIAPASON.

Les expériences de M. Bjerknes, qui réussissent très bien dans l'eau, pourraient-elles se faire dans l'air? L'auteur affirme que non, et il faut le croire sur parole. D'autre part, les premières expériences avec les diapasons ont été faites dans l'air : réussiraient-elles également dans l'eau? C'était probable, mais j'ai voulu m'en assurer.

J'ai pris un diapason entretenu électriquement et repoussant l'électro-aimant interrupteur vers la base, pour laisser libre les branches vibrantes; j'ai plongé ces branches dans l'eau, après avoir renversé le diapason. En approchant alors les flotteurs de la *fig.* 4, j'ai vu que la boule de mastic était attirée et que la boule de sureau était repoussée, comme dans les expériences de M. Bjerknes; seulement l'attraction et la répulsion sont ici très faibles et ne se font sentir qu'à une petite distance.

Les effets sont beaucoup plus intenses dans l'air. Pour bien observer l'attraction, il faut fixer verticalement le disque de papier ou de clinquant à l'extrémité d'une aiguille horizontale mobile sur un pivot ou suspendue à un fil métallique comme l'aiguille de la balance de Coulomb. L'attraction est alors sensible à plusieurs centimètres et, quand la distance est grande, elle paraît se changer en répulsion. Ce phénomène, que je ne m'explique pas, devra être l'objet de recherches ultérieures.

Pour compléter ces notes sur les attractions acoustiques, je crois devoir signaler, en terminant, les expériences récentes de M. Dvorak ([1]). Il a employé des diapasons électriques montés sur des caisses résonantes, devant lesquelles il présentait les corps mobiles, par exemple des feuilles de carton d'épaisseur moyenne ($0^{mm},8$). Lorsque ces cartons étaient percés de trous coniques à rebord, on observait une attraction ou une répulsion suivant la face présentée et suivant la distance. Quand la grande base des trous regarde l'ouverture de la caisse, il y a attraction faible; quand c'est le rebord, ou la petite base, il y a une répulsion forte si l'on est près; cette répulsion diminue quand on s'éloigne et change de signe à une certaine distance.

Cette expérience a donné à M. Dvorak l'idée de faire un *radiomètre du son*. Il a fixé quatre planchettes minces à un tube tournant autour d'un axe vertical; sur ces quatre planchettes, de 33^{m} de large, il a fixé un peu obliquement quatre cartons carrés de 36^{m} de côté, percés chacun de vingt-cinq trous coniques de 2^{m} en rebord. Ce moulinet tourne avec une grande rapidité devant la caisse du diapason en vibrations : on peut le mettre en mouvement, même avec un diapason ordinaire.

([1]) Académie des Sciences de Vienne, séance du 6 octobre 1881.

SUR LES SPECTRES DES COMÈTES CRULS ET SCHAEBERLE;

PAR M. TACCHINI.

J'ai l'honneur de communiquer à l'Académie quelques observations que j'ai faites sur les spectres des comètes *b* et *c* 1881.

C'est seulement pendant la nuit du 28 juin que j'ai pu observer le spectre de la comète. Au passage de son noyau devant la fente du spectroscope, on obtint deux spectres :

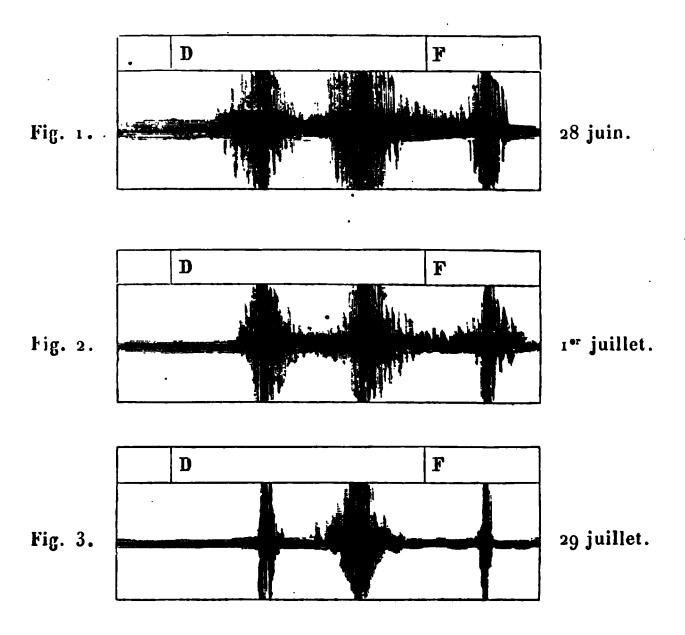


Fig. 1. — 28 juin.

Fig. 2. — 1er juillet.

Fig. 3. — 29 juillet.

l'un continu, l'autre composé de trois bandes, comme l'indique la *fig.* 1. En comparant les positions de ces bandes avec celles des raies 7 et 8 du spectre solaire, j'ai trouvé

qu'elles correspondaient, dans l'échelle, aux nombres

552,1, 514,1, 463,1,

c'est-à-dire au spectre des hydrocarbures donné par M. Hesselber. Un résultat semblable a été obtenu par M. Ricco, astronome à Palerme.

A l'intersection de ces bandes avec le spectre continu du noyau, on observe encore un renforcement de lumière.

Pendant la nuit du 30 juin, le spectre continu avait une vivacité encore plus grande, probablement à cause des gerbes très lumineuses qui, du noyau, se dirigeaient vers le Soleil, avec une teinte légèrement rosée; les raies du carbone étaient également bien plus marquées.

A cette occasion, j'ai continué l'examen spectroscopique le long de la queue de la comète. J'ai pu voir les trois bandes du carbone, jusqu'au tiers de la longueur à partir du noyau, ce qui démontre la matérialité des queues des comètes. Un peu au delà, il ne restait que la bande du milieu, qui disparaissait elle-même au delà de la moitié de la queue.

Dans la nuit du 6 juillet, le spectre de la comète était déjà un peu affaibli, comme l'indique la *fig.* 2. Dans le spectre continu, la partie rouge était au contraire plus marquée, à la place de la ligne C; il me semble en résulter que le spectre continu du noyau ne peut pas être produit uniquement par la réflexion de la lumière solaire. Les noyaux et les jets étaient toujours faiblement rougeâtres.

Le 14 juillet, le noyau commençait à être entouré par une nébulosité plus grande et plus dense; le spectre continu était plus faible, mais la partie rouge était encore assez visible et les raies du carbone conservaient encore un éclat suffisant.

Le 15 juillet, l'affaiblissement de la queue est bien

manifeste; la tête de la comète se condensait et donnait toujours le même spectre, quoique plus faible.

Dans la matinée du 23, j'ai observé le spectre de l'autre comète, Schaeberle. La comète était ronde, avec une queue très courte. Le spectre obtenu en plaçant le noyau de la comète sur la fente du spectroscope est représenté par la *fig.* 3, c'est-à-dire par les bandes connues du carbone et par un faible spectre continu, comme dans la comète Cruls. J'ajouterai seulement que, aux intersections des deux spectres, la lumière était bien plus vive pour la comète Schaeberle. Les bandes du carbone étaient visibles dans la nébulosité et dans la queue.

Ce matin, 29 juillet, la comète Schaeberle était déjà visible à l'œil nu; son spectre gagne progressivement en éclat.

LONGUEURS D'ONDES DES BANDES SPECTRALES DONNÉES PAR LES COMPOSÉS DU CARBONE;

PAR M. THOLLON.

	Arc électrique. Lampe de M. Jamin.	Gaz d'éclairage ou cyanogène. Bobine avec condensateur. (Salet.)	Flamme bleue du gaz d'éclairage. Lecoq de Boisbaudran.	Comète *b* 1881.
α	562.2	563,0	562,9	562
α	558,1	558,5	558,1	»
α	553,6	554,0	554,2	»
α	549,1	550,0 547,0	550,0	»
β	516,5	516,3	516,1	516
β	512,7	513,0	512,7	»
β	509,7	510,0 506,0	509,0	»

	Arc électrique. Lampe de M. Jamin.	Gaz d'éclairage ou cyanogène. Bobine avec condensateur. (Salet.)	Flamme bleue du gaz d'éclairage. Lecoq de Boisbaudran.	Comète *b* 1881.
γ	473,9	474,0	473,8	»
	471,7	472,0	»	»
	470,4	470,0	»	470 (1)
	468,7	468,7 467,0	467,5	»
δ	461,1	»	»	»
	459,0	»	»	»
	456,1	»	»	»
	453,9	»	»	»
	452,0	»	»	»
	450,8	»	»	»
	450,0	»	»	»
ε	427,0		436,8 430,9	» »
	421,0 419,3 417,7 416,4 415,5 415,0	Visible seulement dans l'arc électrique.		

Mesures faites sur l'arc électrique par M. Bigourdan, astronome à l'Observatoire de Paris.

(1) Milieu de la bande.

TRANSPORT ET DISTRIBUTION DE L'ÉNERGIE PAR L'ÉLECTRICITÉ;

PAR M. MARCEL DEPREZ.

Extrait du Journal *la Lumière électrique.*

L'enseignement de la Physique, au point de vue de l'électricité, est resté tout à fait insuffisant, non seulement dans les lycées, mais encore dans les écoles d'ingénieurs. On continue à considérer l'électricité au point de vue télégraphique, c'est-à-dire comme destinée seulement à faire œuvre de précision et à produire uniquement des effets excessivement faibles comme travail mécanique.

Ceux qui ont pénétré plus loin dans l'étude de cet agent n'ignorent pas que son rôle est infiniment plus étendu; l'Exposition internationale d'électricité l'a prouvé du reste à ceux même qui sont étrangers à la Science. Il est résulté en particulier de ce remarquable ensemble d'appareils divers que l'électricité, contrairement au préjugé qui a longtemps régné et qui domine encore l'enseignement, est éminemment propre à la production et à la transmission lointaine de travaux mécaniques aussi considérables qu'on le voudra, application nouvelle dont l'étendue et les conséquences sont d'une importance qu'on ne saurait limiter.

Malgré des études intéressantes, cet emploi nouveau de l'électricité reste encore pour beaucoup de personnes, même de celles qui emploient ce nouveau mode de transmission, embarrassé de doutes et d'appréciations contradictoires; il importe d'éclaircir complètement cette question: c'est ce que nous allons faire ici. L'auteur exposera brièvement, mais néanmoins d'une façon complète, les lois

fondamentales du transport de l'énergie par l'électricité. Il n'hésitera point à remonter jusqu'aux premiers principes, et prendra un soin scrupuleux de tout définir et de tout démontrer, afin de constituer un exposé d'ensemble absolument solide; il ne fera usage dans sa démonstration que de principes physiques simples et de formules de la plus élémentaire Algèbre, procédé dont l'avantage est de porter dans les explications une évidence géométrique qui laisse l'esprit complètement satisfait.

Il convient de rappeler d'abord ce qu'on entend par le mot *énergie*. Ce terme comprend le travail sous toutes ses formes. On sait que tous les phénomènes physiques, de quelque nature qu'ils soient, peuvent être évalués en unités de travail, par exemple en kilogrammètres; on peut exprimer ainsi les actions chimiques, les changements caloriques, etc. Un principe important ressort de ces mesures; c'est le suivant : si l'on a une certaine quantité d'énergie sous forme mesurable, telle qu'un travail employé à faire mouvoir un générateur d'électricité, on peut l'employer, soit intégralement à produire une énergie d'une forme déterminée, par exemple de la chaleur, soit à produire à la fois diverses formes d'énergie, de la chaleur, des actions chimiques, des mouvements; dans tous les cas, la somme des énergies produites est égale au travail dépensé [1].

---

[1] C'est ce qu'on peut écrire d'une façon générale sous la forme suivante :

$$T = A + C + T_m + \frac{(\Sigma mv^2 - \Sigma mv_0)^2}{2}$$

équation dans laquelle T représente la valeur du travail dépensé pour faire mouvoir le générateur, A les actions chimiques, C les actions caloriques, T_m le travail rendu par un moteur, $\frac{(\Sigma mv^2 - \Sigma mv_0)^2}{2}$ les modifications de force vive des organes de ces moteurs.

On remarquera que l'électricité ne figure pas dans cette équation; il n'y a en effet aucun moyen de l'introduire; le travail électrique n'a pas d'ex-

C'est le principe connu sous le nom de *conservation de l'énergie* qui est d'ailleurs, pour le dire en passant, une conséquence directe des lois de la Mécanique rationnelle.

DÉFINITIONS ET PRINCIPES.

I. — Définition et mesure de l'intensité d'un courant.

Comme nous ferons usage de l'électricité sous forme de courant, il faut d'abord définir exactement les termes que nous emploierons et distinguer les éléments que nous avons à faire entrer dans la démonstration.

Il ne paraît pas utile de définir le courant électrique en lui-même : le phénomène ainsi désigné est connu de tous ; mais il présente des qualités distinctes qui demandent à être étudiées à part.

Nous examinerons d'abord ce qu'on nomme l'*intensité*.

Parmi les actions qui se produisent sur le passage d'un courant, nous considérerons spécialement l'action chimique. Le plus simple examen montre qu'elle est fonction de l'intensité du courant ; nous la voyons se produire plus ou moins énergiquement, selon les variations de cette intensité. Sans chercher à préciser encore la relation qui

---

pression et n'existe pas sous une forme propre : il se manifeste toujours sous forme de travail calorique, chimique ou autre et non d'une façon spéciale, à l'exception du cas où l'on condenserait de l'électricité ; dans ce cas seulement il y a travail électrique ; on serait donc forcément amené à conclure que l'électricité n'est pas une des formes de l'énergie, qu'elle n'en est que le véhicule : considération très frappante et qui cessera de paraître étrange si l'on remarque que, dans les travaux produits électriquement, il n'y a pas de perte d'électricité. Comme nous le verrons plus loin, celle-ci se retrouve intacte après avoir donné des sommes diverses d'énergies, résultat qui serait absurde si l'électricité était elle-même de l'énergie ; le seul élément qui se modifie dans ces cas est, non pas la quantité d'électricité, mais seulement son potentiel ; c'est lui qui représente l'énergie et non l'électricité elle-même. Celle-ci n'est pas plus une forme de l'énergie qu'une colonne d'eau comprimée ou qu'une courroie de transmission. Nous aurons à revenir d'ailleurs sur ce sujet, lorsque nous aurons exposé la théorie des moteurs électriques

les lie, nous reconnaissons comme évident qu'à des actions chimiques égales, répondent des intensités égales et réciproquement. Ce phénomène est le premier qui ait servi de mode de mesure à l'électricité, et il devait en être ainsi; l'action chimique, ayant été le premier générateur de l'électricité dynamique, ne pouvait manquer d'être mise en usage comme son étalon.

Lois de Faraday.

(*a*) Les lois qui régissent les actions électrochimiques ont été découvertes par Faraday. La première de ces lois est contenue dans l'énoncé suivant: *Si l'on constitue un circuit parcouru par un courant électrique, quelles que soient la nature et la disposition des conducteurs successifs qui entrent dans ce circuit, le travail chimique et par suite l'intensité, c'est-à-dire la quantité d'action chimique et d'électricité par unité de temps, sont les mêmes en tous les points.*

(*b*) Cette loi se vérifie de la façon suivante : sur un circuit où fonctionne une pile électrique, on placera à la suite les uns des autres un certain nombre de voltamètres qu'on aura soin de faire inégaux tant par les dimensions que par la conductibilité, ce qu'on obtiendra en acidulant plus ou moins l'eau qu'ils renferment; malgré ces différences, la quantité de gaz dégagée dans chacun d'eux dans l'unité de temps sera la même.

(*c*) Le travail chimique est le même non seulement dans les appareils placés sur le circuit, mais encore dans la pile elle-même. Pour le démontrer, on construit une pile en plaçant dans de l'eau acidulée deux lames, l'une de zinc, l'autre de platine, cette dernière étant recouverte d'une cloche pleine d'eau. En se servant de cette pile comme générateur, on verra l'hydrogène se dégager sur la lame de platine en quantité précisément égale à celle qui

se dégage dans les cloches des voltamètres placés sur le circuit ; la pile fonctionne donc comme tout autre appareil soumis à l'action du courant ; l'action chimique et l'intensité sur les points du circuit où elle est placée sont les mêmes que dans les autres.

(*d*) En poussant plus loin l'expérience, on peut employer comme générateur un instrument très curieux, la pile à gaz de Grove. Celle-ci est un véritable voltamètre dont les cloches sont respectivement remplies d'hydrogène et d'oxygène. On sait que, si l'on réunit des fils de platine qui plongent dans ces cloches, on obtient un courant. En formant un circuit avec un certain nombre d'éléments de cette pile et un nombre moindre de voltamètres, on verra que la quantité de gaz absorbée dans chaque élément de la pile est égale à celle qui se dégage dans chacun des voltamètres. Si alors on retranchait un certain nombre d'éléments de la pile, de façon à donner la supériorité aux voltamètres, ceux-ci deviendraient à leur tour générateurs de courant, et l'action recommencerait en sens inverse. Les travaux chimiques opérés sur un même circuit sont donc toujours égaux, non seulement quelle que soit leur situation, mais quel que soit leur sens, c'est-à-dire qu'ils soient positifs et employés à créer le courant, ou négatifs et produits par son action.

Tous les raisonnements précédents supposent seulement qu'à des intensités égales du courant correspondent des actions chimiques égales, sans que nous ayons essayé de préciser davantage la relation qui existe entre l'intensité et l'action chimique. Il sera maintenant à propos de le faire.

(*e*) L'action chimique est proportionnelle à l'intensité du courant.

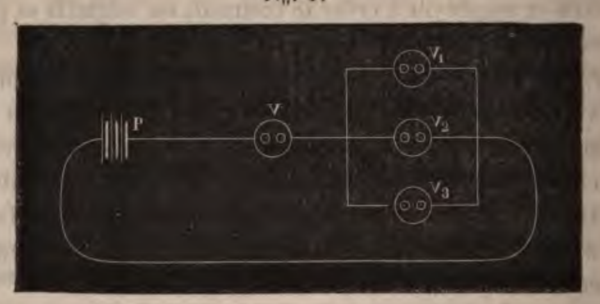
Pour le démontrer, plaçons en un point du courant un voltamètre V (*fig.* 1) ; en un autre point, divisons le courant en trois branches sur lesquelles nous placerons trois voltamètres bien identiques, V_1, V_2 et V_3 ; le courant en

ce dernier point, rencontrant trois routes égales, se divisera en trois dérivations, dont les intensités seront forcément égales et qui représenteront chacune un tiers de l'intensité totale; on trouvera dans chacun des voltamètres qui reçoivent ces courants dérivés une quantité de gaz égale au tiers de celle que renfermera le voltamètre où passe le courant entier, ce qui démontre la loi.

Nous avons jusqu'ici supposé que dans toute l'étendue du circuit il ne se passait qu'une même réaction chimique, celle de l'oxygène sur l'hydrogène, qui dans nos expériences est active dans un sens et passive dans l'autre. La loi est vraie dans le cas où le courant produit en même temps plusieurs réactions différentes; les poids des composés chimiques qui se forment dans la pile et les poids de ceux qui sont décomposés par le courant ne sont plus alors égaux, mais proportionnels aux équivalents chimiques des corps en jeu; comme on emploie généralement des piles où le corps dissous est du zinc, on pourra formuler cette loi, qu'on nomme *loi des équivalents électrochimiques*, en ces termes :

Dans un circuit sur lequel un courant produit des

Fig. 1.



actions chimiques quelconques, il y a autant d'équivalents de zinc dissous dans chacun des éléments de la pile qu'il y a d'équivalents décomposés dans chacun des ap-

pareils d'électrolyse, les éléments et les appareils étant placés en tension sur un seul circuit.

II. — Définition et mesure de la force électromotrice.

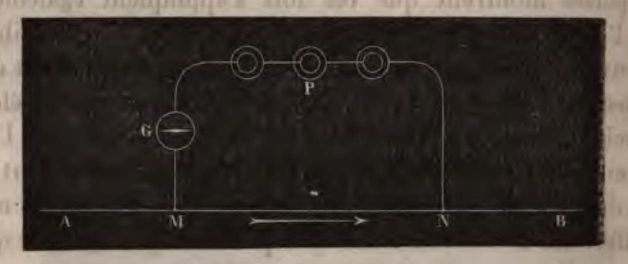
On nomme *force électromotrice* la cause qui met en mouvement l'électricité dans le circuit. Elle pourra être simplement et clairement évaluée par le nombre des éléments de pile que nous emploierons, si ces éléments sont placés à la suite les uns des autres, de façon qu'ils forment un seul circuit où leurs actions s'ajoutent; ils sont alors, suivant le terme en usage, assemblés en série ou en tension.

La tension est un mode spécial de l'électricité et indique l'état d'accumulation où elle se trouve; Coulomb en a étudié les lois pour l'électricité statique. Des expériences précises montrent que ces lois s'appliquent également à l'électricité dynamique; des appareils très sensibles peuvent faire découvrir aux divers points d'un circuit des tensions analogues à celles qui se rencontrent dans l'électricité statique, seulement beaucoup plus faibles. Si l'on prend, par exemple, un élément de pile Daniell dont le circuit ne soit pas fermé, on trouvera entre ses pôles une différence de tension électrique qui est la plus grande que cette pile puisse produire; cette différence de tension est égale alors à ce que nous nommons la *force électromotrice* de la pile; celle-ci ne nous est d'ailleurs connue, comme nous le disons plus loin, que par les différences de tension qu'elle produit et qui lui servent de mesure. Si l'on réunit les deux pôles de la pile à la terre, en suivant le fil qui part de l'un d'eux, on trouvera des tensions qui vont en décroissant du pôle jusqu'à la terre, où la tension est nulle; dans ce cas, on dit, suivant un terme moderne dont la signification mathématique représente une fonction

bien définie, que les différents point du circuit sont à des potentiels décroissants; et l'on peut déterminer les différences de potentiels en se servant par exemple, comme unité, du potentiel de la pile à circuit ouvert, de ce que nous appelons la *force électromotrice* de la pile Daniell. Le mouvement électrique, le courant, ne peut exister entre deux points que s'il existe entre eux une différence de potentiel; on ne saurait le concevoir entre deux points dans le même état électrique, non plus qu'on ne concevrait un courant de liquide entre deux points situés au même niveau. On conclut de là un moyen direct de mesurer les différences de potentiel de deux points.

(*a*) Supposons qu'il s'agisse des points M et N (*fig.* 2), situés sur le circuit AB, où passe un courant dans le sens AB. Nous prendrons en M et N un circuit dérivé MPN, sur lequel nous installerons un appareil quelconque G,

Fig. 2.



propre à révéler le passage d'un courant. Il montrera aussitôt une action résultant d'une dérivation du courant principal qui va circuler dans le sens MPN; nous intercalons alors dans ce circuit, en P, des éléments Daniell tendant à faire passer dans PMN un courant de sens contraire, et nous en augmentons le nombre jusqu'à ce qu'il n'y ait plus aucun courant en G; alors le courant de la pile annule la dérivation, c'est-à-dire que sa force électromotrice équilibre exactement la différence de potentiel entre

les points M et N ; elle lui est donc égale et nous en fournit la mesure.

Possédant ainsi le moyen de mesurer une force électromotrice ou une différence de potentiel, nous pouvons examiner comment varie un courant suivant les conditions où il se trouve.

III. — Définition et mesure de la résistance.

Sur le circuit d'une pile plaçons un voltamètre, réuni à elle par un fil métallique de longueur connue ; il s'y dégagera par minute un certain volume de gaz ; si nous augmentons la longueur du fil interposé entre les deux appareils, nous verrons diminuer la quantité qui se dégage ainsi par unité de temps ; il en sera de même si nous diminuons le diamètre du fil ; le contraire aura lieu si nous le raccourcissons, ou si nous en augmentons la section. Les corps que le courant traverse se présentent donc comme des obstacles qui en font varier l'intensité ; suivant leurs dimensions et leur nature, ils agissent comme des *résistances* plus ou moins grandes, et il y a entre l'intensité, la force électromotrice et les résistances une certaine relation.

(*a*) Ohm a démontré, par des considérations mathématiques, que cette relation était la suivante : $I = \frac{E}{R}$, I représentant l'intensité, E la force électromotrice de la pile, R la résistance totale du circuit. Nous disons *totale* parce qu'il faut avoir bien soin d'y comprendre non seulement les résistances des fils et des appareils, mais aussi celles des piles. Les piles ne sont pas en effet distinctes du reste du circuit ; elles forment un point initial ; mais pour l'action chimique, comme nous l'avons démontré, ainsi que pour la résistance, elles rentrent dans la loi générale et doivent compter dans la somme des résistances.

Néanmoins, dans la suite de ces explications, et tant

qu'il ne s'agira que d'exemples ou de démonstrations, nous ferons, pour plus de simplicité, abstraction de cette résistance, qui est dite *résistance intérieure,* bien que dans la réalité elle ne soit jamais nulle, et nous compterons seulement la résistance extérieure.

(*b*) La loi de Ohm est plus générale que nous l'avons dit; elle s'applique non seulement à un circuit entier, mais à une portion du circuit; on écrira alors $I = \frac{e}{r}$, I représentant l'intensité, *e* la différence de potentiel aux deux bouts de la portion de circuit considérée, mesurée comme nous l'avons dit ci-dessus (§ II, *a*), et *r* la résistance de cette portion.

Les lois de Ohm ont été vérifiées par Pouillet, Fechner, Despretz; elles sont d'un usage constant et se vérifient sans cesse dans la pratique journalière.

La découverte, faite par OErsted, de l'action du courant sur une aiguille aimantée, a permis de révéler l'existence des courants et de les mesurer par des phénomènes plus commodes que les actions chimiques qui nous ont jusqu'ici servi d'étalon; nous supposerons à l'avenir que l'on fait usage de ces appareils, connus sous le nom général de *galvanomètres.*

D'autre part, les diverses grandeurs dont l'étude du courant impose la mesure et dont nous venons d'énumérer les principales, c'est-à-dire la force électromotrice, la résistance et l'intensité, ont des unités spéciales. Ces unités ont été élaborées sur des idées théoriques particulières par l'Association britannique pour l'avancement des Sciences; elles ont été définitivement adoptées par le récent Congrès des électriciens.

Il n'entre pas dans notre cadre d'en donner la définition précise; nous nous contenterons d'en indiquer le nom et la valeur approximative, parce qu'elles sont d'un usage commode et que nous aurons à nous en servir.

(*c*) L'unité de tension ou de force électromotrice est le volt; sa valeur est environ 0,95 de la force électromotrice d'un élément de pile de Daniell.

L'unité de résistance se nomme le *ohm*; il est représenté par une colonne de mercure de $1^m,05$ de longueur environ et d'une section de 1^{mmq}; il équivaut aussi, approximativement, à 48^m de fil de cuivre de 0,001 de diamètre.

L'unité d'intensité a reçu du Congrès le nom d'*ampère*; c'est une intensité capable de précipiter, à très peu près, 4^{gr} d'argent par heure.

D'après la loi de Ohm, citée plus haut, il existe entre ces trois unités une relation qu'on peut exprimer ainsi :

$$\text{Unité d'intensité} = \frac{\text{unité de force électromotrice}}{\text{unité de résistance}}.$$

TRANSPORT DE L'ÉNERGIE.

IV. — TRANSPORT DE L'ÉNERGIE CHIMIQUE.

Ces préliminaires établis, nous pouvons passer à l'étude du transport de l'énergie chimique, que nous examinerons d'abord.

(*a*) Lorsqu'on se sert de la pile électrique pour produire des actions chimiques, il y a nécessairement des actions dans les deux sens, positives dans la pile où elles font naître le courant, négatives dans les appareils où ce courant opère des décompositions électrolytiques. En se reportant aux démonstrations et aux exemples donnés au § I *a*, *b*, *c*, on se rappellera que ces actions sont égales en tous les points du circuit et dans tous les éléments qui fonctionnent, quel que soit leur sens.

Considérons plus particulièrement l'expérience (§ I, *d*) dans laquelle des piles à gaz de Grove, disposées en tension,

décomposent l'eau dans des voltamètres; soit N le nombre des piles de Grove et n celui des voltamètres. Ces deux séries d'appareils semblables donnent naissance à des forces électromotrices de sens contraire; d'après les définitions données au § II, la force électromotrice d'un élément étant P, celle des N piles à gaz sera NP, et celle des n voltamètres nP; le rapport de ces forces est

$$\frac{nP}{NP} \text{ ou } \frac{n}{N}.$$

L'action chimique étant la même en tous les points du circuit (§ I, a, d), il y aura autant de gaz consommé dans chacun des éléments à gaz qu'il y en aura de produit dans chacun des voltamètres; si l'on appelle Q le volume produit dans l'unité de temps, les piles à gaz auront donc absorbé NQ pendant que les voltamètres auront fourni nQ. Le rapport de ces nombres $\frac{n}{N}$ exprime la proportion entre le travail utile produit et le travail dépensé; on voit qu'il est égal au rapport des forces électromotrices positives et négatives. Ce nombre est ce qu'on nomme le *rendement* économique de l'appareil; il exprime la dépense que nécessite, dans les conditions de l'expérience, un certain travail produit.

On voit qu'il varie suivant les dispositions qu'on adopte. Si l'on voulait, par exemple, que ce rapport fût égal à 1, il faudrait prendre $n = N$; mais alors, les forces électromotrices directes et inverses étant égales, il n'y aurait pas de travail du tout. Si, au contraire, on fait augmenter N par rapport à n, le travail produit coûte de plus en plus cher; il est vrai qu'il s'opère de plus en plus rapidement et que la quantité dégagée par unité de temps va en croissant à mesure que le rendement économique di-

minue. On ne doit pas oublier que, en raison de la résistance des circuits, il y a toujours de la chaleur produite sur le trajet du courant; c'est sous cette forme que se dépense la portion du travail produit par la pile qu'on ne retrouve pas dans le travail utile.

Dans le calcul précédent, nous n'avons pas fait intervenir la distance qui sépare les appareils actifs et passifs, ou la résistance du circuit qui représente cette distance; il convient d'examiner son influence.

Évaluons les travaux dépensés et recueillis; nous venons de dire que, en appelant Q la quantité de gaz recueillie dans un voltamètre ou dépensée dans un élément de pile, le travail utile était nQ, et le travail dépensé NQ; mais nous savons que l'action chimique est proportionnelle à l'intensité (§ I, e); donc Q est proportionnel à I et le travail est proportionnel à NI; d'autre part, I nous est connu par la loi de Ohm; il est égal à la force électromotrice divisée par la résistance. La force électromotrice, dans ce courant où il y en a deux opposées, sera la différence de ces deux forces, et sera représentée par $NP - nP$; le travail dépensé dans la pile sera donc

$$N\frac{NP - nP}{R};$$

le travail recueilli,

$$n\frac{NP - nP}{R};$$

leur rapport est, comme nous l'avons vu, $\frac{n}{N}$; comme on le voit, il ne dépend pas de la distance. La valeur de chacun de ces travaux en dépend au contraire, et si l'on fait varier la distance, sans rien changer dans les dispositions du système, les valeurs des deux travaux varieront.

On peut faire en sorte que cela n'ait pas lieu. En effet, le travail chimique absolu produit dans l'unité de temps ainsi que le rendement économique resteront invariables

quelle que soit la distance, à condition que les forces électromotrices directes et inverses varient proportionnellement à la racine carrée de la résistance du circuit.

Pour le démontrer, reprenons l'expérience précédente, (§ I, d); dans cette expérience, le courant résultant de la différence des forces électromotrices opposées NP et nP avait pour intensité (loi de Ohm)

$$\frac{NP - nP}{R},$$

R représentant la résistance du circuit. Le rendement économique avait pour valeur $\frac{n}{N}$. Supposons que la distance, et avec elle la résistance, deviennent 25 fois plus grandes par exemple; mais, au lieu des nombres N et n d'éléments, introduisons dans le circuit, selon la règle que nous venons d'énoncer, 5N piles à gaz et 5n voltamètres, 5 étant la racine carrée de 25. L'intensité du courant sera alors

$$\frac{5NP - 5nP}{25R}$$

ou

$$\frac{NP - nP}{5R}.$$

Elle sera donc cinq fois plus petite que la précédente; les actions chimiques seront donc, dans chacun des éléments, cinq fois moins énergiques; mais, comme il y a de chaque côté cinq fois plus d'éléments qu'il n'y en avait, les quantités totales dépensées et produites par unité de temps, ainsi que leur rapport, resteront les mêmes, ce qu'il fallait obtenir.

Ces divers théorèmes, établis en considérant seulement des piles à gaz, s'appliquent à toute espèce d'actions chimiques; les quantités dépensées ou recueillies cesseront d'être identiques, mais, en vertu de la loi des équivalents

électrochimiques (§ I, e), elles ne cesseront pas d'être proportionnelles aux mêmes nombres et les résultats seront les mêmes.

Nous pouvons actuellement résumer les conséquences de ces divers théorèmes.

Toutefois, une remarque préliminaire est nécessaire. Nous avons tout à l'heure évalué le travail total positif et le travail utile négatif; nous avons trouvé qu'ils étaient proportionnels aux nombres NI et nI, dans lesquels I représente l'intensité, N le nombre d'éléments positifs et n le nombre d'éléments négatifs. Il s'ensuit que ces travaux sont également proportionnels à NPI et nPI, P étant, comme précédemment, la force électromotrice d'un élément de pile; NP exprime alors la force électromotrice positive totale, que nous nommerons E, np la force électromotrice négative totale e, et les expressions des travaux deviennent EI et eI. Ces expressions, plus générales, sont celles qui donnent la mesure du travail : EI est la mesure du travail chimique total dépensé, eI la mesure du travail chimique utile produit.

Cette remarque faite, nous pouvons formuler les conclusions auxquelles nous sommes conduits :

1° *Le travail chimique positif représentant le travail total dépensé est exprimé par* EI; *pour une intensité donnée, il est donc proportionnel à* E.

2° *Le travail chimique négatif est exprimé par* eI; *pour une intensité donnée, il est proportionnel à* e.

3° *Le rendement économique est égal au rapport de la force électromotrice négative à la force électromotrice positive.*

4° *Le travail chimique dépensé, le travail chimique utile et le rendement économique restent constants, quelle que soit la distance du transport, pourvu que les forces électromotrices, positive et négative, varient proportionnellement à la racine carrée de la résistance.*

V. — Actions caloriques. — Loi de Joule.

Une production de chaleur est l'inévitable conséquence du passage d'un courant électrique. M. Joule a démontré par l'expérience que la quantité de chaleur développée dans un circuit a pour expression

$$Q = I^2 R,$$

Q étant la chaleur produite, I l'intensité du courant, R la résistance du circuit.

Cette loi remarquable pouvait être prévue; elle est une conséquence de la loi de Faraday (§ I, *a*) et de la loi de conservation de l'énergie, comme on va le voir.

Remarquons d'abord que, dans un circuit où le courant est entièrement employé à produire de la chaleur, la chaleur produite est proportionnelle à la quantité totale de zinc dissous dans la pile, cette chaleur n'étant que la reproduction, sous une autre forme, du travail de l'affinité chimique, comme le veut le principe de la conservation de l'énergie.

Constituons alors des circuits divers, et voyons comment y variera la quantité de zinc dissous.

Dans une première série de circuits nous maintiendrons les résistances constantes en faisant varier les intensités.

Pour dresser le tableau de ce qui se passe dans chaque circuit, il faut se rappeler que :

1° *Loi de Ohm.* — L'intensité est donnée par le rapport $I = \frac{E}{R}$. E étant proportionnel au nombre des éléments, nous prendrons tout simplement ce nombre pour représenter E;

2° *Loi de Faraday.* — L'action chimique dans chaque élément est proportionnelle à l'intensité. L'unité adoptée étant indifférente, nous prendrons la valeur de l'intensité

pour représenter l'action chimique ou la quantité de zinc dissoute dans chaque élément.

3° La quantité totale dissoute est égale au produit du nombre des éléments par la quantité dissoute dans chacun.

De ces considérations résulte le tableau suivant :

Nombre d'éléments de pile.	Résistance du circuit.	Intensité du courant résultant de la formule $\frac{E}{R}$.	Zinc dissous dans chaque élément proportionnellement à l'intensité.	Zinc total dissous.
1......	1	1	1	1
2......	1	2	2	$4 = (2 \times 2)$
3......	1	3	3	$9 = (3 \times 3)$
4......	1	4	4	$16 = (4 \times 4)$

Dans ces conditions, la quantité totale de zinc brûlé, ou la chaleur produite, est donc proportionnelle au carré de l'intensité du courant.

Dans une deuxième série de circuits nous ferons varier les résistances de façon à maintenir l'intensité constante; nous trouverons :

Nombre d'éléments de pile.	Résistance du circuit.	Intensité du courant résultant de la formule $\frac{G}{R}$.	Zinc dissous dans chaque élément proportionnellement à l'intensité.	Zinc total dissous.
1......	1	1	1	$1 = (1 \times 1)$
2......	2	1	1	$2 = (1 \times 2)$
3......	3	1	1	$3 = (1 \times 3)$
4......	4	1	1	$4 = (1 \times 4)$

Dans ces conditions nouvelles, la quantité de zinc est proportionnelle à la résistance.

En combinant ces deux résultats, on voit que, dans des circuits où la résistance et l'intensité varieraient à la fois, la quantité de zinc dissoute et la chaleur produite seraient

proportionnelles en même temps à la résistance et au carré de l'intensité; elles le seraient donc au produit de ces deux nombres, ce qui nous ramène à la loi de Joule, $Q = RI^2$. Si l'on se rappelle que $I = \frac{E}{R}$ (loi de Ohm), on peut mettre cette expression sous d'autres formes qui sont utiles à connaître; on verra facilement que

$$(a) \qquad Q = RI^2 = \frac{E^2}{R} = EI.$$

D'ailleurs cette formule, qui s'applique à la totalité d'un circuit, est un cas particulier d'une formule plus générale; si nous considérons une portion quelconque d'un circuit dont la résistance soit r et où la différence des potentiels au commencement et à la fin du circuit soit e (§ II, b), la quantité de chaleur développée dans cette portion du circuit sera exprimée également par la formule

$$(b) \qquad q = rI^2 = \frac{e^2}{r} = eI.$$

On remarquera qu'il n'y a pas à prendre de notation spéciale pour l'intensité I; elle est la même dans une portion du circuit que dans le circuit total.

TRANSPORT DE L'ÉNERGIE CALORIQUE.

Pour transporter de l'énergie calorique, il faut constituer un circuit électrique, recueillir la chaleur qui se développe en un point de circuit et l'utiliser.

En conséquence, dans un circuit de résistance totale R, parcouru par un courant d'intensité I, nous prenons particulièrement une certaine portion de résistance r, et nous utilisons la chaleur qui s'y manifeste. Dans ces conditions, le travail dépensé est égal à la chaleur totale Q créée sur tout le circuit, le travail recueilli est égal à la chaleur q créée dans la portion utile; nous connaissons

immédiatement la valeur de ces deux quantités : en effet, si l'on appelle E la force électromotrice de la pile, on a (§ VI, *a*)

$$Q = RI^2 = EI = \frac{E^2}{R};$$

de même, si l'on nomme e la différence des potentiels aux extrémités du circuit utile, on a (§ VI, *b*)

$$(c) \qquad q = rI^2 = eI = \frac{e^2}{r}.$$

Le rapport de ces deux travaux est $\frac{r}{R} = \frac{e}{E}$: c'est le rendement économique.

La première expression $\frac{r}{R}$ est très utile, parce qu'elle permet de disposer immédiatement un circuit de façon à obtenir le rendement cherché : on voit *a priori* qu'il y aura intérêt à ce que la résistance utile soit aussi grande que possible par rapport à la résistance totale.

Si l'on veut que le travail utile q ainsi que le rendement économique $\frac{r}{R}$ ou $\frac{e}{E}$ demeurent constants, quelle que soit la résistance, ou autrement, quelle que soit la distance du transport, il faudra que Q demeure aussi constant ; pour cela, il faut que $\frac{E^2}{R}$ soit constant, c'est-à-dire que E varie proportionnellement à la racine carrée de R ; mais, comme $\frac{e}{E}$ est constant, il faudra alors que e varie dans la même proportion.

Nous sommes donc, pour l'énergie calorique comme pour l'énergie chimique, conduits aux lois suivantes :

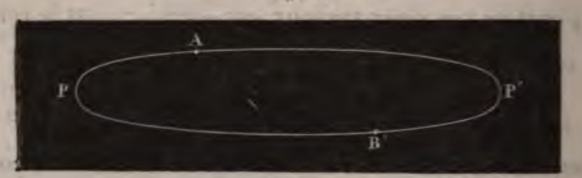
1° *Le travail calorique positif, représentant le travail total dépensé, est exprimé par* EI ; *pour une intensité donnée, il est donc proportionnel à* E.

2° *Le travail calorique négatif est exprimé par* eI; *pour une intensité, il est donc proportionnel à e.*

Il faut remarquer ici qu'une différence de potentiels n'est pas une quantité distincte de ce que nous appelons la force électromotrice.

En effet, dans un circuit fermé PAP'B (*fig.* 3), si l'on dit seulement qu'il y a entre les points A et B une différence de potentiel *e*, il sera impossible de dire *a priori* dans quel sens marchera le courant, ni si cette différence de potentiel est due à une force électromotrice positive

Fig. 3.



placée en P, ou à une force négative placée en P', ou à la combinaison des deux; la différence *e* entre A et B est par elle-même, si l'on veut, ce qu'on nomme une force électromotrice; il n'y a entre elles que la différence de la cause à l'effet. En réalité, nous ne connaissons pas la force électromotrice; bien que nous devions continuer à employer ce mot commode; il n'y a, dans le calcul, que des différences de potentiel. En conséquence, dans la loi que nous venons de formuler ci-dessus (2°), la différence de potentiel n'est autre chose qu'une force électromotrice négative, si l'on veut la considérer de cette façon, et cette loi, bien qu'exprimée autrement que celle que nous avons trouvée pour les actions chimiques, est cependant la même.

3° *Le rendement économique est représenté par le rapport de la différence de potentiels négative et de la force électromotrice positive.*

4° *Le travail calorique dépensé, le travail calorique*

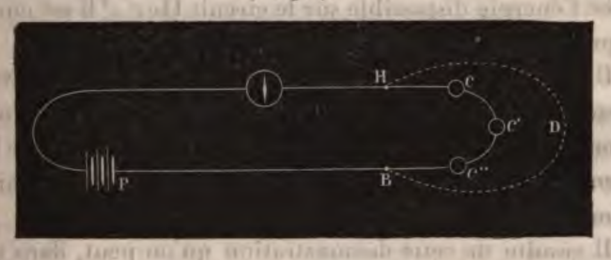
utile et le rendement économique restent constants quelle que soit la distance de transport, pourvu que la force électromotrice positive et la différence de potentiel négative varient proportionnellement à la racine carrée de la résistance totale du circuit.

TRANSPORT DE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE.

Nous avons, dans les précédents paragraphes, eu à évaluer le travail engendré sur un courant; qu'il s'agisse d'énergie chimique ou d'énergie calorique, nous avons trouvé la même expression $Q = EI$. Nous allons faire voir que cette formule est absolument générale.

Considérons (*fig.* 4) un circuit sur lequel se trouvent une pile P d'un certain nombre n d'éléments, un appareil

Fig. 4.



galvanométrique G mesurant l'intensité du courant, et de plus, entre les points H et B, une série d'appareils c, c', c'' quelconques propres à dépenser le courant, soit en chaleur, soit en actions chimiques, soit en travail mécanique. Dans ces conditions, le courant prend une intensité I que le galvanomètre indique, il se consomme dans chaque élément de la pile une quantité Z de zinc, et, par conséquent, une quantité nZ dans l'ensemble de la pile.

Supprimons maintenant les appareils c, c', c'' et remplaçons-les par un fil simple HDB dont nous ferons varier la longueur, jusqu'à ce que le courant soit ramené à la

même intensité I. La force électromotrice est restée E; dans ces conditions, la quantité de zinc dissoute par élément est toujours Z, d'après les lois de Faraday et la quantité totale nZ; la quantité d'énergie engendrée, qui est mesurée par la quantité de zinc consommée, n'a pas varié; or, dans le circuit PHDB, nous savons qu'elle est représentée par EI : cette expression donne donc aussi sa valeur avec le circuit PA$c'cc''$B.

De plus, dans le circuit PHDB, nous savons calculer par les lois de Ohm les potentiels en H et en B, ainsi que leur différence e, et nous savons que la quantité d'énergie que l'on peut récupérer sur le circuit HDB est représentée par eI; si nous rétablissons le circuit PH$cc'c''$B, rien n'est changé dans la portion HPB : les potentiels en H et en B, ainsi que leur différence e, restent les mêmes; la portion du travail total engendrée sur HPB n'a pas non plus varié : donc l'énergie disponible sur le circuit H$cc'c''$B est encore exprimée par eI.

Il faut remarquer ici que, si l'on veut avoir ces travaux mesurés en kilogrammètres, d'après les unités que nous avons choisies plus haut (§ III, c), il faudra exprimer E et e en volts, I en ampères et diviser le produit par le nombre $g = 9,81$.

Il résulte de cette démonstration qu'on peut, dans tous les cas, remplacer une résistance active par une résistance inerte; la valeur de cette résistance est facile à déterminer; si E est la force électromotrice positive, e la force électromotrice négative et R la résistance, on posera

$$\frac{E - e}{R} = \frac{E}{R + x},$$

d'où l'on tire

$$x = \frac{eR}{E - e};$$

en supprimant e et introduisant x, l'état du circuit ne sera pas changé.

TRANSPORT DU TRAVAIL MÉCANIQUE.

Appliquons ces considérations au cas où, sur un circuit électrique, il ne se développe que deux sortes d'énergie, l'énergie calorique et l'énergie mécanique.

Appelons E la force électromotrice du générateur; on remarquera que cette force électromotrice est constante, ainsi que toutes celles qui pourront avoir à intervenir dans un sens ou dans l'autre. Si les courants n'étaient pas constants ou au moins assimilables à des courants constants comme ceux des machines Gramme, Siemens, ou analogues, les raisonnements suivants ne pourraient être appliqués qu'à des intervalles de temps infiniment petits, et la solution du problème exigerait l'emploi du Calcul intégral.

S'il ne se produit sur le circuit que les deux énergies désignées, nous pouvons, d'après le principe de la conservation de l'énergie, écrire l'équation suivante :

$$EI = RI^2 + T,$$

dans laquelle EI représente, ainsi que nous venons de le dire, le travail total engendré, RI^2, d'après la loi de Joule, exprime la quantité de chaleur produite, et T le travail moteur que l'on veut utiliser. L'intensité I est une variable qui dépend de la valeur de T; on peut voir immédiatement que si $T = 0$, c'est-à-dire si le courant produit seulement de la chaleur, on retrouve $EI = RI^2$ ou, en simplifiant, $E = RI$, expression connue de la loi de Ohm.

L'intensité I peut être déterminée en fonction des autres quantités; il suffit de résoudre l'équation du second degré suivante qui résulte de la précédente expression :

$$RI^2 - EI + T = 0,$$

d'où

$$I = \frac{E \pm \sqrt{E^2 + 4RT}}{2R}.$$

Examinons les diverses valeurs de I pour diverses va-

leurs de T; l'expression a le double signe $\pm$; nous prendrons d'abord le signe $+$.

Si l'on fait $T = 0$, on trouvera $I_0 = \frac{2E}{2R} = \frac{E}{R}$: c'est l'intensité qui se développerait dans un circuit ordinaire, sans appareil producteur de travail mécanique, suivant la loi de Ohm; et c'est l'intensité maximum que l'on puisse obtenir dans le circuit donné.

Si nous faisons croître successivement T, la valeur de I ira en diminuant; mais on voit que T ne peut dépasser une certaine limite, la quantité sous le radical ne pouvant devenir négative. Le maximum de T sera donc obtenu pour $E^2 - 4RT = 0$, d'où l'on tire $T = \frac{E^2}{4R}$. Pour cette valeur maximum, la valeur de I sera $I = \frac{E}{2R} = \frac{I_0}{2}$. L'intensité qui correspondait au travail nul est donc réduite à moitié, quand ce travail devient maximum.

Entre ces deux valeurs, l'intensité I peut être considérée comme l'intensité maximum I_0, diminuée d'une certaine quantité; on écrirait alors

$$I = I_0 - i.$$

I_0 est, nous le savons, égal à $\frac{E}{R}$; nous pouvons présenter la quantité variable i, sous la forme $\frac{x}{R}$; on aura alors

$$I = \frac{E}{R} - \frac{x}{R} = \frac{E - x}{R}.$$

On voit que la quantité x se présente comme une diminution de la force électromotrice de la pile, et se comporte comme une force électromotrice négative. En acceptant cette interprétation et la désignant par e, comme nous avons coutume de le faire, on trouve

$$I = \frac{E - e}{R},$$

formule à laquelle nous avons déjà été amenés, en étudiant le transport de l'énergie chimique et celui de l'énergie calorique.

La valeur de e est d'ailleurs facile à trouver; on posera

$$\frac{E - e}{R} = \frac{E \pm \sqrt{E^2 - 4RT}}{2R},$$

d'où l'on tirera

$$e = \frac{E \pm \sqrt{E^2 - 4RT}}{2}.$$

Cette valeur se discuterait comme celle de I, et conduirait aux mêmes résultats.

On voit que les principes déjà connus nous amènent par eux-mêmes, et sans étude expérimentale, à conclure que la présence d'un moteur électrique, dans un circuit, équivaut à la présence d'une force électromotrice négative.

L'expérience avait, depuis longtemps, conduit à reconnaître ce fait.

Nous aurions pu partir de ce point connu, et admettre, comme acquise, la présence d'une électromotrice négative, produite par les machines employées comme moteurs; il nous a paru plus utile de faire voir que ce fait n'est point particulier aux organes employés, qu'il est lié à la nature même des choses, que le transport de l'énergie mécanique n'est qu'un cas particulier du transport de l'énergie en général, et obéit aux mêmes lois.

Reprenons la formule générale : $EI = RI^2 + T$; on en tire $T = EI - RI^2$. EI étant, comme on sait, le travail total engendré, le rapport $\frac{T}{EI}$ sera le rendement économique K.

La formule nous donne donc

$$K = \frac{T}{EI} = \frac{EI - RI^2}{EI} = 1 - \frac{RI}{E},$$

ce qu'on peut écrire

$$K = 1 - \frac{1}{\left(\frac{E}{R}\right)};$$

or, $\frac{E}{R}$ n'est autre que I_0 ; donc $K = 1 - \frac{I}{I_0}$.

D'autre part, nous savons que $I = \frac{E - e}{R}$; nous avons donc aussi

$$K = 1 - \frac{\frac{E - e}{R}}{\frac{E}{R}} = \frac{e}{E}.$$

Nous sommes donc ramenés pour le rendement économique, comme tout à l'heure pour l'intensité, à la formule trouvée dans les cas de transport déjà étudiés, et nous reconnaissons que, quelle que soit la nature de l'énergie transportée, le rendement économique a pour expression $\frac{e}{E}$, rapport de la force électromotrice négative e développée dans l'accomplissement du travail utile, à la force électromotrice E nécessaire pour produire le travail total dépensé.

Nous pouvons, dès à présent, calculer non seulement le rendement économique, c'est-à-dire le rapport des travaux produits, mais encore leur valeur absolue.

On a, en effet,

$$\text{Travail total } T = EI = \frac{E(E - e)}{R}.$$

$$\text{Travail moteur } T_m = KEI = eI = \frac{e(E - e)}{R}.$$

$$\text{Quantité de chaleur sensible, trav. calor. } C = RI^2 = \frac{(E - e)^2}{R}.$$

N'oublions pas de rappeler que ces divers travaux sont

ceux qui se développent dans l'unité de temps et que leur expression doit être divisée par le nombre $g = 9,81$ pour qu'ils soient évalués en kilogrammètres.

Ces diverses valeurs peuvent d'ailleurs être exprimées en fonction du rendement économique $K = \frac{e}{E}$; on trouve alors

$$T = (1 - K)\frac{E^2}{R}$$

$$T_m = K(1 - K)\frac{E^2}{R}$$

$$C = (1 - K)^2\frac{E^2}{R}.$$

Si l'on veut que le rendement K reste constant, et qu'en même temps le travail récupéré, ainsi que le travail dépensé, restent constants, quelle que soit la résistance R et, par suite, la distance sur laquelle s'opère le transport, il suffira que la quantité $\frac{E^2}{R}$ reste constante, c'est-à-dire que E varie comme la racine carrée de R; il est à peine nécessaire de faire remarquer que, $\frac{e}{E} = K$ étant constant, e devra varier de la même façon, ce qui nous ramène à la règle déjà reconnue pour le transport des énergies chimique et calorique.

Quelques personnes ne peuvent s'empêcher, au premier abord, de considérer comme singulier le fait du rendement indépendant de la distance; il leur semble que la production de chaleur sur le trajet doit augmenter avec la distance et, par conséquent, former une cause de perte croissante avec elle. Cette illusion tient à ce que l'on considère la perte par mètre comme constante, ne s'apercevant pas qu'elle dépend de l'intensité du courant, qui est elle-même fonction de la distance. Les formules précédentes font voir clairement comment les choses se passent et montrent

que, les travaux restant constants, la perte totale en chaleur reste également constante, la perte par unité de longueur diminuant avec l'intensité.

CONCLUSION.

Il n'est donc pas nécessaire d'aller plus loin et d'attendre l'étude d'organes spéciaux, pour connaître les lois du transport de l'énergie mécanique; elles se démontrent *a priori* et se formulent ainsi :

1° *Le travail mécanique positif représentant le travail total dépensé est exprimé par* EI; *pour une intensité donnée, il est donc proportionnel à* E.

2° *Le travail mécanique négatif est exprimé par* eI; *pour une intensité donnée, il est donc proportionnel à e.*

3° *Le rendement économique est représenté par le rapport de la force électromotrice négative à la force électromotrice positive.*

4° *Le travail mécanique utile et le rendement économique restent constants, quelle que soit la distance du transport, pourvu que les forces électromotrices positive et négative varient proportionnellement à la racine carrée de la résistance du circuit.*

Comme on le voit, ces lois sont les mêmes pour le transport de l'énergie, quelle que soit sa forme.

Pour ne négliger aucun point, il sera utile de remarquer que, dans la discussion des valeurs de I, tirées de la formule $I = \frac{E \pm \sqrt{E^2 - 4RT}}{2R}$, nous n'avons considéré que les valeurs affectées du signe $+$; bien que ce mode d'examen, comme il est aisé de le voir, n'altère en rien la généralité des conclusions, il est intéressant d'étudier les valeurs fournies par le signe —.

Si nous faisons $T = 0$, on trouve alors $I = 0$. Si l'on examine la valeur de e, on trouve $e = E$. C'est un cas

que nous avons déjà rencontré dans l'étude de l'énergie chimique; le rendement est égal à l'unité; les deux forces électromotrices positive et négative sont égales; comme elles sont contraires, elles s'annulent, et il ne se produit plus rien dans le circuit, ni travail ni courant électrique.

Si l'on fait croître T jusqu'à la valeur $\frac{E^2}{4R}$ qui, comme nous le savons, donne le maximum, on trouve une série de valeurs de I, croissantes jusqu'à $I = \frac{E}{2R} = \frac{I_0}{2}$.

Nous voyons donc que, pour chaque valeur de T, il y a deux valeurs : l'une fournie par le signe +, l'autre par le signe —; c'est-à-dire qu'un travail utile donné peut toujours être obtenu avec deux intensités différentes, correspondant à des forces électromotrices différentes.

MACHINES MAGNÉTO ET DYNAMO-ÉLECTRIQUES.

Il est nécessaire de préciser d'abord le sens de quelques mots dont nous aurons à nous servir.

Il est inutile de rappeler ce que c'est qu'un aimant et quelles sont les actions qu'il exerce : ces faits et les termes principaux qui s'y rapportent sont connus de tous.

On nomme *champ magnétique* tout espace soumis à une action magnétique, c'est-à-dire tel que le pôle d'un aimant qui se trouverait dans cet espace y subirait une action magnétique, quelle qu'en soit d'ailleurs l'origine.

L'intensité d'un champ magnétique, en un point, pourrait être mesurée par l'énergie avec laquelle serait déviée une petite aiguille aimantée à saturation et placée en ce point.

La direction prise par cette aiguille indiquerait la direction de la résultante des actions magnétiques en ce point; l'ensemble de ces directions constitue les lignes de force.

INDUCTION MAGNÉTO-ÉLECTRIQUE. — LOIS QUI LA RÉGISSENT.

Si dans un champ magnétique tel que celui qui vient d'être défini, on met en mouvement un fil conducteur, il sera parcouru par un courant électrique pendant tout le temps du mouvement. Le sens du courant est déterminé par la nature du champ magnétique et le sens du mouvement du fil.

1° La force électromotrice en chaque élément du mouvement est proportionnelle à la longueur de cet élément.

2° Elle est proportionnelle à la vitesse du mouvement comptée perpendiculairement aux lignes de force du champ magnétique.

3° Enfin, elle est proportionnelle à l'intensité du champ.

Réciproquement :

4° Si dans un fil placé dans un champ magnétique on lance un courant, il prendra un mouvement de sens contraire à celui qu'il faudrait lui donner pour obtenir le même courant par l'action du champ.

C'est là le phénomène de l'induction, et telles en sont en quelques mots les lois principales.

Les machines génératrices d'électricité utilisent ce phénomène; elles sont essentiellement des appareils propres à faire passer rapidement et d'une façon aussi continue que possible un conducteur ou une série de conducteurs dans un ou plusieurs champs magnétiques, et à recueillir les courants ainsi engendrés.

Les champs magnétiques dont ces machines font usage peuvent être dus soit à un aimant permanent : la machine ainsi faite est dite magnéto-électrique; soit à un électro-aimant : la machine est alors dynamo-électrique. Dans ce dernier cas, le courant qui produit l'aimantation de

l'électro-aimant peut être pris à une source extérieure; la machine fonctionne alors comme une machine magnéto-électrique, ou bien, et c'est le cas le plus fréquent, elle peut être engendrée par le courant même produit par la machine; l'intensité du champ magnétique dépend alors de l'action de la machine elle-même.

Nous raisonnerons toujours comme si nous faisions usage d'une machine des systèmes Gramme ou Siemens; ces appareils, ainsi que cela a été déjà dit, fournissent des courants d'une régularité assez grande pour qu'on puisse les considérer comme constants, ce qui est nécessaire pour en simplifier l'étude.

Elles comprennent un système, soit d'aimants, soit d'électro-aimants produisant un champ magnétique, système qu'on appelle souvent l'*inducteur;* dans ce champ inducteur tourne une pièce mobile en forme d'anneau ou de bobine qui porte le conducteur où se développera le courant, et qu'on nomme aussi l'induit; celui-ci ne forme qu'un seul conducteur, replié sur lui-même de façon que ses diverses parties passent successivement et d'une façon continue dans le champ magnétique.

Sans qu'il soit besoin d'une description précise, qui serait nécessairement compliquée, nous pouvons énoncer les lois qui règlent la production du courant et celle de la force mécanique par l'emploi de ces machines.

LOIS DE L'ACTION DES MACHINES GÉNÉRATRICES.

Si l'on emploie les machines comme générateurs, elles sont soumises aux lois suivantes.

I. La force électromotrice d'une machine donnée est proportionnelle à l'intensité de son champ magnétique.

II. Elle est aussi proportionnelle à la vitesse linéaire avec laquelle les fils traversent ce champ, et par suite à la vitesse angulaire de l'anneau tournant et à leur distance du centre.

III. Elle est également proportionnelle à la longueur développée des fils qui constituent les spires de l'anneau.

Ces lois ne sont autres que les lois générales de l'induction.

Il faut remarquer que ces lois ne dépendent pas de l'état électrique préalable de l'induit; il pourrait, avant la mise en marche de la machine, être parcouru par un courant, sans que rien fût changé dans les effets de celle-ci; la force électromotrice qu'elle engendrera viendra se superposer à celle qui produisait le premier courant; elles s'ajouteront si elles sont de même sens, se retrancheront si elles sont de sens contraire. C'est ainsi qu'on peut équilibrer une pile avec une machine magnéto-électrique.

Si l'on emploie les machines comme moteurs, on envoie dans leur anneau un courant extérieur qui, provoquant des actions inductives sur le champ magnétique, met l'anneau en mouvement conformément à la quatrième loi de l'induction énoncée ci-dessus : celui-ci développe alors une action mécanique par la somme des actions élémentaires exercées sur chacune de ses parties, et cette action, comme dans tous les corps qui ne peuvent que prendre un mouvement de rotation, se mesure par un couple, système de deux forces égales parallèles et de sens contraire.

Une quatrième loi se manifeste alors :

IV. L'action mécanique, la grandeur du couple (produit de l'effort tangentiel par sa distance au centre) pour une machine donnée est proportionnelle au champ magnétique et à l'intensité du courant; elle est indépendante de la vitesse imprimée à l'anneau.

Une expérience fondamentale démontre cette loi.

Supposons qu'on fasse usage d'une machine à aimant permanent. Nous plaçons successivement dans le circuit des éléments jusqu'au nombre n_0; à ce moment la machine se met en mouvement, mais très lentement, pour ainsi dire sans vitesse; on peut considérer ce point comme le point

précis où la résistance du frein est équilibrée; nous introduisons un élément de plus; la vitesse s'accroît, le courant restant constant; mesurons la vitesse ainsi atteinte, désignons-la par v; au lieu de 1 élément, mettons alors en circuit 1, 2, 3, 4, ..., n éléments ajoutés aux n_0 premiers, nous verrons la vitesse devenir $2v$, $3v$, $4v$, ..., nv, et varier ainsi proportionnellement à l'accroissement du nombre des éléments. D'après la première loi énoncée au sujet des machines, celle qui est en expérience ne peut se mettre ainsi en mouvement sans engendrer une force électromotrice inverse de celle de la pile. Cette force électromotrice sera proportionnelle à la vitesse de rotation, puisque le champ magnétique produit par des aimants permanents est constant; or nous voyons, d'une part, que les vitesses successives $2v$, $3v$, ..., nv sont proportionnelles à n, tandis que de l'autre côté les éléments de pile ajoutés depuis le démarrage sont au nombre de 1, 2, 3, ..., n. Il est aisé de comprendre alors ce qui se passe; à mesure que nous ajoutons une nouvelle force électromotrice dans la pile, le courant augmente momentanément : la vitesse de la machine s'accroît alors proportionnellement, puisqu'il n'y a plus équilibre entre l'effort moteur et l'effort résistant, et cet accroissement continue jusqu'à ce qu'elle ait créé une force contre-électromotrice compensant la première et maintenant le courant constant; l'effort mécanique et le travail par tour restent donc les mêmes, mais, le nombre de tours par unité de temps augmentant, le travail absolu augmente.

Si l'on prenait une machine dynamo-électrique, les choses se passeraient un peu autrement, mais le résultat serait le même. Si l'on suppose en effet que, le régime étant établi, le courant moteur augmente, la force contre-électromotrice de la machine travaillante augmente pour deux raisons : l'une est que sa vitesse s'accélère, l'autre que son champ magnétique tend à s'accroître; cette force

contre-électromotrice augmentera ainsi, comme dans le cas précédent, jusqu'à ce qu'elle ait annulé l'effet produit par l'augmentation de la première; mais alors, le courant étant réduit à l'intensité de régime, le champ magnétique de la machine réceptrice est revenu à sa première valeur : l'augmentation de sa force électromotrice négative ne peut donc être due qu'à l'augmentation de sa vitesse qui aura dû varier, comme dans le cas précédent, proportionnellement à l'augmentation de la force électromotrice positive.

Le point très important à signaler dans ces faits d'expérience, c'est que à une certaine intensité de courant correspond toujours, dans une machine employée comme moteur, un effort mécanique déterminé et un seul. Ce résultat pouvait être prévu. Supposons en effet que l'on empêche une machine de Gramme de tourner et qu'on y lance un courant d'intensité I; pour cette intensité, elle exerce un effort bien déterminé T sur l'obstacle qui l'arrête. Si l'on suppose maintenant qu'on la fasse travailler en lui demandant le même effort, elle ne pourra le faire que si elle reçoit cette même intensité; en effet, supposons qu'elle en reçoive une plus grande, elle développera un effort plus grand que T; il y aura donc un travail moteur supérieur au travail résistant, et la machine ira en s'accélérant indéfiniment; en se comportant ainsi, elle développera une force contre-électromotrice indéfiniment croissante, et cet état de choses ne pourra cesser que lorsque cette force contre-électromotrice aura détruit l'excès d'intensité et ramené le courant à sa première valeur I, ce qu'il fallait démontrer.

On peut tirer de ces remarques des conclusions intéressantes : supposons que nous reprenions les choses au moment où la pile renferme n_0 éléments; à ce moment l'intensité est I, et il se dépense dans la pile une quantité Z de zinc par élément, soit pour l'ensemble n_0Z, d'après la

loi de Faraday. Ajoutons n éléments, la vitesse de la machine réceptrice, qui était nulle, deviendra $n\nu$, ν étant la vitesse qu'elle prend lorsqu'on ajoute un élément de pile aux n_0 déjà en circuit. Soit T le travail constant de la machine fait par tour; à ce point nouveau, l'intensité étant toujours la même, la pile génératrice dissout toujours une quantité Z de zinc par élément (loi de Faraday); elle en consomme donc $(n_0 + n)Z$, ce qui nous donne la mesure du travail total qu'elle engendre, d'après le principe de la conservation de l'énergie; ce travail est donc proportionnel à $n_0 + n$, nombre des éléments, c'est-à-dire à la force électromotrice positive E; d'autre part, la machine motrice fait $n\nu$ tours; le travail constant par tour étant T, elle produit $n\nu T$; le travail utile est donc proportionnel à nV, c'est-à-dire à la force contre-électromotrice e de cette machine qui est proportionnelle à la vitesse, le champ magnétique n'ayant pas varié. Enfin le rapport de ces deux travaux, le rendement économique, sera proportionnel à $\frac{e}{E}$. Nous revenons ainsi, par une autre voie, aux lois déjà plusieurs fois énoncées qui régissent le transport de l'énergie sous ces diverses formes.

Réalisons maintenant l'expérience en constituant un transport réel de force mécanique, c'est-à-dire en mettant sur un circuit deux machines, l'une fonctionnant comme générateur, la seconde comme récepteur. Pour simplifier, nous supposerons que ces deux machines sont identiques. La première est reliée à un générateur de force quelconque qui la mettra en mouvement, la seconde est en relation avec une machine-outil, ou avec un frein qui lui impose un effort mécanique déterminé et un travail constant par tour. La première machine commence son mouvement, s'accélère peu à peu, en produisant une force électromotrice et une intensité graduellement croissantes, jusqu'au moment où la deuxième machine, recevant une

intensité suffisante, se met en mouvement à son tour et commence à produire du travail. A partir de cet instant l'intensité est constante, comme cela a été démontré dans le paragraphe précédent, et si l'on continue à faire croître la vitesse de la première machine, celle de la seconde la suivra et croîtra en même temps. Les deux machines étant identiques et traversées par le même courant, qui est d'ailleurs constant, les efforts mécaniques qu'elles exercent et le travail par tour sont égaux, en vertu du principe précédent : les vitesses seules sont différentes. Le travail engendré par la première machine est mesuré par le produit de sa vitesse et du travail par tour; le travail produit par la seconde est également le produit de sa vitesse et de ce même travail; le rendement économique est donc mesuré par le rapport de ces vitesses.

Mais, quelles que soient ces vitesses, le courant est constant; la résistance étant invariable, la différence des forces électromotrices qui l'engendrent doit être également invariable; or, le champ magnétique étant le même dans les deux machines, les forces électromotrices respectives sont mesurées par les vitesses de rotation : la différence de ces vitesses sera donc constante. On voit que le rendement est mesuré par le rapport de deux vitesses dont la différence est constante; il y aura donc intérêt à prendre les vitesses aussi grandes que possible, afin d'améliorer ce rendement.

On peut donc se représenter le transport de la force mécanique par l'électricité comme une véritable transmission par le moyen d'un organe matériel, tel qu'une courroie reliant les deux machines supposées munies de poulies égales; *l'effort mécanique est effectivement et intégralement transmis, comme s'il y avait une liaison réelle entre les deux appareils;* seulement la courroie ainsi supposée glisse et permet à une différence de vitesse de se manifester entre le générateur et le récepteur; la vitesse de ce glisse-

ment est constante, et la différence de vitesse entre les deux appareils garde sa valeur tout le temps du travail; elle dépend de la charge de la seconde machine.

APPLICATION NUMÉRIQUE.

Les lois du transport de la force mécanique que nous avons trouvées *a priori*, et par la seule considération des propriétés générales de l'énergie, sont ainsi complètement étudiées et éclairées par l'expérience. Il reste un point à traiter : c'est de montrer comment elles peuvent passer immédiatement dans la pratiqne, avec quelle simplicité elles s'appliquent aux appareils actuellement en usage et quels résultats on peut en tirer ([1]).

Cette application aura le double avantage de donner un exemple et de montrer numériquement la réalité des lois énoncées. On ne saurait trop insister sur ce point, cette question étant une de celles où les doutes ont subsisté le plus longtemps, principalement sur le principe du rendement indépendant de la distance; à une époque encore très peu éloignée, lorsque je présentai à l'Académie l'énoncé de ce fait, dans une Note insérée aux *Comptes rendus*, il fut accueilli avec une très grande défiance, même parmi les électriciens.

Dans les récits des expériences les plus connues, faites sur ce sujet (Sermaize, Noisiel), on avait toujours donné à entendre que la distance était un élément très nuisible, et que plus elle était considérable, plus les conducteurs devaient être gros. Des savants étrangers, amplifiant encore cette influence néfaste, allèrent jusqu'à écrire que, pour transmettre au loin le travail des chutes du Niagara, il

---

([1]) Les calculs qui suivent ont été effectués vers le mois d'avril 1880; ils ont été publiés dans les nos 38 et 42 de la *Lumière électrique*, année 1880; j'ai cru devoir les reproduire dans ce travail d'ensemble, dont ils forment une partie nécessaire.

faudrait une quantité de cuivre dépassant tout ce que recèlent les gisements du lac Supérieur. J'avais donc, on en conviendra, quelque mérite à affirmer une vérité aussi méconnue.

Mais, depuis peu de temps, cette vérité s'est fait jour et, par une réaction assez commune dans l'histoire des sciences, on n'a pas craint, dans les conférences, dans des articles de journaux scientifiques, d'affirmer, sur l'autorité de savants anglais et américains, que, pour répandre dans le monde entier le travail des chutes sus-nommées, il suffirait d'un petit câble de $\frac{1}{2}$ pouce anglais (environ $0^m,013$) de diamètre. Quand on réfléchit que la quantité de travail dont il s'agit représente *au moins deux millions de chevaux-vapeur*, et probablement beaucoup plus, il faut reconnaître que les savants en question n'ont pas une idée bien nette de ce que représente ce chiffre, ou qu'ils ont commis des erreurs de calcul que l'absurdité du résultat aurait dû leur faire apercevoir.

On trouve en effet que, même en supposant nulle la résistance intérieure des machines génératrices et réceptrices, ce qui est absolument inadmissible, et en admettant que l'on se contente de transmettre le travail à 75^{km} de distance (nous sommes loin du monde entier), il faudrait, pour avoir un rendement de 50 pour 100, que la machine génératrice développât une force électromotrice de 173000 volts [1]. Si au contraire on tient compte de la résistance intérieure des machines, en la supposant proportionnellement aussi petite que dans celles con-

---

[1] Ce résultat s'obtient aisément, au moyen de la formule

$$T = \frac{E(E-e)}{gR};$$

le rendement $K = \frac{e}{E}$ étant donné, on en tire immédiatement

$$E = \sqrt{\frac{gRT}{i-K}}.$$

struites récemment pour la galvanoplastie par la maison Siemens et qui est de $\frac{7}{10000}$ d'ohm pour une force électromotrice de 3 volts, et si, en outre, on néglige la résistance du conducteur, on trouve que la force électromotrice devrait être de 1 million 500000 volts, nombre effrayant et dont les phénomènes de la foudre peuvent seuls donner une idée ([1]).

Il est théoriquement certain qu'un fil d'un diamètre aussi petit qu'on voudra peut transmettre une quantité d'énergie illimitée, à la condition que la tension électrique soit d'autant plus élevée qu'il a une section plus faible; mais il y a à cette tension une limite, imposée par les difficultés d'isolement, et les auteurs du projet de transport de l'énergie de la chute du Niagara par un conducteur de $0^{m},013$ de diamètre paraissent considérer ces difficultés comme résolues. Mais alors, pourquoi avoir fixé ce chiffre de $0^{m},013$ et ne pas avoir pris le fil télégraphique ordinaire de $0^{m},004$? Il n'en aurait coûté que d'élever un peu plus la tension de la source, et, quand on compte par millions de volts, on a tort d'hésiter pour si peu.

Si j'insiste sur ces nombres invraisemblables, c'est pour montrer qu'ils ne sont pas le résultat de calculs sérieux, mais qu'ils avaient simplement pour but de frapper l'opinion et d'amener une réaction contre cette idée que de très gros conducteurs étaient nécessaires. Mais l'exagération même de cette réaction tend à faire croire que les inventeurs du câble de $0^{m},013$ avaient, à cet égard, un sentiment plutôt qu'une opinion motivée.

([1]) La force électromotrice d'une machine de Holtz serait, d'après M. Rossetti, égale environ à 55000 volts, c'est-à-dire 27 fois moindre que le nombre de volts que je viens d'indiquer; ces machines donnent cependant des étincelles de $0^{m},20$ de longueur! S'il y avait proportionnalité entre les longueurs d'étincelle et les différences de potentiel, une machine dont la force électromotrice serait égale à 1500000 volts donnerait des étincelles de près de 6 mètres.

Je me propose, au contraire, de donner sur ce sujet des nombres précis, et je vais, ce qui n'a pas encore été fait à ma connaissance, résoudre le problème suivant :

Étant donnée une machine dynamo-électrique existante et soumise à des expériences dynamométriques, dans le but de déterminer le travail qu'elle absorbe lorsqu'on l'emploie pour l'éclairage, trouver les résultats qu'on peut en attendre lorsqu'on l'applique à transmettre du travail à travers un conducteur de résistance connue.

Pour montrer combien ce sujet est facile à traiter sans avoir recours à des multitudes de formules et de lettres, je vais à dessein éviter le plus possible les notations algébriques et n'employer que des raisonnements d'ordre arithmétique. Cette méthode terre-à-terre possède au moins l'avantage de jeter une grande clarté sur la filiation des raisonnements et d'inspirer, par suite, une grande confiance dans les résultats obtenus.

Je vais prendre comme exemple la machine Gramme, type C, en me servant des résultats obtenus dans les expériences faites à Chatham.

Je supposerai dans tout ce qui va suivre que les deux machines génératrice et réceptrice sont identiques ; cette hypothèse m'est imposée, parce que, si je supposais les machines dissemblables, la solution du problème exigerait que je connusse ce que j'ai appelé leur *caractéristique,* courbe spéciale dont la nature sera définie plus loin, et dont l'étude sera faite à propos de la distribution de l'énergie.

Je m'appuierai sur les lois que nous avons énoncées plus haut, et spécialement sur les considérations qui viennent d'être développées concernant la transmission à distance d'un effort mécanique constant.

Une autre considération est nécessaire. Nous avons, en effet, à modifier la disposition des machines actuelles pour les approprier à cette application spéciale; parmi les élé-

ments de ces machines, il en est un dont la loi de variation est mal connue : on sait imparfaitement comment le champ magnétique se modifie lorsque l'intensité du courant et l'enroulement des fils changent; afin d'éviter cette difficulté, nous ne ferons pas varier le champ magnétique dans la machine, pour cela, nous remarquerons que :

L'intensité du champ magnétique ne change pas quand le produit du nombre de tours du fil des bobines des électro-excitateurs par l'intensité du courant est constant, à la condition que le volume total du fil des bobines reste inaltéré. Si, par exemple, le fil des électros fait 1000 tours et si l'intensité du courant est de 10 ampères, le champ magnétique produit pourra être obtenu aussi avec une autre fil de section moindre, faisant 10 000 tours parcourus par un courant de 1 ampère, à la condition que le volume et la forme des bobines n'aient pas été changés. La section du fil devrait être dans ce cas $\frac{1}{10}$ de celle du fil primitif, en supposant que l'épaisseur de la couche isolante soit proportionnelle au diamètre du fil nu. Cette loi s'applique également au champ magnétique propre à l'anneau, ainsi que cela sera démontré dans la seconde partie de ce travail.

Ces lois fort simples rappelées, je passe immédiatement à l'application numérique et je prends comme exemple la machine Gramme, type C, expérimentée à Chatham, et qui a donné les résultats suivants :

Nombres de tours par minute..............	1200
Intensité du courant, en ampères.............	81,22
Force électromotrice, en volts................	69,9
Travail absorbé, en kilogrammètres par seconde.	579,0
Travail par tour, en kilogrammètres..........	29,0
Résistance des inducteurs, en ohms...........	0,15
Résistance de l'anneau......................	0,00

Supposons maintenant que nous donnions au fil des inducteurs et de l'anneau une section égale à la cinquantième partie de la section primitive : je dis que leur résistance deviendra 2500 fois aussi considérable. En effet, le volume total du fil ne changeant pas, sa longueur deviendra 50 fois aussi considérable; mais, comme sa section est, d'autre part, 50 fois moindre, sa résistance deviendra $50 \times 50 = 2500$ fois aussi grande. Nous aurons donc :

	Ohms.
Résistance des inducteurs..................	375
Résistance de l'anneau.....................	150
	525

Si nous avons deux machines semblables, l'une génératrice, l'autre réceptrice, placées aux extrémités d'un fil télégraphique ordinaire en fer galvanisé de 4^{mm} de diamètre et de 50^{km} de longueur, la résistance totale se décomposera ainsi qu'il suit :

	Ohms.
Machine génératrice........................	525
Ligne (50×9)........................	450
Machine réceptrice.........................	525
	1500

Pour que le champ magnétique ait la même valeur que dans les expériences de Chatham, il faut que le produit du nombre de tours du fil inducteur par l'intensité du courant reste le même (troisième loi). Or le fil inducteur, ayant une section 50 fois moindre et occupant le même volume, a une longueur et par suite un nombre de tours 50 fois aussi considérable; par conséquent, l'intensité du courant nécessaire à la production du champ magnétique doit être réduite à $\frac{1}{50}$ de sa valeur primitive $(81^{amp},22)$, soit à $1^{amp},624$. La force électromotrice nécessaire pour

produire cette intensité dans le circuit total est égale à $1,624 \times 1,500 = 2437$ volts. Or, le fil de l'anneau faisant autour de ce dernier 50 fois autant de tours que dans la machine de Chatham, la force électromotrice dont il est le siège devient 50 fois aussi grande à vitesse égale; elle serait donc, à la vitesse de 1200 tours par minute, égale à $69,9 \times 500 = 3495$ volts.

Mais, comme nous n'avons besoin que d'une force électromotrice de 2437 volts (la machine réceptrice étant immobile), la vitesse devra être réduite dans le rapport de 2437 à 3495; elle sera donc égale à $1200 \times \frac{2437}{3495}$ tours par minute $= 835,5$.

Quant à la dépense d'énergie nécessaire pour entretenir ce courant, elle aura pour expression $\frac{EI}{g}$, soit $\frac{2437 \times 1624}{9,81} = 403^{kgm}$ par seconde.

Le nombre de tours du fil des inducteurs et du fil des induits étant 50 fois aussi grand que dans la machine de Chatham, et le courant étant 50 fois moindre, il est évident, d'après la troisième loi, que les efforts mécaniques développés entre les inducteurs et les induits sont restés les mêmes, c'est-à-dire que, si on laissait tourner la seconde machine en maintenant constante l'intensité du courant ($1^{amp},624$), elle développerait 29^{kgm} par tour.

Par conséquent, si nous voulons qu'elle développe un travail de 10 chevaux vapeur, ou 750^{kgm} par seconde, elle devrait faire $\frac{750}{29}$ tours par seconde soit $\frac{750 \times 60}{29} = 1552$ tours par minute. Mais, en vertu de la cinquième loi, il faut, pour que l'intensité du courant reste constante, que la différence des vitesses des deux machines soit aussi constante. La vitesse de la machine devra donc être égale à $1552 + 835 = 2387$ tours par minute.

Je rappelle d'ailleurs que, en raison de la première et de

la quatrième loi, les efforts mécaniques des deux machines sont égaux et indépendants de leur vitesse, le courant restant constant. La machine génératrice absorbera donc aussi 29^{kgm} par tour, ou par seconde $\frac{29 \times 2387}{60} = 1154^{kgm}$ par seconde, ou 15,4 chevaux.

Le rendement économique, c'est-à-dire le rapport du travail restitué par la seconde machine au travail absorbé par la première, aura pour expression

$$\frac{29 \times 1552}{29 \times 2307} = \frac{1552}{2378} = 65 \text{ pour } 100.$$

Le travail total de 1154^{kgm} par seconde, absorbé par la génératrice, se décompose donc ainsi qu'il suit :

	Par seconde.
Travail développé par la machine réceptrice..	750^{kgm}
Énergie calorifique développée dans la totalité du circuit	403
Total............	1153

Si nous voulions savoir comment est réparti le travail absorbé par l'échauffement du circuit, nous pourrions le calculer directement par la formule $\frac{RI^2}{g}$, qui nous donnerait pour la machine génératrice :

	Par seconde.
$\frac{525 \times \overline{1,624}^2}{9,81}$	141^{kgm}

pour la machine réceptrice,

$\frac{525 \times \overline{1,642}^2}{9,81}$	141

pour le fil extérieur,

$$\frac{450 \times \overline{1,623}^2}{9,81} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{121}{403}$$

On voit donc qu'il est possible, avec deux machines identiques du type C, *de transmettre un travail utile de* 10 *chevaux à* 50km *de distance, au moyen d'un fil télégraphique ordinaire, la force motrice initiale étant d'environ* 16 *chevaux.*

Le rendement serait, en réalité, un peu moindre, par suite des pertes de travail dues aux courants d'induction parasites, développés dans les masses métalliques en mouvement des deux machines, et des frottements, vibrations, etc..., résultant d'un mouvement de rotation très rapide.

Il convient de rechercher la valeur de la force électromotrice de la première machine pour se faire une idée de la perfection que l'on devrait apporter à l'isolement des fils.

Or, sa vitesse étant de 2387 tours, la force électromotrice qui en résulte serait sensiblement le double de celle qui correspond à la vitesse de 1200 tours et que nous avons trouvée être de 3495 volts, soit exactement 6952 volts. C'est une force électromotrice égale à celle de 6440 éléments Daniell.

Il est certain que cette tension exigerait un isolement très soigné, mais qui ne présente, selon moi, aucune difficulté insurmontable, puisque, dans le but de faire sauter les mines, on est parvenu, depuis longtemps déjà, à transmettre, à plusieurs kilomètres, l'étincelle d'une bobine d'induction, dont la tension est bien supérieure à 7000 volts. Je pense avoir exposé, avec suffisamment de détails, la marche à suivre dans des problèmes de ce genre, pour montrer qu'ils ne présentent aucune difficulté et pour mettre le lecteur à même d'apprécier la rigueur et l'extrême simplicité de la méthode que j'ai suivie.

Je ne puis m'empêcher de faire remarquer, en terminant, que la théorie des moteurs électriques est beaucoup plus simple que celle des moteurs thermiques. Les problèmes relatifs à ces derniers conduisent, en effet, à des équations presque toujours inextricables, et qu'on ne peut simplifier qu'en admettant des hypothèses incompatibles avec la réalité. Ainsi on ne peut même pas, dans l'état actuel de la science, exprimer par une équation rigoureuse la loi de détente adiabatique de la vapeur d'eau.

DISTRIBUTION DE L'ÉNERGIE.

THÉORIE GRAPHIQUE DES MACHINES DYNAMO-ÉLECTRIQUES.

La distribution de l'énergie suppose que, un certain nombre d'appareils propres à utiliser l'électricité, qui peuvent être d'ailleurs de nature diverse et de différente puissance, étant mis en relation avec un même générateur, celui-ci est disposé de façon à produire l'énergie nécessaire pour leur marche et à l'envoyer constamment à chacun d'eux; chacun des appareils peut d'ailleurs être arrêté ou mis en action à un instant quelconque, la production électrique devant se conformer constamment à ces divers états.

On voit que dans ces conditions nouvelles la quantité totale d'énergie à produire est constamment variable. Nous savons que cette quantité est représentée par l'expression EI, E étant la force électromotrice du générateur, I l'intensité du courant. C'est donc ce produit qu'il faudra faire varier suivant la demande des appareils récepteurs. On pourrait agir sur les deux facteurs à la fois, mais il est clair que les procédés simples consisteront à agir séparément sur chacun d'eux.

On pourra donc :

1° Laisser I constant en faisant varier E;

2° Laisser E constant en faisant varier I.

Le premier procédé conduira à placer tous les récepteurs sur un même circuit parcouru par un courant dont l'intensité sera I; les appareils seront alors en tension ou autrement dit en série.

Le second conduira à placer les appareils sur des circuits distincts, aboutissant aux deux pôles du générateur dont la différence de potentiel *e* sera constante; les appareils seront alors en dérivation.

Une comparaison fera comprendre d'une façon sensible ces deux modes de distribution.

Supposons qu'il s'agisse d'utiliser une chute d'eau en la divisant en plusieurs roues hydrauliques, ou mieux des appareils à piston, on pourra, si la hauteur est suffisante, les placer l'un au-dessus de l'autre, chacun d'eux recevant la totalité de l'eau, mais n'utilisant qu'une partie de sa hauteur; dans ce cas, si l'on voulait introduire un appareil de plus, on ne devrait pas changer le débit du cours d'eau, mais il serait nécessaire d'accroître la hauteur de chute : les appareils seraient alors en série ou en tension. On pourrait, au contraire, placer les appareils récepteurs l'un à côté de l'autre, chacun d'eux utilisant toute la hauteur de la chute, mais ne recevant qu'une partie de l'eau; en cas d'adjonction, il faudrait alors, sans changer la hauteur de chute, augmenter le débit de la rivière pour faire le service du nouvel appareil; ils sont alors en dérivation.

Revenons à la distribution d'électricité.

Dans le premier système, si le nombre des appareils récepteurs en service vient à varier, l'intensité devant rester constante, malgré des résistances électromotrices introduites dans le circuit, l'intervention d'un régulateur faisant varier le potentiel apparaît d'elle-même comme nécessaire.

Dans le second système, sa nécessité est un peu moins immédiatement visible. Il pourrait sembler en effet qu'en prenant un appareil générateur à force électromotrice

constante E, en vertu de la loi de Ohm, un circuit quelconque de résistance R recevra un courant d'intensité $I = \frac{E}{R}$; si l'on en ajoute un second, pareil, la résistance, composée de deux conducteurs égaux, serait alors réduite à moitié : l'intensité devenant $I' = \frac{E}{\frac{R}{2}}$ serait doublée, et le service du second circuit assuré. Ces déductions sont fausses, parce qu'il n'y est pas tenu compte d'un élément que nous n'avons pas eu jusqu'ici à signaler d'une façon spéciale et qui est la résistance intérieure du générateur. Il est nécessaire actuellement de la mettre en ligne, si on la représente par r, la résistance extérieure étant R, l'expression vraie de l'intensité sera $I = \frac{E}{r+R}$; l'adjonction d'un circuit extérieur semblable au premier donnera $I' = \frac{E}{r+\frac{R}{2}}$; on voit immédiatement que cette expression n'est pas double de la première; le service des deux appareils ne pourra donc être assuré qu'en introduisant, comme dans le premier cas, une régulation faisant varier la force électromotrice E de façon que la différence de potentiel e aux bornes du générateur soit toujours ramenée à la valeur qu'elle avait précédemment et dont la variation de la résistance extérieure tend à l'écarter.

La formule $I = \frac{E}{r+R}$ montre que, si r est très petit relativement à R, on se rapproche d'un appareil dont la résistance serait nulle : la régulation devient alors moins nécessaire; pour certains cas restreints, dans des conditions spéciales, on peut arriver pratiquement à des installations fonctionnant d'une façon suffisante : cela ne constitue pas une solution, et serait absolument inapplicable sur un circuit étendu avec des appareils très différents,

d'autant plus que dans une distribution de quelque importance, le transport à distance devient un élément dont il faut tenir compte; on est alors conduit, comme nous le savons, à employer l'électricité à des tensions assez élevées et, par suite, à grossir la résistance des appareils générateurs, ces deux conditions étant difficilement séparables.

Il faut donc reconnaître que, pour faire la distribution de l'énergie, on doit prévoir un système de régulation qui maintiendra constante l'intensité si les appareils sont placés en série, la différence de potentiel aux points de départ s'ils sont placés en dérivation.

Dans tous les cas, une solution complète de la distribution devra répondre à trois conditions.

1° Tous les appareils récepteurs doivent recevoir chacun leur part d'énergie, fonctionner d'une façon indépendante et sans s'influencer les uns les autres.

2° La régulation nécessaire pour atteindre ce résultat doit s'opérer automatiquement et instantanément, par l'action seule de l'appareil, et sans l'intervention de surveillants ou d'agents.

3° La régulation doit être telle que le générateur ne produise, à chaque instant, que la quantité totale d'électricité nécessaire au service des appareils en action.

Les deux modes de groupement indiqués ci-dessus peuvent être appliqués; néanmoins, la disposition en dérivation est dans la grande majorité des cas préférable : la régulation y est plus facile; de plus, la disposition en série met tous les appareils dans une dépendance réciproque beaucoup plus complète que l'autre système, en sorte qu'une faute en un point du circuit aurait sur l'ensemble une influence beaucoup plus grande.

Les théorèmes qui vont être démontrés permettent d'ailleurs de résoudre les deux cas.

Dans les études que nous allons exposer, on considérera

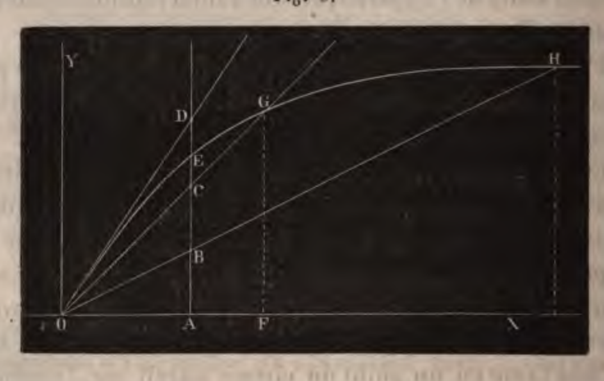
principalement la distribution de la force mécanique, celle-ci étant le but le plus important à atteindre; néanmoins les solutions sont absolument générales.

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE LA MARCHE DES MACHINES CARACTÉRISTIQUES POUR UNE VITESSE DONNÉE [1].

Dans une machine à courant continu, supprimons la communication entre le circuit qui entoure les électro-aimants et forme le champ magnétique inducteur d'une part; de l'autre, le conducteur enroulé sur l'anneau ou la bobine mobile et formant le circuit induit. Dans le circuit inducteur lançons, à l'aide d'une source étrangère, des courants d'intensité déterminée, faisons tourner l'anneau induit avec une vitesse déterminée, enfin, pour chaque intensité de courant circulant dans le circuit inducteur, mesurons la force électromotrice produite sur l'induit.

Nous aurons ainsi pour chaque expérience une valeur de E correspondant à une valeur de I. En prenant pour

Fig. 5.



abscisse I et pour ordonnée E, on peut former une courbe (*fig.* 5), que nous appellerons la *caractéristique* de la

[1] Présenté à l'Académie des Sciences le 16 mai 1881.

machine expérimentée. La forme de cette courbe dépend, en effet, de la construction de la machine, des dimensions et des rapports de ses diverses parties; elle en représente le fonctionnement et caractérise nettement l'appareil. Cette courbe permet d'ailleurs, comme on le verra, de résoudre toutes les questions qui peuvent se poser dans l'emploi d'un appareil de cette nature.

En effet, rétablissons la communication interrompue entre les inducteurs et l'induit, faisons tourner la machine avec la vitesse que nous lui avons donnée pendant les expériences, et prenons l'intensité du courant développé; soit I cette intensité; la machine s'excitant actuellement elle-même, c'est l'intensité I qui anime les électro-aimants et produit le champ magnétique. Or, si nous mesurons dans la figure qui porte la caractéristique l'abscisse OF correspondant à I, nous savons qu'avec ce champ magnétique et la vitesse V la force électromotrice correspondante est égale à FG; ce sera donc celle qui se développera dans le fonctionnement de l'appareil.

On en conclut immédiatement la valeur de la résistance car on déduit de la loi de Ohm $I = \frac{E}{R}$ l'expression $R = \frac{E}{I} = \frac{GF}{OF} = \text{tang GOF}$; la résistance R, totale dans ce système, est donc représentée par la tangente d'un angle.

Si l'on veut l'exprimer numériquement il suffira de prendre sur l'axe des x une longueur OA quelconque, on élèvera en ce point une ordonnée indéfinie, sur laquelle on portera une longueur égale à OA; cette longueur représentera l'ohm, puisqu'elle représente la formule $\frac{E}{I} = 1$ ohm, correspondant à tangente $45^\circ = 1$; elle servira donc à graduer l'ordonnée OD. Si l'on considère un point quelconque H de la caractéristique, la longueur AB, interceptée par la ligne OH, représentera la résistance en ohms.

L'examen de cette courbe conduit à l'explication de plusieurs phénomènes intéressants. La forme sous laquelle nous la donnons est celle qu'elle affecte pour les machines Gramme du type ordinaire à des vitesses moyennes, ainsi que la théorie m'avait amené à le prévoir et comme l'expérience l'a depuis pleinement démontré.

Partons d'une valeur moyenne OG de la résistance et faisons-la diminuer : la ligne OG s'abaisse vers OX dans la direction OH; on voit que la force électromotrice augmente d'abord rapidement, ensuite de moins en moins vite, et finit par devenir stationnaire, la courbe tendant à devenir parallèle à l'axe x; cela tient à ce que l'aimantation du fer doux des électro-aimants ne croît pas indéfiniment, et qu'il y a un point de saturation, que l'on n'atteint pas effectivement, mais vers lequel on tend, que l'on atteint presque, et qui forme probablement une asymptote de la courbe.

D'autre part, au lieu de diminuer la résistance, augmentons-la; la ligne OG tournera vers l'axe des y, elle coupera ainsi la courbe de plus en plus près de l'origine, et, pour une position OD, elle deviendra tangente : à ce point il n'y a plus de courant; c'est le phénomène nommé *désamorcement,* jusqu'ici mal expliqué; par la caractéristique on voit comment il y a une résistance déterminée pour laquelle l'excitation est nulle et la machine cesse de fonctionner.

CARACTÉRISTIQUE POUR DIFFÉRENTES VITESSES ET DIFFÉRENTS ENROULEMENTS.

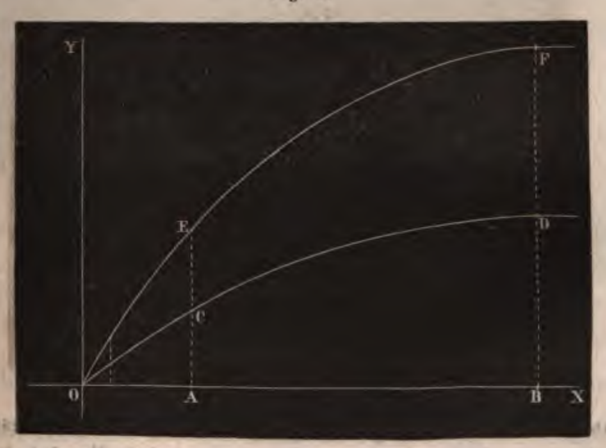
Nous avons établi la caractéristique pour une vitesse de rotation donnée V; si l'on veut avoir la caractéristique de la même machine pour une autre vitesse V', il suffira de multiplier les ordonnées par le rapport $\frac{V'}{V}$. En effet, à une

même intensité I correspond un même champ magnétique; les forces électromotrices, avec des vitesses différentes, sont alors proportionnelles aux vitesses respectives, d'après les lois de l'induction. Cette construction donnerait une transformation de la courbe semblable à celle qui est représentée dans la *fig.* 6.

On remarquera que, si au lieu de changer la vitesse de rotation on change l'enroulement de l'anneau, c'est-à-dire si l'on modifie le nombre de tours du fil sur l'anneau, sans rien changer aux autres conditions et spécialement au volume de cet anneau (ce qui s'obtiendrait en mettant plus de tours d'un fil plus fin), la nouvelle caractéristique s'obtiendrait par une transformation analogue; en effet, t étant l'ancien nombre de tours, t_1 le nouveau, la force électromotrice qui, toutes choses égales d'ailleurs, est proportionnelle à la longueur du fil, sera multipliée par le rapport $\frac{t}{t_1}$.

Si nous considérons (*fig.* 6) la caractéristique OCD cor-

Fig. 6.

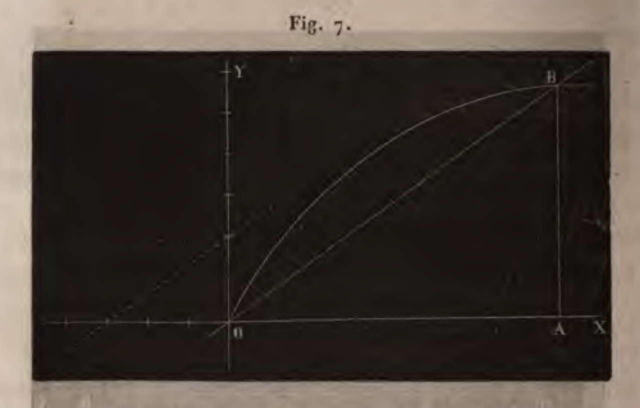


respondant à la vitesse v, et la caractéristique OEF corres-

pondant à la vitesse v_1, les résistances, pour une même intensité OA, seront données par les tangentes des angles COA et EOA; on peut obtenir directement ces divers éléments, connaissant la première caractéristique, sans qu'il soit nécessaire de construire la seconde courbe.

En effet, cherchons la force électromotrice et l'intensité pour une résistance donnée R, pour une vitesse v_1, la caractéristique étant construite pour la vitesse v; soit K le rapport $\frac{v_1}{v}$, soient E et I la force électromotrice et l'intensité cherchée; on sait qu'en nommant e la force électromotrice correspondant à la même intensité pour la vitesse v, pour la vitesse v_1 on aura $E = Ke$, d'où il suit $I = \frac{Ke}{R}$ ou encore $\frac{e}{I} = \frac{R}{K}$, c'est-à-dire qu'en construisant sur la caractéristique que nous possédons une résistance $\frac{R}{K}$, elle nous donnera l'intensité I. Pour cela, divisons l'axe des y (*fig.* 7) en parties proportionnelles aux résistances et l'axe des x

Fig. 7.

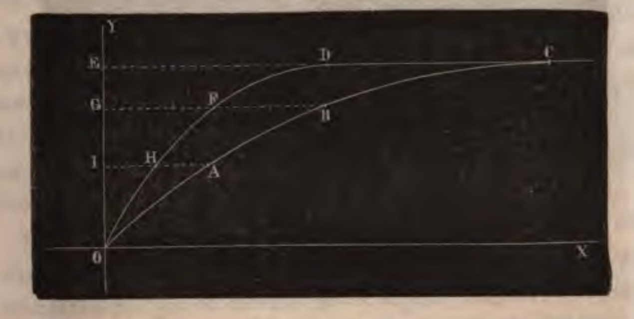


dans le sens négatif en parties proportionnelles aux vitesses, la vitesse primitive étant prise pour unité, l'unité étant la même pour les deux échelles; mesurons sur l'axe

y la résistance R et prenons sur l'axe des x la grandeur $V_1 z K v$, joignons les points ainsi déterminés; la ligne qui les joint a une inclinaison dont la tangente est $\frac{R}{K}$; menons par l'origine la parallèle OB jusqu'à la rencontre de la caractéristique, la grandeur OA représente I, et l'on aura E en prenant $AB \times K$.

On peut apporter aux machines une autre modification consistant à changer l'enroulement de l'inducteur, bien entendu en maintenant toutes les autres dispositions de l'expérience, y compris le volume de cet inducteur. Soient t le nombre primitif des spires de l'inducteur, t_1 le nombre nouveau. Le volume total étant le même, le nombre des spires peut compenser l'affaiblissement du courant dans chacune d'elles, en sorte qu'on aura la même

Fig. 8.



excitation, le même champ magnétique avec des intensités I et I_1 différentes, pourvu qu'on ait $tI = t_1 I_1$. En sorte que, rien n'étant changé d'ailleurs, une force électromotrice E qui correspondait à une intensité I correspondra actuellement à une intensité $I_1 = I \times \frac{t}{t_1}$: il suffira donc de faire varier les abscisses dans ce même rapport, comme cela est indiqué dans la *fig.* 8, pour obtenir la nouvelle caractéristique.

Si la machine avait reçu à la fois les deux modifications, on opérerait successivement dans la caractéristique les deux transformations, ou on tiendrait compte dans le calcul des deux coefficients à introduire.

DIFFÉRENCE DES POTENTIELS EN DEUX POINTS DE CIRCUIT COMPRENANT ENTRE EUX UNE RÉSISTANCE DONNÉE.

Dans un circuit de résistance totale $r + x$, nous voulons savoir quelle est la différence de potentiel e de deux points pris des deux côtés du générateur et comprenant entre eux la résistance r.

Prenons au-dessus de l'axe des x l'angle DOX (*fig.* 9) tel que $\tan \mathrm{DOX} = r + x$, et l'angle COX tel que

Fig. 9.

$\tan \mathrm{COX} = r$; ils représenteront, le premier la résistance totale, le second la résistance comprise entre les points donnés.

On a

$$\mathrm{DA} = \mathrm{OA} \tan \mathrm{DOA} = \mathrm{I}(r + x),$$
$$\mathrm{EA} = \mathrm{OA} \tan \mathrm{COA} = \mathrm{I}r,$$
$$\mathrm{DA} - \mathrm{EA} = \mathrm{DE} = \mathrm{I}x.$$

Or $\mathrm{I}x$, d'après la loi de Ohm, est la différence de potentiel entre les deux extrémités du circuit de résistance x, qui

forme le complément du circuit de résistance r; c'est donc la différence e cherchée.

Supposons, comme cas particulier, que COX représente la résistance intérieure de la machine, et que l'on fasse varier la résistance totale, DE représentera la différence de potentiel aux bornes de la machine; elle sera d'abord nulle lorsqne OD coïncidera avec OC; elle ira ensuite en croissant, passera par un maximum pour revenir à zéro, lorsque la machine se désamorcera.

Ce phénomène avait été entrevu; la caractéristique permet d'en voir clairement la marche et la raison d'être.

CARACTÉRISTIQUE AVEC CHAMP MAGNÉTIQUE INITIAL; SES CONSÉQUENCES.

Supposons actuellement que les inducteurs portent deux circuits distincts formés de fils enroulés ensemble l'un à côté de l'autre, de façon que les deux fils voisins soient sensiblement à même distance du noyau de fer doux magnétisé; si deux courants distincts passent dans les deux fils, leurs actions s'ajouteront, et l'excitation sera la même que s'il passait un seul courant égal à la somme des deux courants réels qui circulent.

Cela posé, faisons passer dans un de ces circuits inducteurs un courant constant venant d'une source extérieure; la résistance de ce circuit ainsi séparé du circuit général n'aura point à compter dans la résistance totale; au contraire, le deuxième circuit inducteur entrera dans le circuit général et recevra le courant produit par la machine.

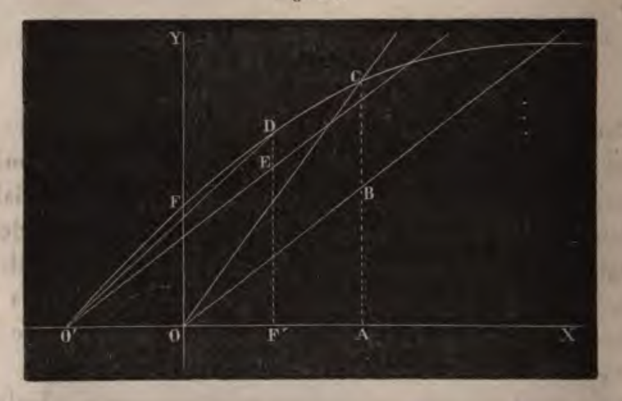
Dans ces conditions nouvelles, que devient la caractéristique?

Il faut remarquer que, dans toutes les études que nous allons exposer, nous supposons qu'on fait usage d'une même vitesse constante : les théorèmes précédents mon-

trent comment il faudrait faire pour appliquer les résultats à d'autres vitesses.

Soit O'FC (*fig.* 10) la caractéristique, obtenue comme nous l'avons fait jusqu'ici. Supposons le circuit inducteur réparé parcouru par un courant d'intensité O'O ; l'autre circuit ne fonctionnant pas encore, la force électromotrice sera OF' ; F' sera le point de départ de la nouvelle caractéristique ; le circuit général entre alors en fonction, et tout se passe comme si un courant égal à la somme de ces deux courants parcourait une seule

Fig. 10.



hélice d'un volume égal à l'ensemble des deux hélices réelles. La caractéristique, à partir de ce point, conserve la forme qu'elle avait ; la modification consiste simplement à reporter l'origine des coordonnées du point O' au point O, la caractéristique partant du point F' ; les résistances se compteront alors à partir du point O.

Une première conséquence s'aperçoit immédiatement ; soit, dans le premier état, c'est-à-dire sans champ magnétique extérieur, EO'X la résistance intérieure de la machine, la différence de potentiel maximum dont on pourra disposer sera représentée par DE et correspondra

à la résistance D O'X. Avec le champ magnétique initial, la résistance intérieure étant BOX = E O'X, la différence de potentiel disponible croîtra beaucoup, comme on le voit par la ligne CB, qui n'est pas encore le maximum et qui est très supérieure à DE.

CARACTÉRISTIQUE RECTILIGNE.

Si l'on examine une caractéristique, on remarque qu'elle commence par une portion dont la courbure est très faible jusqu'au moment où l'on s'approche du point de saturation des électro-aimants. Jusqu'à ce point, la caractéristique peut être très bien assimilée à une ligne droite. En employant des machines pourvues d'électro-aimants de dimensions considérables par rapport à l'induit, on reculera beaucoup le point de saturation et on prolongera cette partie rectiligne; il y aura sans doute lieu d'appliquer ce procédé lorsqu'on réalisera la distribution sur une vaste échelle; mais, dès à présent, et telles qu'elles sont construites, les machines de Gramme, l'expérience l'a prouvé, ont une caractéristique assez rectiligne pour que tous les raisonnements qui vont suivre s'appliquent très bien.

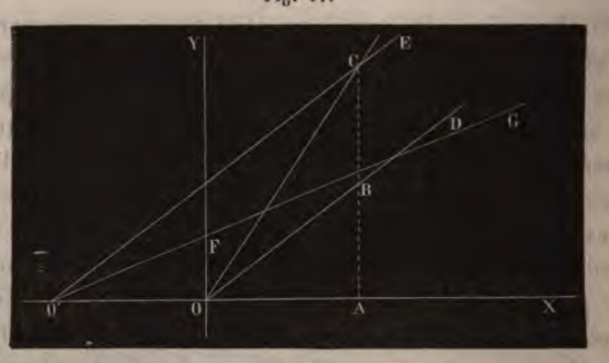
DIFFÉRENCE DES POTENTIELS CONSTANTS.

Si l'on relève pour une vitesse donnée la caractéristique d'une machine, on arrivera à tracer, d'après les considérations précédentes, une ligne droite d'une inclinaison déterminée; si l'on fait varier la vitesse, on devra, ainsi que cela a été dit plus haut, multiplier toutes les ordonnées par un nombre constant, ce qui revient à faire tourner la caractéristique droite d'un certain angle autour de son point de rencontre avec l'axe des x.

Ceci posé, soit O'G (*fig.* 11) la caractéristique d'une machine; en lui adjoignant un champ magnétique exté-

rieur constant, la caractéristique sera représentée par la portion FG de la ligne droite. Soit DOX la résistance intérieure de la machine, les lignes FG et OD se rencontrent généralement, en sorte que la portion des ordonnées comprise entre ces lignes, qui représente, comme on sait, la différence des potentiels aux bornes, est variable.

Fig. 11.



Mais nous possédons le moyen de la rendre constante. Nous pouvons en effet, en modifiant la vitesse, faire tourner la droite O'G autour du point O'; il nous sera donc possible de l'amener à la position O'C, parallèle à OD. Dans ces conditions, la ligne CB, qui représente la différence des potentiels aux bornes, est constante, quelle que soit la résistance totale COX que l'on donne au circuit.

DISTRIBUTION EN DÉRIVATION.

Pour obtenir des circuits en dérivation fonctionnant indépendamment les uns des autres, il suffit, nous le savons, de maintenir aux bornes de la machine une différence de potentiel e constante; chacun des circuits reçoit alors une intensité $\imath = er$, qui ne dépend que de sa résistance propre r.

Le théorème précédent vient de nous fournir le moyen

d'atteindre ce résultat sans l'introduction de régulateurs mécaniques et par le seul jeu des actions électriques. Remarquons d'ailleurs que l'énergie totale dépensée reste toujours égale à la somme des énergies récupérées; en sorte que cette solution répond d'une façon absolue aux trois conditions posées plus haut.

Elle n'offre aucune difficulté dans la pratique. On commencera par relever à une vitesse connue v la caractéristique de la machine. Le coefficient d'inclinaison de cette ligne est égal à l'accroissement de force électromotrice pour une intensité égale à l'unité. En appelant E_0 la force électromotrice due au courant extérieur constant, il est donc représenté par

$$\frac{E - E_0}{I};$$

soit r la résistance intérieure : si ces deux nombres ne sont pas égaux, on cherchera une vitesse v' telle qu'on ait

$$\frac{v'}{v}\frac{E - E_0}{I} = r,$$

d'où

$$v' = \frac{vr}{\frac{E - E_0}{I}}.$$

On déterminera d'ailleurs alors l'excitation extérieure suivant la différence de potentiel constante dont on voudra disposer sur le circuit.

Cela fait, on placera sur chacun des pôles de la machine un fil conducteur qui possédera le même potentiel que ce pôle, et, à tous les points où l'on voudra utiliser une portion de l'énergie produite, on joindra ces deux conducteurs par une dérivation de résistance convenable.

On peut également n'employer qu'un seul câble et faire le retour par la terre.

Il est évident qu'en opérant ainsi, surtout si les dérivations sont nombreuses, on ne conservera pas sur toute la longueur des conducteurs polaires la même différence de potentiel : les dérivations successives tendront à diminuer. Il n'y a là aucune difficulté: on est dans le même cas que toutes les distributions possibles, gaz, eau, etc., qui toutes perdent leur charge initiale à mesure qu'elles se dépensent; il suffit qu'on puisse calculer cette perte et savoir en chaque point de quelle pression on dispose; c'est ce que l'on peut connaître avec beaucoup de précision pour l'électricité; cette variation, s'opérant suivant une loi déterminée, n'introduit donc aucun trouble dans le système.

DISTRIBUTION EN SÉRIE.

Ainsi que nous l'avons dit, lorsque les appareils récepteurs sont placés en série, ce n'est plus la différence de potentiel aux bornes du générateur qu'il faut maintenir constante, mais bien l'intensité du courant.

Pour atteindre ce résultat, nous produirons l'excitation des électro-aimants à l'aide d'un courant dérivé du courant principal.

Il faut alors distinguer dans le circuit plusieurs parties.

Soient

I_a le courant total qui se développe dans l'anneau induit;
I_b la portion dérivée du courant qui traverse les inducteurs et produit le champ magnétique;
I_x la portion qui parcourt le circuit extérieur;
a la résistance de l'anneau;
b celle des inducteurs;
x celle du circuit extérieur.

Enfin, soient E la force électromotrice totale et e la différence de potentiel aux points où le circuit inducteur dérivé se sépare du circuit extérieur utile.

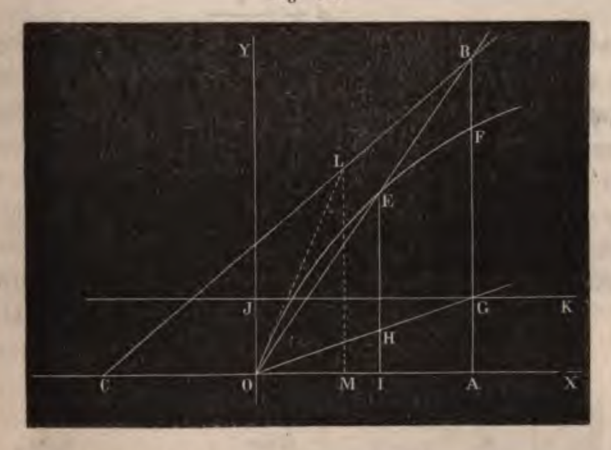
L'intensité I_x est celle qu'il faudra maintenir constante pour distribuer l'énergie à des appareils en série.

Nous avons d'abord

$$I_a = I_b + I_x,$$

qui exprime simplement que le courant total est la somme de ses dérivations.

Fig. 12.



En considérant la différence du potentiel au point de dérivation, on a

$$I_x = \frac{e}{x}$$

et aussi

$$I_b = \frac{e}{b},$$

d'où

$$I_a = \frac{e}{x} + \frac{e}{b}.$$

Mais l'intensité totale I_a a une autre expression; elle est égale à la force électromotrice totale divisée par la résistance totale. Celle-ci s'obtiendra en ajoutant à la résistance a de la partie commune des circuits la résis-

tance formée par l'ensemble des deux branches : celle-ci est égale, d'après une règle connue ([1]), à l'inverse de la somme des inverses des résistances, c'est-à-dire à $\dfrac{1}{\frac{1}{b}+\frac{1}{x}}$; la résistance totale sera donc $a+\dfrac{1}{\frac{1}{b}+\frac{1}{x}}$, d'où l'on conclut

$$I_a=\frac{E}{a+\dfrac{1}{\frac{1}{b}+\frac{1}{x}}}.$$

En égalant les deux expressions de I_a, on a

$$\frac{e}{b}+\frac{e}{x}=\frac{E}{a+\dfrac{1}{\frac{1}{b}+\frac{1}{x}}},$$

$$e\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{x}\right)=\frac{E\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{x}\right)}{a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{x}\right)+1},$$

$$e=\frac{E}{a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{x}\right)+1}=\frac{E\,bx}{a(x+b)+bx}=\frac{E\,bx}{(a+b)x+ab};$$

donc

$$\frac{Eb}{e}=\frac{(a+b)x+ab}{x},$$

ou encore

$$\frac{(a+b)x+ab}{x}=\frac{E}{\frac{e}{b}}.$$

([1]) On démontre facilement que, si l'on groupe en dérivation plusieurs fils de résistance r, r^1, r^2, ..., la résistance de l'ensemble a pour expression $\dfrac{1}{\frac{1}{r}+\frac{1}{r^1}+\frac{1}{r^2}+\ldots}$.

$\frac{e}{b}$ n'est autre que I_b, et l'on a enfin

$$\frac{(a+b)x+ab}{x}=\frac{E}{I_b}.$$

Ceci posé, soit OEF (*fig.* 12) la caractéristique de la machine; traçons la ligne droite CB dont l'équation soit

$$y=(a+b)x+ab,$$

prenons la longueur OA = X, élevons l'ordonnée du point A jusqu'au point B et tirons OB; cette ligne rencontre la caractéristique en un point E dont nous mènerons l'ordonnée EI. Prenons alors OJ = B et menons la droite JK parallèle à l'axe des X, elle rencontre en G l'ordonnée AB; menons OG, cette droite rencontre en H l'ordonnée EI; la longueur IH ainsi déterminée représentera l'intensité I_x que l'on cherche. En effet les triangles semblables OIE, OAB donnent

$$\frac{EI}{OI}=\frac{AB}{OA}=\frac{y}{x}=\frac{(a+b)x+ab}{x}=\frac{E}{I_b}.$$

D'ailleurs d'après la construction même de la caractéristique, EI est égal à E et OI à I_b; d'autre part, les triangles semblables OIH, OAB donnent

$$\frac{IH}{OI}=\frac{AG}{OA}$$

ou

$$\frac{IH}{I_b}=\frac{b}{x},$$

donc

$$IH=I_b\frac{b}{x}=\frac{e}{b}\times\frac{b}{x}=\frac{e}{x}=I_x,$$

ce qu'il fallait démontrer.

Limite de désamorcement.

Nous possédons ainsi le moyen de représenter graphiquement la quantité I_x qu'il s'agit de rendre constante.

Une construction simple permettra, à l'aide de la caractéristique, de déterminer dans cette disposition nouvelle le point de désamorcement : il suffira de mener OL tangente à la caractéristique à l'origine, jusqu'à la rencontre de la ligne

$$y = (a \times b)x + ab,$$

en L, d'abaisser LM ; OM sera la résistance cherchée.

Intensité extérieure constante.

Comme nous l'avons fait précédemment, assimilons la caractéristique à une droite et, à l'aide d'un courant étranger, créons un champ magnétique initial, en sorte

Fig. 13.

que la caractéristique ne passera plus par l'origine et sera représentée par une ligne droite coupant l'axe des y (*fig.* 13).

Construisons la ligne $y = (a + b)x + ab$ qui est définie par les données de construction de la machine. Par le procédé que nous avons donné ci-dessus, on peut déterminer une vitesse de la machine telle que sa caractéristique soit parallèle à la droite $y = (a + b)x + ab$.

Le résultat obtenu est représenté dans la *fig.* 13.

CB est la ligne $y = (a + b)x + ab$, NF est la caractéristique rendue parallèle. Cherchons l'intensité pour une résistance extérieure connue x; nous prendrons OJ égal à b, nous menons la ligne JK parallèle à l'axe des x. Prenons $OA = x$, élevons l'ordonnée BA jusqu'à la droite CB, au point B joignons OB : cette droite rencontre la caractéristique en E; abaissons EI, joignons OG : d'après ce que nous venons de démontrer, $IH = I_x$.

Or on a, dans les triangles semblables,

$$\frac{IH}{AG} = \frac{CI}{AF} = \frac{OE}{OB} = \frac{OL}{OM};$$

or le dernier rapport est constant : donc

$$\frac{I_x}{b} = \alpha,$$

$$I_x = \alpha b,$$

valeur constante.

Le procédé employé pour déterminer la vitesse que doit avoir la machine pour que la caractéristique ait l'inclinaison voulue est analogue à celui que nous avons déjà mis en œuvre; dans le cas actuel, il s'applique de la façon suivante :

La droite qui détermine l'inclinaison à obtenir ayant pour équation $y = (a + b)x + ab$, son coefficient d'inclinaison est $-(a + b)$. Celui de l'ancienne caractéristique obtenue avec la vitesse V et le courant I étant

$$\frac{E - F_0}{I},$$

ainsi que nous l'avons déjà expliqué, il faudra chercher une vitesse V′ telle que l'on ait

$$\frac{V'}{V}\frac{E - E_0}{I} = -(a+b);$$

donc

$$V' = \frac{-(a+b)}{\frac{E - E_0}{I}};$$

or, remarquons que $-(a+b)$ n'est autre chose que la résistance totale, dans le cas où les inducteurs et l'induit seraient réunis en un seul circuit, comme dans la disposition ordinaire. C'est ce que nous avons nommé R dans les théorèmes précédents. Nous arrivons à conclure que, dans les deux cas, qu'il s'agisse de maintenir constante la différence de potentiel ou l'intensité du courant, la vitesse que doit recevoir la machine est la même : la différence réside dans le mode d'accouplement des circuits inducteurs et induit; le même appareil pourrait donc fournir les deux résultats par le seul jeu d'un commutateur.

CONCLUSION GÉNÉRALE.

L'ensemble des théorèmes qui viennent d'être exposés comprend l'étude complète du transport et de la distribution de l'énergie par l'électricité; ils éclaircissent ces questions discutées, et en donnent des solutions rigoureuses et simples.

De leur application ressort un système complet dont l'expérience a été faite dans des proportions jusqu'ici restreintes, mais suffisantes néanmoins pour confirmer matériellement la vérité des principes. Des expériences complètes et sur une grande échelle seront réalisées prochainement, et achèveront de mettre en lumière la valeur pratique des procédés.

Un certain nombre de questions spéciales devront naturellement être résolues dans le cours de cette réalisation ; beaucoup d'entre elles ont déjà été attaquées. Les procédés graphiques qui viennent d'être exposés permettent de les résoudre. On peut, par exemple, à l'aide de la caractéristique, examiner la relation de deux machines employées, l'une comme générateur, l'autre comme récepteur, et tous les problèmes de ce genre. Pour le dire en passant, ces procédés ont même une généralité plus grande, et l'on peut, par leur moyen, faire l'étude des appareils générateurs quelconques, tels que les piles, et retrouver les lois de leur fonctionnement.

Outre les questions plus particulièrement théoriques, on s'est préoccupé des moyens pratiques, et l'on a d'avance prévu l'emploi de certains organes accessoires. Parmi eux on doit compter les accumulateurs ; j'ai indiqué depuis longtemps leur utilité probable dans une distribution ; je préciserai le rôle qu'ils doivent y jouer et les fonctions spéciales que cet organe est appelé à remplir.

Je ne me dissimule en aucune façon les obstacles qui se présenteront et qui ne peuvent être prévus, mais je sais que les difficultés de ce genre sont certainement vaincues lorsque l'on s'appuie sur le développement de principes solidement établis ; la rigueur géométrique des démonstrations exposées ci-dessus permet d'être certain que les bases sur lesquelles repose le système qui va être appliqué sont d'une sécurité mathématique ; une expérience très prochaine en donnera bientôt la preuve matérielle.

DÉTERMINATION DE LA PARALLAXE DU SOLEIL.

APPROXIMATION AVEC LAQUELLE ON L'OBTIENT PAR L'EMPLOI DE DIVERSES MÉTHODES [1];

PAR M. W. HARKNESS.

Traduit de l'anglais par M. A. BOUQUET DE LA GRYE.

L'objet de ce Mémoire est de comparer les méthodes diverses qui ont été employées pour la détermination de la parallaxe solaire et de montrer que des mesures faites sur des épreuves photographiques, telles que celles obtenues dans les diverses stations américaines de 1874, conduisent à des valeurs qui peuvent être classées parmi les plus précises que l'on connaisse. On ne saurait donc négliger l'emploi d'un tel procédé dans les observations du prochain transit.

Les notations suivantes vont être employées dans les formules exposées dans le cours de ce Mémoire :

a, distance moyenne de la Terre au Soleil;
a_1, distance de la Terre au Soleil, satisfaisant à la troisième loi de Kepler;
a_2, distance moyenne de la Terre à la Lune;
c, constante égale à $\frac{\rho_1}{\rho}$;
E, masse de la Terre;

---

[1] Mémoire publié dans *The American journal of Science*, vol. XXII, novembre 1881. Les parties essentielles ont été lues en août 1881 à Cincinnati, devant l'Association américaine pour l'avancement des Sciences.

e, excentricité de l'orbite lunaire;
e_1, excentricité de l'orbite terrestre;
G, gravité à la surface de la Terre;
K, constante de Gauss relative au système solaire;
L, constante de l'inégalité luni-solaire;
l, longueur du pendule simple;
M, masse de la Lune;
m, rapport des moyens mouvements du Soleil et de la Lune = 0,07480133;
P, constante de la parallaxe lunaire = 3422'',7;
P_1, valeur de cette constante satisfaisant à la troisième loi de Kepler;
p, constante de la parallaxe solaire;
Q, inégalité parallactique de la Lune;
S, masse du Soleil;
s', latitude géocentrique de la Lune;
T, longueur de l'année sidérale exprimée en secondes de temps moyen = 31 558 149^s;
T_1, longueur du mois sidéral exprimée en secondes de temps moyen = 2 360 591^s,8;
t, temps;
V, vitesse de la lumière;
α, constante de l'aberration;
γ, constante de Delaunay, dont la valeur approximative est $\sin\frac{1}{2}$ (inclinaison du plan de l'orbite lunaire sur l'écliptique) et dont la valeur exacte est 0,04488663 DTL (t. II, p. 802);
θ, temps employé par la lumière pour traverser le rayon moyen de l'orbite terrestre;
μ, mouvement du nœud lunaire par rapport à la ligne des équinoxes, en 365$^j\frac{1}{4}$;
v, longitude héliocentrique de la Terre;
v', longitude géocentrique de la Lune;
ρ, rayon équatorial de la Terre;
ρ_1, rayon terrestre à la latitude φ;

φ, latitude géocentrique;
Ψ, précession luni-solaire;
Ω, constante de la nutation.

Les diverses autorités citées seront désignées par les abréviations suivantes :

MAc, Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris;
HAc, Histoire de l'Académie des Sciences de Paris;
CRH, Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des Sciences de Paris;
PTr, Philosophical transactions of the Royal Society of London;
ANn, Astronomische Nachrichten;
MAS, Memoirs of the Royal Astronomical Society London;
MNt, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society London;
OPM, Annales de l'Observatoire impérial de Paris. Mémoires;
WOb, Astronomical and Meteorological observations made at the United States Naval Observatory Washington;
PTL, Théorie du mouvement de la Lune, par Jean Plana. Turin, 1832, 3 vol. in-4°;
DTL, Théorie du mouvement de la Lune, par Ch. Delaunay. Paris, 1860-67, 2 vol. in-4°.

Les méthodes de détermination de la parallaxe solaire peuvent se ranger dans les classes suivantes :

I. Méthodes trigonométriques;
II. Méthodes basées sur la gravitation;
III. Méthodes photo-tachymétriques.

Nous allons les examiner successivement.

MÉTHODES TRIGONOMÉTRIQUES.

Les observations de la planète Mars, lorsqu'elle se trouve en opposition avec le Soleil et à la plus courte distance de la Terre, servent de base à l'une des plus anciennes méthodes de détermination de la parallaxe solaire.

Il y a deux manières de faire les observations :

On peut observer la planète lorsqu'elle passe au méridien ou qu'elle en est proche, dans deux stations situées, l'une dans l'hémisphère nord, l'autre dans l'hémisphère sud, ou bien faire dans une seule station des observations après le lever et avant le coucher de l'astre.

On peut appeler le premier procédé *méthode méridienne,* le second *méthode diurne.*

Dans la méthode méridienne, les observations sont faites, soit avec une lunette méridienne, soit avec une lunette équatoriale munie d'un micromètre.

Dans la méthode diurne on peut se servir, soit d'un équatorial, soit d'un héliomètre.

Les valeurs de la parallaxe solaire les plus dignes d'être citées, résultant de l'emploi de la première méthode, sont les suivantes :

1672.	J.-D. Cassini (MAc, VIII, 114)	9",5
1751.	Lacaille (*Éphémérides des mouvements célestes depuis* 1765 *jusqu'en* 1774. Paris, Introd., p. 1)	10,38
1835.	Henderson (MAS, VIII, 103)	9,028
1856.	Gillis and Gould (U. S. Ast. ex. to the south hemisphere, t. III, p. cclxxxviii)	8,495
1863.	Winnecke (ANn, Bd. LIX, S. 264)	8,964
1865.	E. J. Stone (MAS, vol. XXXIII, p. 97)	8,943
1865.	A. Hall (WOb, 1863, App., p. lxiv)	8,842
1867.	Newcomb (WOb, 1865, App. II, p. 22)	8,855
1879.	Downing (ANn, Bd. XCVI, S. 127)	8,960

Les résultats suivants appartiennent à la méthode diurne.

1672. J.-D. Cassini (MAc, VIII, 107) .... 10",2
1672. Flamsteed (PTr, 1672, p. 5118) 10,0
1719. Bradley and Pound (*Gehler's physikalisches Wörterbuch*, VIII, 822) 10,5
1857. W.-C. Bond (Gould, *Ast. Journ.*, v. 53)... 8,605
1877. Maxwell Hall (MAS, vol. XLIV, p. 121).... 8,789
1879. Gill (MNt, 1879, vol. XXXIX, p. 437) ... 8,78

Plusieurs astronomes ont pensé que la parallaxe solaire pourrait être exactement obtenue, au moyen d'observations faites sur des astéroïdes (en raison de leur proximité et de la petitesse de leur diamètre bien défini), en se servant d'ailleurs de la méthode employée pour la planète Mars.

Voici, aussi complètement que je puis les donner, les essais faits dans cette direction.

1875. Gall, au moyen de la planète Flora (ANn, Bd. LXXXV, S. 267) .... 8",879
1877. Lindsay and Gill, au moyen de Junon (*Dunecht observatory publications*, vol. II, p. 211) .... 8",765

La même méthode a été appliquée à Mercure et à Vénus, mais il y a de grandes difficultés à obtenir de bons résultats au moyen de ces planètes.

Passage de Vénus sur le Soleil.

Depuis une date relativement récente les astronomes ont pensé que le passage de Vénus sur le Soleil devait fournir le moyen le plus exact pour déterminer la parallaxe solaire.

Les observations de ces passages ont donné lieu à trois méthodes :

1° On note dans la première les moments des contacts à l'entrée et à la sortie;

2° On observe dans la deuxième la position de Vénus sur le disque du Soleil avec un héliomètre.

3° On mesure enfin dans la troisième méthode la position de Vénus sur le Soleil, en se servant d'épreuves photographiques prises durant le passage.

Observations de contact. — Les résultats suivants ont été obtenus par divers astronomes lors des passages de Vénus de 1761, 1769 et de 1874.

Passage de 1761.

1763.	Hornsby (PTr, 1763, p. 494).........	9",73
1763.	Short (PTr, 1763, p. 340)............	8,56
1765.	Pingré (HAc, 1765, p. 32)............	10,10
1767.	Planman (PTr, 1768, p. 127).........	8,49

Passage de 1769.

1770.	Euler (*Novi commentarii Ac. Sc. petropol.*, t. XIV)........................	8,8
1771.	Hornsby (PTr, 1771, p. 579).........	8,78
1771.	Lalande (HAc, 1771, p. 798).........	8,62
1771.	Maskelyne........................	8,723
1772.	Lexell............................	8,63
1772.	Pingré (HAc, 1772, p. 419)...........	8,80
1772.	Planman..........................	8,43
1814.	Delambre (*Astronomie théorique et pratique*, t. I, p. xliv).....................	8,552
	Du Séjour (*Traité analytique des mouvements apparents des corps célestes*, t. I, p. 451-491)......................	8,85
1832.	Ferrer (MAS, t. V, p. 286)............	8,58
1865.	Powalsky (*Connaiss. des Temps*, 1867. *Additions*, p. 22)..................	8,832
1868.	E. J. Stone (MNt, vol. XXVIII, p. 264)..	8,91

Passages de 1761 *et de* 1769.

1835.	Encke (*Abhand. der Akad. zu Berlin*, 1835, *Math. Kl.*, S. 309)................	8,571

Passage de 1874.

1877. Airy (*The Observatory*, 1877, vol. I, p. 149) 8",760
1078. Tupman (MNt, 1878, vol. XXXVIII, p. 455) 8,846

Les grandes différences entre les résultats obtenus par divers astronomes, en partant des observations d'un même passage, sont dues à ce que les instants des contacts sont eux-mêmes incertains. Plusieurs observateurs notent deux ou trois contacts, correspondant chacun à une phase de ce phénomène qu'ils essayent ensuite de décrire, et les parallaxes dépendent jusqu'à un certain point de l'interprétation donnée à ces descriptions.

Les contacts intérieurs amènent à de meilleurs résultats que les contacts extérieurs; mais, dans les deux cas, l'erreur probable reste grande.

Je trouve que sur soixante et une observations des contacts intérieurs du passage de décembre 1874, discutées par le colonel Tupman (MNt, 1878, vol. XXXVIII, 20 observations citées page 450, et 41 p. 453) l'erreur probable du temps du contact observé est de $\pm 4^s,59$, ce qui correspond à une erreur de $0'',15$ sur la distance des centres de Vénus et du Soleil.

Les erreurs de 20^s et 30^s sur le moment des contacts ne sont pas rares.

Observations héliométriques. — Peu d'instruments de cette espèce ont été employés en 1874, et je crois qu'il n'a rien été publié qui puisse montrer l'approximation avec laquelle on peut, par ces mesures, obtenir la parallaxe solaire.

Observations photographiques. — On s'est servi, dans l'observation du dernier passage de Vénus, de plusieurs espèces de photo-héliographes, construits sur des principes très différents.

Je ne m'occuperai ici que des résultats obtenus par le

genre d'appareil employé par les missions des États-Unis.

Comme les mesures et les calculs de ces résultats ne sont pas encore terminés, il m'est impossible d'indiquer exactement le degré d'approximation qui sera fourni par les photographies; mais, heureusement, les instruments employés en décembre 1874 pour observer le passage de Vénus à Kerguelen, Hobert Town et Pékin servirent, en mai 1878, à donner le passage de Mercure à Cambridge (Mass.), à Washington (D. C.), à Ann Arbor (Mich.), et ces dernières observations ont été complètement réduites. Le contre-amiral John Rodgers, superintendant de l'Observatoire naval, m'ayant obligeamment autorisé à me servir des résultats, je les donne ci-dessous.

Le nombre des épreuves mesurées s'est élevé à 119, dont 25 obtenues à Cambridge, 30 à Washington et 64 à Ann Arbor.

Chaque épreuve a été étudiée par deux personnes.

Les erreurs sont de quatre espèces, savoir : erreurs systématiques ou accidentelles de la mesure de l'image; et erreurs constantes ou accidentelles particulières à chaque station.

Chaque épreuve ayant été mesurée deux fois, si les chiffres obtenus pour la position de Mercure sur le disque du Soleil par le premier observateur sont soustraits de ceux donnés par la seconde mesure, la moyenne de tous les résidus représentera l'erreur constante due à l'équation personnelle de celui qui effectue la mesure.

Ces erreurs sont :

	Altitude.	Azimut.
Cambridge..........	— 0,10	— 0,08
Washington........	— 0,09	+ 0,08
Ann Arbor.........	+ 0,15	— 0,02

On voit que la moyenne des erreurs des trois stations est à peu près nulle.

Si la moyenne des lectures faites par deux observateurs est acceptée comme bonne, l'erreur probable de la position de Mercure sur le disque du Soleil, déterminée par une série simple faite par un seul observateur, devient:

	Altitude.	Azimut.
	"	"
Cambridge..........	± 0,18	± 0,20
Washington	± 0,19	± 0,18
Ann Arbor	± 0,24	± 0,28

L'erreur probable de la mesure est comprise dans un cercle dont le rayon est de 0",21.

Les corrections trouvées à chaque station pour les Tables de Mercure de Le Verrier, telles qu'elles sont présentées par le *Nautical Almanac* de 1878, sont les suivantes:

	Æ.	N. P. D.
	s	"
Cambridge	+ 0,079	— 0,22
Washington.......	+ 0,105	— 0,12
Ann Arbor	+ 0,083	+ 0,47

La correction de la distance polaire nord, accusée par les photographies de Ann Arbor, paraît affectée d'une erreur systématique, mais il est douteux que l'on puisse la découvrir; aucun détail sur ce point n'a été envoyé à l'Observatoire naval par le professeur Watson, mort depuis 1878.

L'erreur probable de la position de Mercure, dépendant de deux séries de lectures faites sur une seule photographie, est

	Æ.	N.P.D.
	"	"
Cambridge	± 0,570	± 0,562
Washington......	± 0,655	± 0,579
Ann Arbor......	± 0,436	± 0,514

(L'erreur probable en ascension droite a été réduite en arcs).

Nous pouvons inférer de la moyenne de toutes les stations que l'erreur probable de la position de la planète sur le ciel la fait contenir dans un cercle dont le rayon est 0″,553.

Pour montrer encore plus clairement le degré d'exactitude donné par la méthode photographique, je joins ici une Table qui comprend toutes les épreuves, et montre le nombre des résidus en Æ et en D.P.N. qui tombent entre 0″ et 0″,2, entre 0″,2 et 0″,5, etc.

En mettant sous forme de Table les résidus d'ascension droite, il est compris que 0″,2 = 0ˢ,01, 0″,5 = 0ˢ,03, 1″,0 = 0ˢ,07, 1″,5 = 0ˢ,10, 2″,0 = 0ˢ,13.

Limites.	Cambridge.		Washington.		Ann Arbor.	
″ ″	Æ.	D.P.N.	Æ.	D.P.N.	Æ.	D.P.N.
De 0 à 0,2......	3	5	3	7	11	11
0,2 à 0,5......	5	6	5	6	16	14
0,5 à 1,0......	10	7	11	10	29	27
1,0 à 1,5......	5	4	8	3	5	7
1,5 à 2,0......	0	2	2	1	3	5
2 et au-dessus...	2	1	1	3	0	0

THÉORIE DES MÉTHODES PAR LA GRAVITATION.

Nous entamons l'exposé des méthodes se basant sur la gravitation en donnant une expression de la parallaxe solaire en fonction de la masse de la Terre.

Si l est la longueur du pendule qui fait une oscillation en t secondes de temps moyen, l'intensité de la pesanteur est exprimée par la formule

$$G = \frac{\pi^2 l}{t^2}. \tag{1}$$

L'attraction terrestre en un point de la surface dont la

latitude géocentrique est φ est donnée par

$$\frac{K^2 E}{\rho_1^2}.$$

L'intensité de la pesanteur observée est égale à la gravité moins l'élément provenant de la force centrifuge.

A l'équateur, la force centrifuge est $\frac{G}{289,24}$, et, en tout autre point dont la latitude est φ, elle devient $\frac{G \cos \varphi}{289,24}$.

La portion de cette force agissant dans la direction de la verticale est $\frac{G \cos^2 \varphi}{289,24}$.

En égalisant la force attractive terrestre à la force de la gravité, augmentée de la force centrifuge, nous avons

$$\frac{K^2 E}{\rho_1^2} = G\left(1 + \frac{\cos^2 \varphi}{289,24}\right), \tag{3}$$

d'où, au moyen de l'équation (1), on a

$$\frac{K^2}{\pi^2} = \frac{\rho_1^2 l}{t^2 E}\left(1 + \frac{\cos^2 \varphi}{289,24}\right). \tag{4}$$

Si T est la longueur de l'année sidérale exprimée en secondes de temps moyen, et a_1 la valeur du demi-grand axe de l'orbite de la Terre qui satisfait à la troisième loi de Kepler, nous avons

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a_1^3}{K^2 (S + E)}. \tag{5}$$

Le Verrier a montré que $a = 1,000141\, a_1$ (OPM, II, 60, et IV, 103).

En substituant cette valeur dans l'équation (5) et transposant, on a

$$\frac{K^2}{\pi^2} = \frac{4a^3}{T^2 (S + E)(1,000141)^3}. \tag{6}$$

En éliminant maintenant K et π entre les équations (4) et (6) et en disposant les termes, on a

$$(7) \qquad \frac{S+E}{E} = \frac{4t^2a^3}{lT^2\rho_1^2(1,000141)^3\left(1+\frac{\cos^2\varphi}{289,24}\right)}.$$

Par suite du renflement équatorial, les points de la surface de la Terre dont le sinus de la latitude géocentrique égale $\sqrt{\frac{1}{3}}$ se trouvant être les seuls pour lesquels le pendule oscille comme si la masse de la Terre était concentrée à son centre, nous faisons $\sin^2\varphi = \frac{1}{3}$, et par suite $\cos^2\varphi = \frac{2}{3}$. Nous avons également $\rho_1 = c\rho$ et $\rho = a\sin p$; substituant ces valeurs dans l'équation (7), elle devient

$$(8) \qquad \frac{S+E}{E} = \frac{4t^2\rho}{lT^2c^2\sin^3 p\,(1,000141)^3\left(\frac{434,86}{433,86}\right)}.$$

L'équation $\sin^2\varphi = \frac{1}{3}$ conduit à $\varphi = 35°15'52''$; en lui ajoutant l'angle de la verticale $10'51''$, la latitude géographique devient $35°26',43$, et la valeur correspondante de $\log c$ est $9,999515$. Si nous faisons $t = 1^s$, la valeur de l pour la latitude de $35°26'43''$ est $0^m,9992732$ (Everett, *Units and physical constants*, p. 21).

Substituant ces valeurs, ainsi que celles de $T = 31558149^s$ de temps solaire moyen, de $\rho = 6378390^m$ dans l'équation (8), elle devient

$$(9) \qquad p^3\left(\frac{S+E}{E}\right) = 226350000$$

ou

$$(10) \qquad p = 609.434\sqrt[3]{\frac{S+E}{E}},$$

expression dans laquelle p est exprimé en secondes d'arc.

En ce qui concerne les équations (9) et (10), le lecteur peut faire une comparaison avec les résultats donnés dans le mémoire de Hansen sur la parallaxe du Soleil, obtenue en se basant sur la théorie de la Lune (MNt, 1864, vol. XXIV, p. 11 : *Darlegung der theorischen Berechnung der in den Mondtafeln angewandten Störungen,* von P.-A. Hansen, zweite Abhandlung, S. 271), et avec ceux du Mémoire de Stone sur la valeur de la parallaxe déduite de l'inégalité parallactique du mouvement de la Terre (MNt, 1868, vol. XXVIII, p. 23; Le Verrier, CRH, 1872, t. LXXV, p. 166, et MNt, 1872, vol. XXXII, p. 322).

L'équation de l'inégalité parallactique du mouvement de la Lune déduite par Newcomb des théories de Plana et de Delaunay est

$$(11) \qquad Q = 0,24123 \frac{1 - M}{1 + M} \times \frac{p}{\sin P\left(1 - \frac{1}{6} m^2\right)};$$

en substituant dans cette équation les valeurs numériques de P et de m, et en transposant, on a

$$(12) \qquad p = (8,837088)\, Q \frac{1 + M}{1 - M},$$

équation où p serait connu si l'on avait Q et M.

(La quantité entre parenthèses est le logarithme du nombre qu'elle représente.)

En ce qui regarde les équations (11) et (12), le lecteur peut comparer les résultats consignés dans PTL, tome III, page 13; DTL, tome II, page 847, équation (342); WOb, 1865, Appendice II, page 24; MNt, 1880, tome XL, page 468.

L'équation du mouvement de la Terre par rapport au centre de gravité commun est (OPM, t. IV, page 47)

$$(13) \qquad dv = -\frac{M}{E + M} \times \frac{\sin p'}{\sin P'} \times \cos s' \sin(v' - v),$$

dans laquelle p' et P' sont les valeurs actuelles des parallaxes lunaires et solaires pour l'instant où l'on recherche dv.

Pour une lunaison donnée, dv est évidemment maximum lorsque $\sin(v'-v)=1$, ce qui arrive lorsque les longitudes du Soleil et de la Lune diffèrent de 90°.

Si maintenant nous avons une longue série de valeurs observées de dv embrassant plusieurs révolutions complètes du nœud de la Lune, dv aura pris toutes les valeurs possibles, et la moyenne de ces valeurs sera la constante de l'inégalité lunaire; p' aura pris toutes les valeurs qu'il peut avoir, et leur moyenne sera la constante de la parallaxe solaire, et enfin la Lune aura passé par toutes les latitudes dont la moyenne sera o.

En ce qui concerne P', le cas sera quelque peu différent.

P' sera égal à la constante de la parallaxe lunaire, plus une série de termes multipliés par des facteurs dépendant de l'anomalie moyenne du Soleil, de l'anomalie moyenne de la Lune, de la distance moyenne de la Lune à son nœud ascendant, et de la différence des longitudes moyennes du Soleil et de la Lune.

Tous ces termes, en exceptant ceux qui contiennent la différence des longitudes moyennes, prendront toutes les valeurs possibles, et s'évanouiront dans la moyenne.

La moyenne de toutes les valeurs de P' sera $P+$ des termes dépendant de la différence des longitudes moyennes du Soleil et de la Lune. (Strictement, ce serait la différence des longitudes vraies du Soleil et de la Lune.)

Revenant maintenant au second Volume de la théorie de la Lune de Delaunay, nous y trouvons que le seul terme de cette espèce contenu dans la parallaxe lunaire est celui numéroté (27), page 917, et sa valeur est $28'',1788 \cos 2D$.

Comme nous avons supposé que toutes nos observations de dv ont été faites lorsque $D=90°$, la valeur de ce terme

est — $28''$, 18, et la valeur moyenne de

$$P' = P - 28''18 = 3394,52.$$

Substituant cette valeur moyenne dans l'équation (13) et simplifiant les termes, on a

$$(14) \qquad p = 0,0164564\,L\left(\frac{E+M}{M}\right).$$

Le lecteur peut consulter, en ce qui regarde cette équation, Le Verrier, OPM, tome IV, page 100; Newcomb, WOb, 1865, Appendice II, page 28; E.-J. Stone, MNt, 1868, volume XXVIII, page 24.

MASSE DE LA LUNE.

Avant d'obtenir la parallaxe solaire au moyen des équations (12) et (14), il est nécessaire de connaître la masse de la Lune.

Considérons les différents moyens qui peuvent être employés pour la détermination de cette valeur.

Le premier essai dans ce sens a été fait par Newton en 1687, au moyen des marées.

Depuis cette époque, d'autres observateurs ont employé la même méthode, mais les difficultés théoriques et pratiques, inhérentes à ces observations, ont rendu les résultats si discordants qu'ils inspirent peu de confiance. Le plus exact d'entre eux est probablement celui qui est dû à M. W. Ferrel, du Coast-Survey des États-Unis, qui trouva, au moyen des marées de Brest, que la masse de la Lune était de $\frac{1}{77,14}$ et de $\frac{1}{78,64}$ au moyen des marées de Boston. Le chiffre le plus probable étant $\frac{1}{77,5}$ (*Journal Franklin Inst.*, 1871, t. LXI, p. 366).

En 1755, d'Alembert détermina la masse de la Lune au moyen des phénomènes de la nutation et de la précession,

mais on rencontre encore de grandes difficultés pour obtenir par ce moyen un résultat très exact.

L'essai le plus récent a été fait par M. E.-J. Stone (MNt, 1868, t. XXVIII, p. 43), qui considère que les équations à employer sont exactement celles du troisième ordre de la théorie lunaire. Les voici avec quelques changements dans la notation :

$$(15)\quad \begin{cases} \varepsilon = \dfrac{Ma^3}{Sa_2^3}, \\ \Psi = A\varkappa + B\varkappa\varepsilon, \\ \Omega = C\varkappa\varepsilon. \end{cases}$$

$$(16)\quad \begin{cases} A = 1 + \dfrac{3e_1^2}{2}, \\ B = 1 + \dfrac{3e^2}{2} - 6\gamma^2, \\ C = \dfrac{2\gamma}{\mu}\left(1 + \dfrac{3e^2}{2} - \dfrac{5\gamma^2}{2}\right). \end{cases}$$

En éliminant $\varkappa$ et ε des équations (15), et en introduisant les sinus des parallaxes à la place des moyennes distances, on obtient

$$(17)\qquad M = \frac{\sin^3 p\, A\Omega S}{\sin^3 P(C\Psi - B\Omega)},$$

équation qui devient

$$(18)\qquad M = \frac{[2,4115o5]\, A\Omega}{\sin^3 P(C\Psi - B\Omega)},$$

en substituant la valeur de $S\sin^3 p$ de l'équation (9). (Le nombre entre parenthèses est le logarithme de celui qu'il représente. On doit soustraire 10 de sa caractéristique.)

Nous prendrons

$$\begin{aligned} \gamma &= 0,04488663, \\ e &= 0,0548993, \\ e_1 &= 0,0167711, \\ \mu &= -19^\circ 21' 20'' = -0,337818 \text{ du rayon}, \\ P &= 3422'',7. \end{aligned}$$

La valeur donnée ici pour e est celle dont se sert Delaunay (DTL, t. II, p. 802).

La valeur de P est celle provenant des observations de Greenwich et du Cap de Bonne-Espérance, calculées par Breen (MAS, 1864, t. XXXII, p. 137) et E.-J. Stone (MAS, 1866, t. XXXIV, p. 16).

En subsistant ces valeurs dans (16) et (18), la dernière équation devient

$$(19) \qquad \frac{1}{M} = 47,0243 \frac{\Psi}{\Omega} - 175,705.$$

En ce qui concerne les équations (18) et (19), le lecteur peut consulter PTL, t. III, p. 25, 29; Le Verrier OPM, t. IV, p. 101; Serret, OPM, t. V, p. 324; Newcomb WOb, 1865, App. II, p. 28.

Delambre paraît avoir tiré, dès 1795, la valeur de la masse de la Lune des inégalités lunaires du mouvement de la Terre.

Elle est comprise effectivement dans l'équation (14); mais, comme nous nous proposons d'employer cette équation pour déterminer la parallaxe solaire, nous ne pouvons l'utiliser pour déterminer la masse de la Lune.

Il existe une autre méthode pour déterminer la masse de la Lune; elle consiste à comparer la chute des corps pesants à la surface de la Terre au mouvement de la Lune dans son orbite.

L'équation donnant cette comparaison sera semblable à l'équation (8), sauf en ce que les masses du Soleil et de la Terre seront remplacées par celles de la Terre et de la Lune, et qu'au lieu de $1,000141 \sin p$ nous devons employer la valeur particulière de P qui satisfait à l'équation (5); E + M est substitué, d'autre part, à S + E, et T est pris pour la durée de la révolution sidérale de la Lune, exprimée en secondes de temps moyen.

Désignant ces valeurs spéciales de T et de P par T_1 et

par P_1, nous avons

$$\frac{E+M}{M} = \frac{4t^2\rho}{lT_1^2 c^2 \sin^3 P_1 \left(\frac{434,86}{433,86}\right)}. \tag{20}$$

Ainsi, des quatre méthodes indiquées pour la détermination de la masse de la Lune, celle dépendant des marées n'est point suffisamment exacte; celle dépendant de l'inégalité lunaire du mouvement de la Terre ne peut être employée pour notre but; il reste donc uniquement les deux méthodes conduisant aux équations (19) et (20). Voyons les résultats qu'elles amènent.

Comme la valeur de la précession luni-solaire augmente avec le temps, nous la connaissons maintenant très exactement. J'adopte pour elle le chiffre dont se sont servis MM. Newcomb et Stone (WOb, 1865, App. II, p. 28; MNt, 1868, t. XXVIII, p. 43), soit 50″,378.

La constante de la nutation est bien plus incertaine. Les valeurs suivantes sont les plus modernes :

1842.	C. A. F. Peters (*Num. Con. Nut.*, p. 37).	9″,223
1844.	C. A. F. Peters (*Mém. Ac. Sc. Saint-Pétersbourg*), 7ᵉ série, t. III, p. 125	9,216
1856.	Le Verrier (OPM, t. II, p. 174........	9,23
1869.	E. J. Stone (MAS, t. XXXVII, p. 249)...	9,134
1872.	Nyren (*Mém. Ac. Sc. Saint-Pétersbourg*, 7ᵉ série, t. XIX, nº 2).............	9,236

En introduisant $\Psi = 50'',378$, la formule (19) donne la masse de la Lune correspondant aux trois valeurs suivantes de la nutation :

$$\Omega = 9,230, \quad M = \frac{1}{80,96},$$

$$\Omega = 9,223, \quad M = \frac{1}{81,15},$$

$$\Omega = 9,134, \quad M = \frac{1}{83,65}.$$

Le changement dans la masse de la Lune, produit par une modification infiniment petite de la nutation, est donné par la formule

$$(21) \qquad d\left(\frac{1}{M}\right) = -28,1\,d\Omega.$$

En partant de ce fait, que Peters attribue aux meilleures valeurs de la constante de la nutation une erreur probable de 0″,0154 et aussi de ce que la détermination subséquente de Stone s'écarte beaucoup des autres, on peut conclure que la vraie valeur de la nutation est affectée d'une erreur d'environ ± 0″,02, ce qui correspond à une incertitude de ± 0,56 dans l'inverse de la masse de la Lune.

La longueur du mois sidéral est de 2 360 591^s,8 de temps moyen.

En partant de la valeur observée de la constante de la parallaxe lunaire 3422″,7, la théorie de Plana attribue 3419″,62 et celle de Delaunay 3419″,59 à la valeur de P_1. J'adopte 3419″,6 et je substitue cette valeur ainsi que la précédente dans la formule (20). La masse de la Lune qui en découle est $\frac{1}{81,77}$ et le changement produit par une modification infiniment petite de la valeur de la parallaxe adoptée est donné par la formule

$$(22) \qquad d\left(\frac{1}{M}\right) = 5,925\,dP.$$

Le chiffre adopté généralement pour la parallaxe lunaire est tiré des calculs de MM. Breen et E.-J. Stone.

Les résultats obtenus par ces deux astronomes s'accordent à 0″,01.

L'erreur probable du chiffre donné par M. Breen n'est point connue, mais celle afférente à M. Stone est de ± 0″,049. Néanmoins il n'est pas improbable que l'erreur de la parallaxe puisse atteindre 0″,1 ou 0″,2. Or, une diffé-

rence de $0'',1$ produirait une erreur de $0,59$ dans l'inverse de la masse lunaire.

Il est probable que cette masse a pour valeur $\frac{1}{81,5}$, mais il est aussi possible que l'erreur atteigne un centième de cette évaluation.

La méthode de la précession-nutation peut être considérée comme une des plus favorables pour obtenir la valeur de la masse de la Lune ; mais les équations (21) et (22) montrent que cette méthode, aussi bien que celle du mouvement de la Lune dans son orbite, ne peuvent fournir une valeur de la masse à $\frac{1}{1000}$ près.

Dans ses travaux sur la Lune, Hansen adopte $\frac{1}{80}$ pour la valeur de la masse lunaire et dans ce qui va suivre je supposerai que cette valeur est comprise entre $\frac{1}{80}$ et $\frac{1}{83}$.

RECHERCHE DE LA PARALLAXE PAR LES MÉTHODES BASÉES SUR LA GRAVITATION.

Masse de la Terre. — En 1872, Le Verrier obtint la valeur de la masse de la Terre en partant des inégalités des mouvements de Vénus et de Mars, et des variations séculaires qu'elle produisait dans les éléments de leurs orbites. Il montra alors que la parallaxe solaire pouvait être déduite de la masse de la Terre en se servant d'une équation semblable à (10) (CRH, 1872, t. LXXV, p. 165-172; MNt, 1872, vol. XXXII, p. 322-328).

Il donna alors les parallaxes sans indiquer les masses employées, mais on voit de suite que leurs valeurs furent les suivantes :

(A), masse de la Terre obtenue au moyen des latitudes de Vénus, lors des passages de 1761 et de 1769 : $\frac{1}{325,165}$.

(B), valeur obtenue, après discussion des observations méridiennes de Vénus, pendant un intervalle de cent six ans : $\frac{1}{324,575}$.

(C). En partant de l'occultation de ψ^2 Verseau par Mars le 1[er] octobre 1672, on a $\frac{1}{323,746}$.

En substituant ces valeurs dans l'équation (10), on trouve pour la parallaxe solaire :

A....................	8",862
B....................	8,868
C....................	8,875

En prenant la masse de la Terre comme unité, le changement de la parallaxe produit par une augmentation de mille unités dans la masse du Soleil est donné par

$$dp = 0,00912\,dS. \tag{23}$$

Il est difficile d'estimer l'erreur des valeurs ci-dessus de la masse terrestre, mais M. Tisserand est porté à croire qu'elles peuvent affecter la parallaxe de $\pm$ 0,07 (CRH, 1881; t. XCII, p. 658). Comme les variations séculaires des éléments des orbites de Vénus et de Mars augmentent continuellement, elles atteindront à la fin une grandeur suffisante pour donner une valeur exacte de la masse de la Terre, et alors cette méthode fournira la parallaxe solaire avec la plus grande précision.

Inégalité parallactique. — Le professeur Newcomb a trouvé que la valeur de l'inégalité parallactique de la Lune, déduite par Hansen des observations de Greenwich et de Dorpat, est de 126",46 (WOb, 1865; App. II, p. 23).

M. E. J. Stone, en partant de 2075 observations lunaires, faites à Greenwich entre 1848 et 1866, a trouvé que l'inégalité parallactique était de 125",36 $\pm$ 0",4 d'erreur probable (MNt, 1867; vol. XXVII, p. 271).

Le professeur Newcomb, d'autre part, en partant des observations lunaires faites à Washington dans la période comprise entre 1862 et 1865, a trouvé que l'inégalité était de 125″,46 (WOb, 1865; App. II, p. 24).

A la suite d'une longue discussion sur ce même sujet, publiée dans le MNt, 1880, vol. XL, p. 386-411 et 442-472, MM. Campbell et Neison montrèrent que la valeur observée de l'inégalité parallactique pouvait s'élever (p. 467) soit à 125″,64 ± 0″,09, soit à 124″,64 ± 0″,25, la différence provenant de l'introduction ou non dans la théorie lunaire d'un quarante-cinquième terme annuel hypothétique.

En substituant ces valeurs de Q dans l'équation (12), on en conclut pour la parallaxe :

Masse de la Lune.	$\frac{1}{80}$.	$\frac{1}{81}$.	$\frac{1}{82}$.	$\frac{1}{83}$.
Q = 124″,64	8″,782	8″,780	8″,778	8″,776
125,36	833	831	829	827
125,46	839	837	835	833
125,64	851	849	847	845
126,46	910	908	906	904

Ces valeurs de la parallaxe sont peu affectées par la masse de la Lune et dépendent entièrement de l'inégalité parallactique; la relation différentielle entre p et Q étant

$$dp = 0,071\,dQ. \tag{24}$$

Les valeurs originales de Q sont affectées des erreurs provenant des équations personnelles, de l'irradiation, des défauts de netteté et de l'erreur qui peut exister dans le demi-diamètre de la Lune adopté.

Il est difficile d'estimer dans quelle proportion ces quantités sont éliminées du résultat final, mais ce qu'il en reste produit une incertitude atteignant probablement une fraction notable de seconde.

Inégalité lunaire du mouvement de la Terre. — Le Verrier, en partant des observations de Greenwich, Paris et Kœnigsberg, faites durant les périodes ci-dessous, a trouvé les valeurs suivantes pour l'équation lunaire de la Terre (OPM, IV, 100) :

		L.
Greenwich	1816-26,	6",45
	1827-50,	6,56
Paris	1804-14,	6,61
	1815-45,	6,47
Kœnigsberg	1814-30,	6,43

La moyenne est 6",50 ± 0",023.

Le professeur Newcomb a ajouté à ces chiffres les suivants (WOb., 1865; App. II, p. 25 et 26) :

		L.
Greenwich	1851-64,	6",56 ± 0",04
	1861-65,	6",51 ± 0",07

En partant de ces valeurs de L, l'équation (14) conduit aux valeurs suivantes pour la parallaxe :

Masse de la Lune.	$\frac{1}{80}$.	$\frac{1}{81}$.	$\frac{1}{82}$.	$\frac{1}{83}$.
L = 6",50	8",664	8",770	8",878	8",985
6,51	678	784	892	999
6,56	744	851	960	9,068

Il semblerait que la valeur de L devrait être dégagée des erreurs systématiques, puisqu'elle dépend d'observations solaires qui sont toujours faites de la même manière.

La relation différentielle qui existe entre la parallaxe, la masse de la Lune et l'inégalité lunaire de la Terre, est

$$(25) \qquad dp = 1,36\, dL + 0,107\, d\left(\frac{1}{M}\right).$$

Il sera difficile de déterminer la vraie valeur de L avec une approximation supérieure à $\pm 0'',02$, et l'inverse de la masse lunaire est maintenant incertaine à moins de $\pm 0'',5$. L'erreur probable de la parallaxe solaire est alors de $\pm 0'',06$.

MÉTHODES PHOTO-TACHYMÉTRIQUES.

Les méthodes photo-tachymétriques sont presque récentes; leur origine remonte à 1850, lorsque MM. Fizeau et Foucault donnèrent leur procédé de mesure de la vitesse de la lumière en se servant de petites distances terrestres.

De cette vitesse obtenue, on peut ainsi conclure la parallaxe solaire par deux méthodes différentes.

1° En partant du temps que met la lumière pour traverser la moyenne distance entre la Terre et le Soleil, et de sa vitesse mesurée directement, on tire

$$\tan p = \frac{\rho}{V\theta}. \tag{26}$$

2° En partant, d'autre part, de ce que le rapport de la vitesse de la Terre dans son orbite à la vitesse de la lumière représente la constante de l'aberration, et en combinant cette constante avec la vitesse de la lumière mesurée directement, on a

$$\tan p \frac{2\pi\rho}{T.V \tan\alpha \sqrt{1-e_1^2}}, \tag{27}$$

en éliminant maintenant p et V entre (26) et (27), on obtient

$$\tan\alpha = \frac{2\pi\theta}{T\sqrt{1-e_1^2}}, \tag{28}$$

qui montre la relation entre α et θ.

J'adopte pour les constantes de ces équations les valeurs suivantes :

$$\rho = 6378{,}39^{\text{km}} \text{ (valeur du col. Clarke)},$$
$$T = 31558149^{s} \text{ de temps moyen},$$
$$e_1 = 0{,}016771.$$

Les équations deviennent alors

$$p = \frac{[9{,}11914]}{\theta V}, \tag{29}$$

$$p = \frac{[7{,}73269]}{\alpha V}, \tag{30}$$

$$\theta = [1{,}38644]\alpha, \tag{31}$$

les quantités entre parenthèses étant les logarithmes des nombres qu'ils représentent. Le lecteur peut consulter, en ce qui regarde les équations (26), (27), (28), Cornu, OPM, t. XIII, p. A. 299-A. 301.

Vitesse de la lumière. — Les nombres suivants sont tirés des principales déterminations expérimentales faites entre deux points de la surface de la Terre :

		km
1849.	Fizeau (CRH, 1849, t. XXIX, p. 90).	315 320
1862.	Foucault (CRH, 1862, t. LV, p. 796; *Recueil des travaux scientifiques de Léon Foucault*, p, 216-226)........	298 000
1874.	Cornu (OPM, t. XIII, p. 293)...	300 400
1876.	Helmert (ANn, 1876, Bd. LXXXVII, S. 126)........................	299 990
1879.	Michelson (*Proc. Amer. Assoc.*, 1879, p. 124-160)......................	299 940
1881.	Young et Forbes (*Nature*, 1881, vol. XXIV, p. 303).........................	301 382

Équation de la lumière. — Le temps employé par la lumière pour traverser le rayon moyen de l'orbite terrestre est appelé ordinairement *équation de la lumière*, et nous

avons seulement deux déterminations de sa valeur, faites avec les éclipses des satellites de Jupiter, savoir :

		s
1792.	Delambre, au moyen de plus de mille éclipses des satellites de Jupiter (*Astronomie,* par Jérôme Lefrançais (Lalande), 3e édition, Paris, 1792, t. Ier; *Tables astronomiques,* p. 238, et *Tables écliptiques des satellites de Jupiter,* par M. Delambre; Paris, 1817, p. VII..........	493,2
1874.	Glasenapp (*Investigation of the eclipses of Jupiter's satellites. A Dissertation for the degree of master of Astronomy,* by S. Glasenapp, publié en russe à Saint-Pétersbourg, 1874, p. 131)...............	500,84

M. Glasenapp considère que l'erreur probable de sa détermination est de $\pm 1^s,02$.

Aberration. — Nous donnons ici les principales déterminations de la constante de l'aberration :

		"
1728.	Bradley (PTr, 1728, p. 655)..........	20,25
1821.	Brinkley (PTr, 1821, p. 350)..........	20,37
1840.	Henderson (MAS, 1840, vol. XI, p. 248)...	20,41
1843.	W. Struve (ANn, 1843, Bd. XXI, S. 58)..	20,445
1844.	C. A. F. Peters (ANn, 1844, Bd. XXII, S. 119)........................	20,503
1850.	Maclear (MAS, 1851, vol. XX, p. 98)...	20,53
1861.	Main (MAS, 1861, vol. XXIX, p. 190)....	20,335

Parallaxe solaire. — La Table ci-après donne les valeurs de la parallaxe déduites de celles de V, θ, α, au moyen des équations (29) et (30). J'ai rejeté le chiffre donné par MM. Fizeau et Foucault, parce qu'il peut être considéré comme une première approximation, les détails de l'opération n'ayant point été publiés.

Je n'ai point utilisé la valeur tirée par Helmert des observations de M. Cornu, qu'il a discutées à nouveau.

La dernière colonne donne les valeurs des α et θ provenant de l'introduction des valeurs de θ et α dans l'équation (31) :

Vitesse de la lumière....	299 940	300 400	301 382	
Équation de la lumière.				Aberration.
s	"	"	"	"
493,20.......	8,894	8,880	8,851	20,26
500,84.......	8,758	8,745	8,716	20,57

Aberration.				Équation de la lumière.
"	"	"	"	s
20,25........	8,897	8,883	8,854	493,02
335.......	8,860	846	817	495,09
37........	844	831	802	495,94
41........	827	814	785	496,91
445.......	812	799	770	497,76
503.......	787	773	745	499,19
20,53........	775	762	734	499,84

Les relations différentielles en p, θ, α et V sont données par les équations

$$dp = -0{,}0177\,d\theta - 0{,}0295\,dV, \quad (32)$$

$$dp = -0{,}432\,d\alpha - 0{,}0295\,dV. \quad (33)$$

θ est exprimé ici en secondes de temps moyen, α en secondes d'arc, et V en milliers de kilomètres.

Pour déterminer p avec une erreur probable ne dépassant point $\pm 0'',01$, l'erreur probable des autres quantités ne devrait point dépasser : pour θ, $\pm 0'',40$; pour V, $\pm 240^{km}$, pour α, $\pm 0'',016$, et pour V, $\pm 240^{km}$.

En dehors de ce qui peut être dit relativement à V, il est certain que nos connaissances sur θ et α ne comportent point ce degré d'approximation.

L'erreur probable de p paraît être au moins de $\pm 0'',05$.

La méthode phototachymétrique offre d'ailleurs de sérieuses difficultés théoriques. Nous les énumérons :

1° Comme nous ignorons la constitution intime des espaces interplanétaires, nous n'avons aucun moyen assuré de passer de la vitesse de la lumière observée à la surface de la Terre à celle qui se transmet dans l'espace.

2° Il n'y a point de preuve rigoureuse que la constante de l'aberration donne exactement le rapport de la vitesse de la lumière à la vitesse de la Terre.

3° La vitesse de la lumière est celle de la transmission d'une onde simple, tandis que, par les méthodes de Fizeau et de Foucault, on détermine la vitesse d'un groupe d'ondes, et lord Rayleigh a montré que ces deux valeurs ne sont pas nécessairement les mêmes.

Si la théorie ordinaire de l'aberration est acceptée, la vitesse de la lumière à laquelle elle se rapporte est celle d'une simple onde, tandis que la vitesse déterminée par les éclipses des satellites de Jupiter est celle d'un groupe d'ondes (*Nature,* 1881, vol. XXIV, p. 382 et 460).

En ce qui concerne la théorie de l'aberration, le lecteur peut consulter : *Annales de Chimie et de Physique,* 1818, t. IX, p. 57; *Œuvres complètes d'Augustin Fresnel,* t. II, p. 627; Stokes, dans *L. E.* et *D. Phil. Mag.,* 1845, vol. XXVII, p. 9; 1846, vol. XXVIII, p. 76; 1846, vol. XXIX, p. 6; Klinkerfues, dans ANn, 1866, Bd. LXVI, S. 337; 1868, Bd. LXX, S. 239; 1870, Bd. LXXVI, S. 33; Sohncke, ANn, 1867, Bd. LXIX, S. 209; Hock, ANn, 1867, Bd. LXX, S. 193; Veltmann, ANn, 1870, Bd. LXXV, S. 145; Airy, *Greenwich observations,* 1871, p. CXIX; *Proceed. Roy. Soc.,* 1873, vol. XXI, p. 121; Villarceau, *Connaissance des Temps,* 1878, Additions; Michelson, *Journal,* 1881, vol. XXII, p. 120.

CONCLUSIONS.

Nous présentons ici, pour la commodité du lecteur, les valeurs extrêmes de la parallaxe solaire obtenues dans les pages qui précèdent.

On remarquera toutefois que, dans le choix des chiffres, nous avons omis ceux résultant des discussions antérieures à 1857, en exceptant ce qui a rapport au transit de 1761 ainsi que la plus petite des deux valeurs déduites du passage de 1769.

Méthodes trigonométriques.

Résultats des observations méridiennes de Mars.	8″,84 —	8″,96
» observations diurnes de Mars...	8,60 —	8,79
» astéroïdes....................	8,76 —	8,88
» passage de Vénus de 1761......	8,49 —	10,10
» » 1769.....	8,55 —	8,91
» » 1874......	8,76 —	8,85

Méthodes ayant pour base la gravitation.

Au moyen de la masse de la Terre....	8″,87 ± 0″,07
» de l'inégalité parallactique..	8,78 — 8,91
» de l'inégalité lunaire......	8,66 — 9,07

Méthodes photo-tachymétriques.

Équation et vitesse de la lumière.....	8″,72 — 8″,89
Vitesse et aberration...............	8,73 — 8,90

Pour obtenir une valeur définitive de la parallaxe solaire, il serait maintenant nécessaire de former des équations de condition comprenant les relations entre les divers éléments qui entrent dans les calculs; de donner un poids à ces équations et de les résoudre par rapport à p par la méthode des moindres carrés. Mais quel en serait le résultat?

Il est évident qu'en adoptant des poids convenables toutes les valeurs comprises en 8″,8 et 8″,9 pourront être obtenues, et, quel que soit le résultat, on croirait qu'il est dû à la façon particulière dont ces poids auront été choi-

sis (¹). Or, nous pouvons seulement dire que la parallaxe paraît comprise entre 8″,75 et 8″,90 et qu'elle est probablement 8″,85 environ.

Quelle que soit la manière dont on attaquera le problème, le résultat s'écartera peu de cette valeur moyenne.

Toutes les méthodes accusent une erreur probable d'environ ± 0,06, et aucune ne paraît avoir de supériorité réelle sur les autres.

Nous avons presque dépassé le pouvoir propre de nos instruments et une approximation nouvelle ne peut être obtenue qu'au prix d'un travail excessif.

Au commencement du XVIIIe siècle, l'incertitude de la parallaxe atteignait 2″; maintenant, elle est de 0″,15 environ. Pour approcher davantage du résultat vrai, nous avons besoin de connaître plus exactement les masses de la Terre et de la Lune, l'inégalité parallactique de la Lune, l'équation lunaire de la Terre, les constantes de la nutation et de l'aberration, la vitesse de la lumière, ainsi que son équation.

Toutes ces recherches seront poursuivies avec le temps, mais d'autres aussi importantes ne peuvent être faites que lorsque certaines planètes arrivent dans des positions déterminées.

Parmi ces dernières figurent les observations de Mars, au moment où son opposition coïncide avec sa plus petite distance à la Terre, et les passages de Vénus.

En 1874, tous les astronomes pensaient et espéraient que le passage de Vénus, arrivant en décembre de la même année, donnerait la parallaxe du Soleil avec une approximation de 0″,01.

Ces espérances furent déçues et, maintenant que nous approchons du deuxième passage, l'enthousiasme est bien moindre qu'il y a huit années.

(¹) Il y a dans le texte *cooked in the weighting*.

Toutefois, les astronomes du xxe siècle nous déclareraient coupables si nous négligions quelque point du passage de 1882.

Les observations des contacts seront faites certainement en grande quantité, mais nos efforts ne devront point se borner à ces mesures. Nous avons vu que l'erreur provenant de l'observation d'un contact était de $\pm 0'',15$, qu'il peut y avoir un doute sur le moment précis de la phase observée, et aussi qu'un nuage peut faire manquer toute l'observation ; à côté de cela, la méthode photographique ne peut échouer par suite de la présence de nuages passagers ; elle n'est point exposée à une interprétation incertaine ; elle semble exempte des erreurs systématiques, et est assez exacte pour que l'erreur provenant de la mesure d'un seul négatif reste au-dessous de $0'',55$.

Si le Soleil est visible pendant quinze minutes seulement durant le passage, on peut prendre trente-deux épreuves, et, avec leur mesure, on doit obtenir un résultat aussi exact qu'avec l'observation des deux contacts internes.

En présence de ces faits, ne peut-on pas dire que l'emploi de la Photographie offre plus de chances de succès et plus d'exactitude que l'observation des contacts.

Le passage de 1882 ne donnera point, à lui seul, la valeur de la parallaxe, mais il contribuera à la donner soit directement, en utilisant la méthode trigonométrique, soit indirectement, par les méthodes de la gravitation, sur lesquelles reposera en dernier compte la solution exacte du problème.

Comme notre connaissance de la masse de la Terre dépend de quantités qui vont en croissant avec le temps, le chiffre qui l'exprime finira par être obtenu avec une grande exactitude et la parallaxe solaire atteindra le même degré d'approximation.

Longtemps avant que ce jour heureux ne luise, la génération actuelle des astronomes aura rejoint celles qui re-

posent dans le silence, mais elle aura eu la satisfaction de savoir que ses efforts n'auront point été inutiles à l'accroissement d'une somme de connaissances, héritage légué à ses successeurs.

Washington, D. C., octobre 1881.

SUR LE PASSAGE DES PROJECTILES A TRAVERS LES MILIEUX RÉSISTANTS, SUR L'ÉCOULEMENT DES SOLIDES ET SUR LA RÉSISTANCE DE L'AIR AU MOUVEMENT DES PROJECTILES;

PAR M. MELSENS.

EXTRAIT.

Dans trois Notes que l'Académie (1) m'a fait l'honneur d'accueillir avec bienveillance et dans une Note plus développée, publiée en 1872 (2), j'ai montré expérimentalement qu'un projectile sphérique, traversant l'air, est précédé d'une quantité considérable de ce fluide que l'on peut recueillir, en totalité ou en partie, et séparer, ainsi, de l'air qui suit le projectile, ou qui se trouve sur ses bords. J'ai attribué à cet air des effets spéciaux, dus à sa condensation à la partie antérieure de la balle.

En effet, quand on considère un projectile qui a fait un assez long trajet dans l'air et qui frappe un obstacle solide, en y pénétrant, on voit, en analysant les phénomènes mécaniques qui se passent, que ce projectile exerce trois actions très différentes; celles-ci se succèdent dans un intervalle de temps très court :

(1) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, septembre 1867, novembre 1869 et avril 1872.

(2) *Note sur les plaies produites par les armes à feu* (*Journal de la Société royale des Sciences naturelles et médicales de Bruxelles;* 1872).

1° Action due à la matière, au poids, à la forme et à la vitesse du projectile.

2° Action due à l'élasticité du gaz, dont le volume augmente subitement, au moment de l'arrêt par un obstacle solide.

3° Action du solide qui se déforme, ou se brise, sans changement sensible de volume et frappe les obstacles solides déjà entamés, sans doute, par l'action du *projectile-air,* l'air étant considéré comme partie intégrante du projectile.

Tandis que la force vive, ou le travail dû à l'action d'un balancier, d'un marteau ordinaire, ou d'un marteau-pilon (tombant d'une hauteur donnée, toujours peu considérable et animé d'une vitesse, en général, très faible, comparativement à celle des projectiles), peut se mesurer assez exactement en fonction de la masse, de la hauteur de chute et de la poussée dans quelques cas (sans qu'il y ait lieu de se préoccuper de l'air qui l'accompagne), les conditions changent lorsqu'il s'agit du *projectile-air*, dans le cas du tir. En effet, sa masse, son volume, ou sa densité, ainsi que sa forme, nous échappent, de même que les actions résultant de l'élasticité du fluide.

J'ai l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie l'ensemble des fragments de la balle et de l'obstacle, provenant de l'un des nombreux tirs que j'ai faits, la balle ayant traversé l'obstacle, après un parcours d'environ sept mètres dans l'air.

J'ai employé un bloc parallélépipédique de fonte, de 11^{mm} d'épaisseur, de 100^{cq} de surface, environ, suspendu librement, la face du côté du tireur étant blanchie par une couche de craie. La balle qui traverse cette face est en bronze ; elle est animée d'une vitesse initiale d'environ 400^{m} par seconde. L'expérience est disposée de façon à pouvoir recueillir tous les fragments dans des linges, de la sciure de bois, des étoupes, ou de la ouate. Ces

fragments peuvent être ensuite juxtaposés comme on le voit dans les cinq pièces principales ci-jointes.

1° Fragment du bloc de fonte, offrant, du côté du tir, une ouverture d'un diamètre un peu supérieur à celui de la balle, sous la forme d'un cylindre légèrement évasé vers le bas (*fig.* 1), se raccordant avec un cône qui s'évase ensuite brusquement, de façon à former un cercle irrégulier, correspondant à la face opposée au tir; ce cercle a un diamètre double de celui de l'entrée; ce solide se compose de sept fragments. La *fig.* 2 représente le bloc vu du côté opposé au tir.

2° Disque bombé (cône évasé) présentant des cassures, au nombre de neuf, rayonnant à partir du centre correspondant au point *d'impact* (*fig.* 3).

3° Fragment cylindro-conique, qui porte une excavation produite par la balle. On remarque, au centre, un petit point blanc, dû à la présence de la craie, qui n'a pas été enlevée autour du point *d'impact* (*fig.* 4).

Les solides des *fig.* 3 et 4 rempliraient l'ouverture formée par le passage de la balle. — La *fig.* 4 *bis,* coupe suivant *ab* (*fig.* 1, 2 et 3), montre l'excavation produite dans le bloc.

4° Trois fragments irréguliers, provenant de la partie de la balle du côté opposé au tir [1].

5° Vue de la partie antérieure de la balle, qui a frappé l'obstacle (*fig.* 5). On remarquera que cette partie, restée à peu près sphérique, est, cependant, régulièrement, un peu aplatie. La balle, coupée par le centre, présenterait le cône de rupture, signalé par les artilleurs dans le bris des projectiles en fonte, de gros calibre, comme on le voit dans les *fig.* 8, 10 et 11. Le point central de la partie antérieure est parfaitement lisse, tel qu'il est sorti du moule à balle, tandis que, tout autour de lui, il offre des

---

[1] On a jugé inutile de donner les figures de ces fragments irréguliers.

éraillures très caractérisées, ayant l'apparence de cercles concentriques, le centre étant resté brillant; celui-ci correspond à la tache blanche au centre du creux (*fig.* 4 et 4 *bis*) enlevé au bloc.

Il résulte des expériences que j'énumère dans mon Mémoire que l'air accumulé, en avant du projectile, y forme une couche capable, dans les cas de grandes vitesses, de s'opposer au contact *immédiat, absolu,* des deux solides et, particulièrement, au point où la trajectoire rencontre le solide frappé, c'est-à-dire au point *d'impact,* l'incidence étant sensiblement normale; c'est ce que j'ai avancé depuis longtemps et prouvé par une série de tirs nombreux.

Des centaines d'expériences, faites en employant des balles de métaux, ou d'alliages différents, donnent, quant aux observations principales, exactement les mêmes résultats. Les phénomènes ne sont pas essentiellement différents, en employant, comme obstacle, des métaux, ou des matières différentes, conformément à mes observations de 1867, 1869 et 1872.

J'ose donc affirmer, de nouveau, qu'une balle sphérique, marchant à grande vitesse, ne touche jamais *immédiatement* l'obstacle au point mathématique de l'*impact,* soit qu'elle traverse des milieux, soit qu'elle s'y enfonce seulement, soit qu'elle les brise, l'observation, bien entendu, se faisant au moment du choc. J'ajoute la contre-épreuve aux échantillons précédents.

En effet, dans le fragment (*fig.* 5) représentant la balle vue du côté qui a frappé l'obstacle, on voit encore la sphéricité de la balle bien conservée; or, la balle de cuivre (*fig.* 6) a été lancée contre le même obstacle, à faible vitesse; après le tir, la craie du bloc adhérait au milieu de la surface de la balle aplatie, correspondant au point d'*impact;* cette craie est tombée ensuite, mais on voit parfaitement, à la loupe, la trace de l'empreinte de la craie,

ce qui prouve que l'air ne formait pas, comme dans le cas précédent, une couche résistante à la partie antérieure de la balle ; sa vitesse, en effet, n'était que de 70^m à 80^m, environ, par seconde.

Les *fig.* 7 à 13 représentent les formes de la partie antérieure des balles, qui, animées d'une vitesse d'environ 400^m par seconde, ont traversé des obstacles en fonte ; elles prouvent que les balles restent bombées, dans les cas de grandes vitesses, même lorsque l'on a affaire à des métaux mous ou friables (*fig.* 7, balle de bronze ; *fig.* 8, balle de zinc ; *fig.* 9, balle de plomb ; *fig.* 10, balle d'étain ; *fig.* 11, balle de laiton ; *fig.* 12, balle de cuivre rouge non brisée). On remarquera que, sur la balle de bronze (*fig.* 7), la couture du moule reste parfaitement indiquée. La balle de bronze, très malléable (*fig.* 13), a traversé l'obstacle sans être brisée ; la partie antérieure sphérique, mais légèrement applatie, est intacte, au centre, comme celle de la *fig.* 5. La partie enlevée au bloc de fonte plus épais que le bloc des *fig.* 1, 2, 3, 4 et 4 *bis*, est représentée dans la *fig.* 14 et l'on observe, encore, au centre la faible trace de la craie.

J'ai décrit, succinctement, dans mes Mémoires cités plus haut, les divers appareils qui m'ont servi à receuillir l'air qui précède les projectiles marchant à grandes vitesses ; je mets sous les yeux de l'Académie l'un des dispositifs qui ont servi aux expériences qui font l'objet de la présente Note.

L'Académie reconnaîtra la similitude des phénomènes, que j'ai constatés, avec les effets remarquables, étudiés et analysés par l'un des savants membres de la Section de Mécanique ; je veux parler de l'*écoulement des solides* étudié par M. Tresca.

Je serais amené à des développements trop étendus, si

je voulais traiter la question de l'écoulement des solides, dans le cas spécial que je soumets à l'Académie; je dois me borner à rappeler des passages du Rapport de M. le général Morin ([1]), qui considérait les expériences de M. Tresca comme étant de nature à rendre compte, d'une manière générale, des ruptures singulières que détermine, dans les objets frappés, le choc des boulets, lesquels n'agissent que par un *impact* de peu d'étendue. Il analysait les phénomènes qui se passent, lors de l'écoulement du plomb solide, sous forte pression, en faisant remarquer les mouvements de convergence des molécules affluant de tous côtés vers l'orifice, obéissant aux pressions qui, de la partie supérieure du bloc, se propagent dans toute la masse et déterminent ce que, pour les liquides, on a nommé la *contraction* de la veine.

Le savant rapporteur concluait ainsi : « Lorsqu'un solide se déforme, sous l'influence d'actions extérieures, cette déformation peut être considérée comme le résultat d'un écoulement, qui a lieu dans la masse même du solide, à partir des points les plus pressés et dans la direction où les obstacles à cet écoulement sont les moindres. »

Les tirs que je décris aujourd'hui ont lieu dans un bloc de fonte présentant dans sa masse un tronc de cône creux, vers le fond duquel se trouve un cylindre en acier (*fig.* 15), creusé de façon à former le prolongement du premier cône ; il est terminé, à son extrémité, par une ouverture circulaire de 3^{mm} à 5^{mm} de diamètre.

Une balle (de $0^{m},017$ de diamètre), qui serait comprimée dans ce cône par une forte pression, épouserait la forme d'un cône creux dans sa partie rétrécie, et sortirait partiellement, par l'ouverture, en présentant un cylindre

---

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXVIII, 1er semestre 1868, p. 263.

de la forme de l'ouverture, ou ayant sensiblement son diamètre. Les *fig.* 16, 17, 18, 19 et 20 représentent la balle, le cône, une balle, modérément comprimée dans le cône creux, une balle dont une partie émergée du cône et la forme complète du cône en plomb que l'on y a fondu.

Voici, maintenant, ce qui se passe lorsqu'une semblable balle pénètre dans ce creux, à la suite du tir. Dans ce cas, le bloc est en communication avec un dispositif (*fig.* 15, 21 et 22) destiné à recueillir l'air qui précède le projectile et qui consiste en un canon de fusil, vissé dans le gros bloc et rattaché à un réservoir d'eau, contenant une cloche destinée à recueillir l'air. Le canon, le réservoir et la cloche ont été préalablement remplis d'eau.

Lorsqu'une balle est lancée dans le cône, une partie du plomb de la balle passe par l'ouverture et se rend avec l'air dans le canon, où l'on retrouve, détachés de la balle, des fragments de plomb, une portion restant fixée dans le cône et faisant fonction d'obturateur. La force vive, due à la vitesse de la balle, opérait donc comme la pression dans l'expérience de M. Tresca, réalisée à l'aide de la presse hydraulique ou du balancier et l'écoulement de la balle, ainsi que celui de l'air, se faisait par l'orifice du cône.

Pour empêcher l'écoulement de l'eau avant le tir, on plaçait une calotte sphérique, de laiton très mince, du diamètre de la balle, dans la partie rétrécie du cône, ou tout autre obstacle très léger, du papier, de la graisse, un peu d'argile, etc.

L'appareil, très solidement fixé, recevait la balle, dont une portion s'écoulait par l'ouverture du cône. Or, les fragments détachés simulent, par leur forme, d'une manière frappante, les figures classiques des veines fluides écoulées par des orifices en mince paroi. Pour les solides, il y a, sans doute, rupture aux rétrécissements et les gouttes se détachent, puisqu'on les retrouve, en général, isolées dans l'eau du canon de fusil avec quelques débris informes.

Je présente (*fig.* 19) une balle ayant subi une compression à fond, une autre, à moitié forcée dans le cône (*fig.* 18), comparativement à la balle avant le tir (*fig.* 16).

Je présente, en outre, des balles qui n'ont pas pénétré à fond et qui, parfois, ricochent avec violence en avant (*fig.* 23, 24 et 25).

Quelques balles, tirées et déformées dans le cône, sont absolument pointues (*fig.* 26, 27, 28, 29, 30 et 31); d'autres montrent une goutte oblongue qui adhère encore (*fig.* 32, 33, 34 et 35); la *fig.* 37 représente les formes de quelques grosses gouttes détachées.

Dans mon Mémoire, je donne une description détaillée des tirs; ceux-ci doivent être exécutés avec prudence, à cause des ricochets possibles. Les balles, dans ces cas, présentent les formes des *fig.* 23, 24, 25 et 36.

Il me reste, à propos de ces tirs et de l'appareil présenté, un fait important à signaler, à mon sens : c'est l'aotion mécanique que l'air, l'eau et le solide exercent, quand on force le projectile et l'air qui le précède, sous forme de *proue,* à se rendre dans le canon de fusil fixé à l'extrémité du cône.

On sait que, si on laisse de l'air entre la charge d'un fusil et la bourre, le canon recule violemment et peut, même, s'enfler ou crever; un tampon de neige, ou de terre, qui bouche l'extrémité d'un canon de fusil (je parle de canons d'anciennes fabrications) le fait presque toujours éclater, à la décharge. Le canon d'un fusil éclate, encore, si l'on tire lorsque son extrémité libre plonge dans l'eau. On attribue ces ruptures à la rapidité avec laquelle le mouvement, provoqué par les gaz de la poudre, s'exerce sur les parois, avant d'avoir déplacé l'obstacle, quelque faible qu'il soit, à la libre expansion des gaz.

Or, voici ce qui m'est arrivé en lançant des balles dans l'appareil, constituant un tout représenté par les *fig.* 15, 21 et 22, c'est-à-dire dans le cône solidaire d'un canon de

fusil, intact, bien entendu, qui a servi dans quelques-unes de mes expériences. Ce canon, en fer de première qualité, de 1^m de longueur, a d'abord été crevé à $0^m,46$ de la culasse, comme on le voit sur la *fig.* 22, en f'; la fente, très large, du reste, s'étendait sur une longueur de $0^m,7$. On fit scier le bout détérioré, ce qui réduisit la longueur du canon à $0^m,42$; l'épaisseur variable de ce tronçon était de $0^m,003$ au minimum. Un nouveau tir détermina une fente étroite, ayant $0^m,11$ de longueur, mais, de ce côté, se rapprochant de la culasse, l'épaisseur minimum des parois était de $0^m,005$ [*fig.* 21 (f)]. Enfin, forcé de ne laisser qu'un bout libre de $0^m,085$, celui-ci fut crevé, en présentant une large fente (f', f') sur toute sa longueur et sur une portion de la partie filetée et vissée dans le bloc de fonte; la réaction fut assez forte pour fendre celui-ci dans toute sa longueur. Or, ce bloc, à section presque carrée, long de $0^m,140$, n'avait pas moins de $0^m,07$ de côté; la paroi fendue dans toute sa longueur, avait une épaisseur de $0^m,02$ sur une longueur de $0^m,05$; l'épaisseur n'était que de $0^m,015$ sur une longueur de $0^m,04$, et se terminait en un cône ouvert, allant en s'amincissant sur une longueur de $0^m,05$ environ. On voit la trace de cette fente sur la *fig.* 15, en f, f, f; bien plus, le cône intérieur mobile (*fig.* 17, en f) et *fig.* 15, souvent en acier à faible trempe, a été fendu de même, ainsi que plusieurs des tubes recourbés à angle droit [*fig.* 22 (b', b)], qui se rendent dans la cloche-éprouvette destinée à recueillir l'air; celle-ci, d'abord, en verre épais, a été remplacée, à différentes reprises, par des cloches de verre consolidées par des garnitures de métal, puis, enfin, par des cloches-éprouvettes en métal; les cloches de verre, garnies ou non, sont souvent brisées et l'expérience est perdue. Pour prouver l'effet considérable du gaz lancé dans l'éprouvette, je mets sous les yeux de l'Académie une cloche de zinc fendue par le tir sur une longueur de $0^m,17$ [*fig.* 22 (F)].

Je fais usage de simples tubes en caoutchouc épais pour relier le canon de fusil au tube recourbé à angle droit qui se rend dans le vase servant de cuve à eau et sous la cloche destinée à recueillir l'air; on comprend qu'il faut fixer celle-ci solidement pour l'empêcher d'être projetée; cette disposition est indiquée en *n*, *n* (*fig.* 22).

Les données expérimentales de cette Note et de celles déjà publiées par l'Académie et la Société royale des Sciences naturelles et médicales de Bruxelles, eu égard à l'air qui accompagne les projectiles, me paraissent avoir une importance réelle, lorsqu'il s'agit de déterminer la résistance que l'air oppose aux projectiles de formes diverses, animés de vitesses différentes et, pour le même projectile, suivant les points de la trajectoire où l'on détermine cette vitesse.

Il me paraît que l'on a trop peu porté l'attention sur les considérations physiques et mécaniques qui se rapportent à un projectile se mouvant dans l'air et accumulant ce gaz (mélange d'azote, d'oxygène, de vapeur d'eau, etc.), qu'il emporte avec lui pendant une partie de son trajet; or, cet air se détend lorsque la vitesse diminue. On peut présumer que la forme antérieure de la masse totale d'air, qui se meut avec le projectile, s'accumule au point de transformer la masse composée en une masse ogivale, si l'on considère l'ensemble de la masse du projectile accompagné de son air comprimé. Quand la vitesse diminue, l'air antérieur se disperse.

Quant au vide que l'on admet, en général, à l'arrière des projectiles, qui, animés de grandes vitesses, ont marché pendant quelque temps, il doit avoir pour effet de diminuer la vitesse de translation; car, par ce fait, la résistance, en avant, doit être augmentée, quelle qu'en soit, du reste, la valeur absolue.

On a dû recourir à l'expérience pour se rendre compte de l'intervention de la résistance de l'air et en donner les

lois dans la détermination de la trajectoire des projectiles, différant par la forme, la matière, etc..., et par leur rotation propre, afin de savoir, par exemple, si la résistance de l'air, pour certains projectiles, est, ou non, proportionnelle à la section maximum du projectile et au carré, ou au cube de la vitesse, pour les vitesses très grandes, comme pour les vitesses très petites. Or, la loi du carré ne se vérifie plus, pour les vitesses moyennes. Ces faits, à ma connaissance, ne sont pas encore expliqués par l'Analyse mathématique.

Il me semble qu'il peut exister quelque analogie entre ces résultats et ceux constatés dans les tirs de balles de plomb contre un obstacle en plomb, et d'où il résulte, comme je l'ai prouvé, qu'aux grandes et aux faibles vitesses, la balle de plomb ne se soude pas sur l'obstacle de plomb; elle se soude, au contraire, par ses bords, si la vitesse est moyenne. (Ces expériences ont été faites et répétées souvent, à 50^{m}, 250^{m} et 400^{m} de vitesse).

On peut, même, se demander si ce phénomène de l'accumulation de l'air en avant du projectile, mais se produisant, sur un même trajet, dans deux circonstances différentes, n'intervient pas, par exemple, pour ralentir la chute d'un projectile sphérique que l'on aurait, d'abord, lancé verticalement.

Poisson a calculé que la durée de la montée et celle de la descente sont inégales. On déduit de ses formules que la durée de la montée est plus courte que celle de la descente.

J'espère pouvoir, sous peu, compléter ces considérations, sur lesquelles j'insiste, dès à présent, parce qu'elles se rattachent à la théorie dynamique des gaz.

D'après mes expériences, la résistance de l'air (que j'espère pouvoir analyser, plus tard, avec détails) comporte des facteurs dont l'Artillerie n'a pas, autant qu'il m'est permis d'en juger, tenu assez compte. Selon moi, cette résistance doit être variable sur toute la durée de la trajec-

toire [1], et ne peut se représenter exactement, ni par la loi du *cube*, ni par la loi du *carré*, en vertu :

1° De la masse du projectile ;

2° De la forme et de la masse d'air adhérente (la *proue*) ;

3° De la vitesse ;

4° De la poussée des gaz de la poudre, en arrière, jusqu'à une certaine distance de la bouche à feu (la *poupe*);

5° Enfin, à partir de l'instant très court où le projectile est, sensiblement, également pressé dans tous les sens par l'air, c'est-à-dire lorsque la compression, en avant, et le vide, en arrière, ont cessé.

On sait qu'un projectile sphérique, dans son mouvement de descente dans l'air, acquiert, par son poids, une vitesse croissante, tendant, en vertu de la résistance de l'air, à devenir uniforme, lorsque la résistance de l'air est égale au poids du projectile. Pour la balle de plomb du diamètre de $0^{m},0167$ et du poids de $0^{kg},027$, dont je fais usage, la vitesse maximum n'est que de 62^{m} par seconde, tandis que la bombe de $0^{m},32$ (dont le diamètre est $0^{m},3206$ et le poids 75^{kg}) peut acquérir une vitesse maximum de chute de $160^{m},5$ par seconde [2].

Il est incontestable que ces sphères, en tombant même d'une faible hauteur, sont précédées, comme je l'ai démontré, d'une *proue* d'air qui se meut avec elles, quelle que soit du reste la théorie que l'on admette pour expliquer la constitution et la pression dans les gaz.

---

[1] Il me paraît qu'on est amené à cette opinion, lorsqu'on étudie les immenses travaux et expériences exécutés depuis un siècle, ou, encore, en voie d'exécution, dans divers pays; il n'en est pas moins vrai que nous ne possédons pas les lois exactes de la résistance de l'air, lois assez précises pour être généralement admises.

[2] *Aide-Mémoire à l'usage des Officiers d'artillerie;* 3e édition, p. 909.

PRÉPARATION ET PROPRIÉTÉS DES SELS DE PROTOXYDE DE CHROME;

Par M. H. MOISSAN,
Docteur ès sciences, Maître de Conférences à l'École supérieure de Pharmacie.

Tandis que les combinaisons produites par les deux oxydes de chrome Cr^2O^3 et CrO^3 ont été l'objet de nombreux travaux, l'étude des composés formés par le protoxyde CrO a été plus négligée. La difficulté de préparation de ces combinaisons salines qui, au contact de l'air, se transforment bien plus rapidement que les sels ferreux en sels de sesquioxyde, a été cause, sans doute, du petit nombre de recherches entreprises sur ce sujet. J'ai pensé qu'il était intéressant de reprendre cette étude pour reconnaître si, par l'ensemble de ses propriétés et de ses combinaisons, le chrome mérite d'être placé en tête du groupe des métaux de la famille du fer.

Historique. — L'historique de cette question sera rapidement fait. Les travaux antérieurs se résument en deux recherches entreprises vers la même époque, l'une en France par M. Peligot, et l'autre en Allemagne par Möberg.

Les publications de M. Peligot relatives aux sels chromeux comprennent deux Notes aux *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences :* la première, du 23 septembre 1844 (t. XIX, p. 609); la deuxième, du 14 octobre 1844 (t. XIX, p. 734), et un Mémoire aux *Annales de Chimie et de Physique,* 3e série, t. XII, p. 528; 1844.

Dans la première Note, M. Peligot annonce que ses recherches, commencées en 1842, l'ont amené à découvrir

le protochlorure de chrome, l'acétate de protoxyde de chrome et un sulfate double $CrO, SO^3, KO, SO^3, 6HO$.

Dans la seconde Note, ainsi que dans son Mémoire aux *Annales*, M. Peligot entre dans les détails de préparation de ces différents composés; il décrit les propriétés du protochlorure de chrome et son action sur le sesquichlorure; il étudie la formation de l'oxyde Cr^3O^4, et tire, de nombreuses analyses de l'acétate de protoxyde de chrome, la valeur de l'équivalent du chrome.

La première publication de Möberg porte comme titre : *Dissertatio chimica de chloreto chromico*. L'auteur signale dans ce travail quelques nouvelles particularités du sesquichlorure de chrome. Il donne les formules de différents hydrates de sesquichlorure, étudie le résidu sec que laisse cette solution de sesquichlorure de chrome évaporée à siccité aux températures de 120°, 150°, 170° et 200°. Ses recherches l'amènent à conclure qu'il existe différents oxychlorures dont il fixe la composition. Enfin il chauffe le sesquichlorure de chrome dans un courant d'hydrogène impur, et il obtient ainsi une nouvelle substance qu'il soupçonne être le protochlorure de chrome. Le produit préparé par Möberg renfermait 7 pour 100 de résidu insoluble.

Je ne puis mieux faire au reste, pour montrer où en était la question à cette époque, que de donner la traduction littérale de la conclusion de cette dissertation, reproduite par le *Journal für praktische Chemie*, t. XXIX (année 1843) et portant pour titre : *Ueber das Chromchlorid von Ad. Möberg aus Helsingfors* (*Auszug aus einer Dissertation « De chloreto chromico »*.)

Voici cette conclusion : « Existe-t-il un chlorure de chrome CrCl? C'est là une question à laquelle on ne peut encore répondre, car on ne sait rien de précis sur la constitution que pourrait avoir ce corps et sur la façon dont il se conduirait avec l'eau. Mais, comme j'ai posé dans ce

travail les bases d'une étude plus approfondie de ce corps, étude qui serait d'un grand intérêt théorique, je poursuivrai mes recherches et ferai bientôt de ce corps l'objet d'une Communication spéciale. »

Ce n'est qu'en 1848, c'est-à-dire cinq ans plus tard, et quatre ans après les publications de M. Peligot, que Möberg indiqua, dans un nouveau Mémoire, la préparation et les propriétés de quelques composés du protoxyde de chrome. Ce travail a été publié en deux fois par le *Journal für praktische Chemie* (¹).

En résumé, si Möberg a été le premier à réaliser cette expérience imparfaite, qui consistait à chauffer du sesquichlorure de chrome dans de l'hydrogène mal desséché, c'est bien à M. Peligot que revient l'honneur d'avoir établi, par des expériences précises, l'existence des sels de protoxyde de chrome.

Je dois citer aussi, pour terminer cet historique, un travail de M. Dupuy, publié au *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse* (t. XLVIII, p. 398) (²) et relatant l'action réductrice des composés chromeux, et particulièrement du protochlorure, sur l'alizarine, l'isopurpurine, la mononitro-alizarine et l'indigo.

Protochlorure de chrome CrCl.

Ce composé a été préparé par M. Peligot, en faisant passer, à haute température, un volume limité de chlore sur un excès de sesquioxyde de chrome mélangé de charbon. Vers la même époque, Möberg obtint ce produit, mais

---

(¹) 1° *Ueber das Chromoxydul* von Adolph Möberg, Dr Philos. zu Helsingfors (*Auszug aus der vom Verf. übersendeten Dissertation : De oxydo chromoso*), t. XLIII, p. 114 (année 1848).

2° *Ueber die Salze des Chromoxydul,* von A. Möberg in Helsingfors (*Schluss der Abhandlung,* Bd XLIII, S. 129), t. XLIV, p. 322 (année 1848).

(²) Ce travail a été résumé au *Bulletin de la Société chimique de Paris,* t. XXX, p. 569 (1878).

beaucoup moins pur, par l'action d'un courant d'hydrogène sur le sesquichlorure de chrome chauffé au rouge. Ce second procédé ne fournit un protochlorure de chrome bien blanc qu'à la condition d'employer de l'hydrogène pur et sec.

Pour préparer le protochlorure de chrome de cette façon, je prends les précautions suivantes : l'hydrogène produit au moyen du zinc et de l'acide sulfurique, dans l'appareil de Deville, barbotte dans une solution concentrée de permanganate de potasse, se dessèche sur de la potasse caustique, traverse ensuite une colonne de cuivre chauffée au rouge, et enfin un nouveau tube à potasse caustique. Les différentes parties de l'appareil sont réunies par des tubes de plomb, les jointures sont mastiquées à la cire et les bouchons de liège recouverts de vernis. Le sesquichlorure de chrome à réduire est placé dans un tube de verre et chauffé sur une grille à gaz. On obtient, en opérant ainsi, un protochlorure de chrome très blanc, se dissolvant sans résidu au contact d'eau saturée d'acide carbonique.

Dans cette préparation, on fait agir un corps gazeux, l'hydrogène, sur un corps solide, le sesquichlorure de chrome. De plus, une fraction très faible de l'hydrogène dégagé joue un rôle dans la réduction. De sorte que, pour obtenir quelques centaines de grammes de protochlorure de chrome, il faut employer un volume très grand d'hydrogène pur et sec.

J'ai simplifié cette préparation en choisissant comme réducteur un corps solide, le chlorhydrate d'ammoniaque, qui me fournit avec facilité, par une élévation de température, tout l'hydrogène nécessaire à la réduction.

Dans un tube de verre de Bohême, contenant du sesquichlorure de chrome porté au rouge, on fait passer des vapeurs de chlorhydrate d'ammoniaque; le sesquichlorure est réduit, et il se forme du protochlorure se présentant en paillettes blanches, micacées, ayant conservé la forme du

sesquichlorure employé. Ce composé se dissout dans l'eau et fournit, à l'abri de l'oxygène, une solution d'un beau bleu, présentant tous les caractères des protosels de chrome. Elle réduit les sels d'or à la température ordinaire et donne, avec les acétates alcalins, un précipité rouge d'acétate de protoxyde de chrome. Cette préparation du protochlorure de chrome ne se fait bien qu'à une température voisine de celle du ramollissement du verre ordinaire.

L'analyse de ce composé a été faite en dosant le chlore par l'azotate d'argent et le chrome à l'état de sesquioxyde par calcination, après l'avoir transformé en sulfate.

Quatre analyses ont fourni les chiffres suivants :

Chlore.........	56,66	57,08
Chrome........	43,02	42,40
	99,68	99,48

La théorie indique : chrome 42,51 et chlore 57,49 pour 100, en prenant pour équivalent du chrome le chiffre 26,25.

Pour obtenir de plus grandes quantités de protochlorure de chrome, je me sers d'une cornue de terre tubulée, portant un tube de porcelaine vertical que l'on peut déboucher à volonté. Le col de la cornue est placé dans une allonge inclinée qui sert à condenser l'excès de chlorhydrate d'ammoniaque et qui laisse dégager les gaz formés. La cornue étant à moitié remplie de sesquichlorure de chrome pur et sec, mélangé d'un peu de chlorhydrate d'ammoniaque, on la porte au rouge et on laisse tomber de temps en temps, par le tube, des fragments de chlorhydrate d'ammoniaque, qui se volatilisent, se décomposent en partie et réduisent le chlorure. J'ai obtenu souvent, en opérant de cette manière, de 400^{gr} à 500^{gr} de protochlorure de chrome fondu, très dense, cristallisé en longues aiguilles opaques, enche-

vêtrées, et contenant parfois une petite quantité de sesquioxyde.

J'ai pu préparer aussi le protochlorure de chrome par l'action d'un courant d'acide chlorhydrique sec, au rouge, sur la fonte de chrome préparée par le procédé de Deville [1].

Le chrome était placé dans un tube de verre vert, on le portait au rouge, et, sous l'action du gaz acide chlorhydrique, on voyait le métal se recouvrir rapidement d'efflorescences blanches bien cristallisées. Le charbon, combiné au chrome (sans doute à l'état graphitoïde), tachait de points noirs ces cristaux blancs, et restait insoluble lorsqu'on reprenait le tout par l'eau. Cette préparation se fait aussi facilement que celle du protochlorure de fer, à condition d'employer de la fonte de chrome fondue. Tous ceux qui ont essayé de préparer du chrome savent que cette dernière condition n'est pas très facile à réaliser. L'échantillon de chrome fondu très pur, qui m'a servi dans ces recherches, avait été préparé à l'École Normale, et je le dois à l'obligeance de M. Debray, qui l'a généreusement mis à ma disposition.

Si, au lieu de maintenir le chrome dans un courant d'acide chlorhydrique à 600°, on emploie à la même température un courant de chlore, on obtient le sesquichlorure Cr^2Cl^3 cristallisé en lames de plus de $0^m,001$ de surface. Cette action du chlore et de l'acide chlorhydrique sur le chrome métallique au rouge est donc identique, en tous points, à celle des mêmes gaz sur le fer. On peut obtenir par ce procédé, avec la même facilité, les deux chlorures $CrCl - FeCl$ et $Cr^2Cl^3 - Fe^2Cl^3$, parfaitement purs et cristallisés.

Je n'ai pas à insister sur les propriétés de la solution de

---

[1] *Mémoire sur la production des températures très élevées*, par Henri Sainte-Claire Deville (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLVI).

protochlorure de chrome, M. Peligot ayant donné toutes ses réactions avec beaucoup de détails [1].

Protochlorure de chrome hydraté CrCl,6HO.

On obtient facilement cet hydrate en réduisant par le zinc une solution acide saturée de sesquichlorure de chrome. La solution s'échauffe beaucoup au moment de la réduction, puis laisse déposer, en se refroidissant, des cristaux bleus paraissant appartenir au prisme oblique à base rectangle. Pour obtenir cet hydrate cristallisé, il suffit de décanter la solution encore chaude de protochlorure de chrome mélangée d'une petite quantité de chlorure de zinc dans des flacons remplis d'acide carbonique. On bouche hermétiquement ces flacons, puis on les laisse refroidir, et le chlorure de chrome cristallise. On décante le liquide, on lave les cristaux, on les sèche avec du papier à filtrer et l'on en fait l'analyse. Les chiffres trouvés ont été les suivants :

	I.	II.	III.	Calculé.
Cr........	21,80	21,46	21,21	22,64
Cl........	30,16	29,40	29,72	30,68
6HO......	»	»	»	46,67

Au contact de l'air ces cristaux s'échauffent, fondent et se détruisent immédiatement en fournissant un liquide vert.

Cet hydrate peut aussi être obtenu en dissolvant le protochlorure de chrome anhydre dans une petite quantité d'eau.

Nous verrons plus loin que le sulfate de protoxyde de chrome se présente aussi avec une belle couleur bleue. A première vue l'on pourrait confondre ce sulfate avec l'hydrate de chlorure de chrome. On sait qu'il en est de même pour le chlorure de fer FeCl,4HO et le sulfate de fer

---

(1) *Loc. cit.*, p. 538.

$FeOSO^3$, 7HO. Tous deux sont vert émeraude, ont même couleur et même aspect.

Protobromure de chrome CrBr.

J'ai préparé ce composé anhydre :

1° En réduisant par l'hydrogène le sesquibromure de chrome anhydre [1];

2° Par l'action de l'acide bromhydrique sec à haute température sur la fonte de chrome;

3° En faisant passer des vapeurs de brome entraînées par un courant d'azote pur et sec sur un excès de limaille de fonte de chrome chauffée au rouge.

C'est un corps blanc dont la couleur devient d'un jaune ambré lorsqu'il est fondu. Sa saveur est styptique et analogue à celle des composés ferreux. Sa solution aqueuse est d'un beau bleu. Elle absorbe l'oxygène de l'air avec rapidité. Le protobromure de chrome est soluble dans l'alcool, qu'il colore en bleu.

Si, dans un tube contenant des cristaux de protobromure de chrome anhydre, on fait passer un courant d'air bien desséché, le protobromure ne change pas d'aspect ; mais, pour peu que le gaz contienne d'humidité, le protobromure s'hydrate, et cette solution absorbe alors l'oxygène avec la plus grande énergie. Le protobromure anhydre se combine avec l'eau en dégageant beaucoup de chaleur.

On sait, depuis les travaux de M. Peligot sur ce sujet, que le sesquichlorure, qui est insoluble dans l'eau à 100°, se dissout avec la plus grande facilité dans une solution aqueuse très étendue de protochlorure de chrome. La so-

---

[1] Le sesquibromure de chrome dont je me suis servi a été préparé en faisant agir, dans un courant d'azote au rouge, un excès de vapeurs de brome sur du chrome métallique. On obtient ainsi des lames micacées très brillantes, de couleur foncée, donnant avec l'eau contenant un peu de protobromure une solution verte de sesquibromure de chrome.

lution bleue que fournit le protobromure de chrome au contact de l'eau dissout rapidement, non seulement le sesquibromure, mais aussi le sesquiiodure et le sesquichlorure de chrome. Le protoiodure de chrome agit du reste de la même façon sur un quelconque des persels fournis par le chlore, le brome et l'iode avec le chrome.

Le dosage du chrome dans le protobromure de chrome m'a donné les chiffres suivants :

Chrome pour 100.........	25,10	25,06

La formule CrBr exigerait 24,70.

Protoiodure de chrome CrI.

On peut obtenir ce sel par les mêmes procédés qui m'ont servi à préparer le protobromure : réduction du sesquiiodure par l'hydrogène, action de la vapeur d'iode sur un excès de fonte de chrome maintenue au rouge et décomposition de l'acide iodhydrique par le chrome métallique à haute température.

Le protoiodure de chrome anhydre est d'un blanc grisâtre. Il se dissout dans l'eau en donnant une solution bleue présentant des propriétés identiques à celles du protochlorure et du protobromure. En présence de l'air humide, il absorbe rapidement l'oxygène et fournit une solution verte.

Lorsque l'on veut obtenir simplement une solution de protobromure ou de protoiodure de chrome, on peut traiter à l'ébullition une solution très étendue d'acide chromique pur par un excès d'acide bromhydrique ou iodhydrique. La solution verte ainsi préparée est réduite par le zinc, et l'on obtient un mélange de sel de protoxyde de chrome et de sel de zinc à même acide.

Sulfate de protoxyde de chrome $CrO, SO^3, 7HO$.

Dans un flacon traversé par un courant d'acide carbonique, et contenant une certaine quantité d'acétate de protoxyde de chrome encore humide, j'ai versé de l'acide sulfurique pur étendu d'eau. Le flacon s'est échauffé, le précipité rouge est entré en solution et j'ai obtenu un liquide coloré en bleu qui, par refroidissement, a laissé déposer de très beaux cristaux bleus. Ces cristaux ont été séparés des eaux mères, lavés une douzaine de fois, d'abord avec une solution concentrée de sulfate de protoxyde de chrome obtenue précédemment, ensuite avec de l'eau distillée. Ces opérations se faisaient entièrement dans une atmosphère d'acide carbonique et tous les liquides employés étaient saturés du même gaz. Les cristaux étaient enfin essorés entre des feuilles de papier à filtrer jusqu'à ce qu'ils eussent perdu toute l'eau interposée.

L'analyse de ces cristaux a été faite en dosant le chrome à l'état de sesquioxyde par calcination et l'acide sulfurique à l'état de sulfate de baryte. Le sulfate chromeux était d'abord peroxydé par une petite quantité d'acide azotique et l'on avait soin, dans le dosage du soufre, de maintenir à l'ébullition pendant une heure, avant de filtrer, le mélange de sulfate de sesquioxyde de chrome et de chlorure de baryum [1].

---

[1] Lorsqu'on précipite le sulfate de chrome sous la modification verte par le sel de baryte ajouté même en excès très notable, tout l'acide sulfurique n'est pas précipité immédiatement. Une partie de cet acide reste dans la liqueur et forme, avec la baryte et l'oxyde de chrome, une combinaison soluble qui a peu de stabilité. — Observations sur quelques sels de chrome. Henri Loewel, *Annales de Chimie et de Physique*, p. 425, 3e série, t. XIV (1845).

J'ai trouvé ainsi les chiffres suivants :

	I.	II.	Calculé.
CrO.....	24,80	25,47	24,96
SO^3.....	28,60	28,10	29,14
7HO. ..	»	»	45,90

Pour faire ces dosages, le sel était pesé à l'abri de l'air, dans un tube fermé par un bouchon de liège et rempli d'acide carbonique. La différence entre ce poids et celui du même tube rempli d'acide carbonique indiquait la quantité de sulfate de protoxyde de chrome employé. Pour introduire le sulfate chromeux dans ces petits tubes, j'emplissais un grand verre à pied d'acide carbonique sec au moyen de trois tubes d'arrivée d'appareils différents et je manipulais au fond de ce verre comme j'aurais pu le faire dans nn vase rempli d'eau. La densité assez grande de l'acide carbonique me permettait, en prenant certaines précautions, d'opérer dans cette cuve gazeuse d'un nouveau genre. J'ai pu ainsi essorer mes cristaux, les sécher sur du papier à filtrer, les placer dans des tubes et obtenir un produit complètement pur. Il était impossible d'opérer autrement le contact, non seulement de l'air, mais d'acide carbonique humide contenant quelques centièmes d'oxygène verdissant immédiatement ces cristaux et les faisant passer à l'état liquide en peu d'instants. Je ne pouvais pas non plus songer à les sécher sur l'acide sulfurique, puisque les sulfates à $7^{éq}$ d'eau s'effleurissent dans un gaz sec.

Le sulfate de protoxyde de chrome a une saveur styptique. Sa solubilité est assez grande ; 100^{cc} d'une solution saturée à 0° renferment $12^{gr},35$ de sel. Il est très peu soluble dans l'alcool.

Je me suis assuré que ces cristaux sont isomorphes avec les sulfates de protoxyde à $7^{éq}$ d'eau, en faisant une solution sursaturée de sulfate de protoxyde de chrome et en

y ajoutant un petit cristal de sulfate de protoxyde de fer $FeO, SO^3, 7HO$, qui a déterminé immédiatement la cristallisation.

Le sulfate chromeux est un réducteur énergique. Aussitôt que ce sel se trouve en présence de l'oxygène, il l'absorbe avec rapidité. En même temps sa température s'élève et il se transforme en une bouillie verdâtre. Sa faculté réductrice est telle, que, si l'on abandonne pendant quelques jours le sulfate de protoxyde de chrome en présence de l'acide acétique provenant de l'acétate de protoxyde de chrome employé dans la préparation, la liqueur devient verte; l'acide acétique est réduit et le chrome peroxydé.

Le sulfate de protoxyde de chrome ne décompose pas l'eau à l'ébullition.

La solution aqueuse de sulfate chromeux absorbe avec facilité le bioxyde d'azote en se colorant en brun. Elle présente les réactions suivantes :

Potasse et soude. — Précipité noir insoluble dans un excès de réactif.

Ammoniaque. — Précipité noir se dissolvant par l'agitation dans un excès de réactif; le liquide devient bleu.

Carbonates alcalins. — Précipité rougeâtre.

Ferrocyanure de potassium. — Précipité bleu devenant jaunâtre au contact de l'air.

Ferricyanure de potassium. — Même réaction.

Chromate de potasse. — Précipité marron.

Molybdate d'ammoniaque. — Précipité noir marron.

Sels de cuivre. — Précipité couleur brique.

Chlorure d'or. — Dépôt d'or métallique devenant jaune par le brunissage.

Acide sulfhydrique. — Pas de précipité.

Sulfhydrate d'ammoniaque. — Précipité noir.

Tannin. — Pas de précipité.

Succinate d'ammoniaque. — Précipité rouge.

On peut aussi préparer le sulfate de protoxyde de chrome à $7^{éq}$ d'eau en attaquant à l'abri de l'air, par l'acide sulfurique étendu et chaud, du chrome métallique, et plus particulièrement la variété de chrome préparée par distillation à 350° dans un courant d'hydrogène de l'amalgame de chrome [1].

Sulfate de protoxyde de chrome CrO, SO^3, HO.

J'ai préparé ce sel en mélangeant de l'acétate de chrome humide avec un grand excès d'acide sulfurique concentré. Le liquide s'échauffe beaucoup et, si l'on opère exactement à l'abri de l'air, on ne tarde pas à voir se réunir au fond du flacon une poudre cristallisée que l'on isole à la trompe et qu'on lave rapidement avec de l'alcool saturé d'acide carbonique dans l'appareil que je décrirai plus loin.

Le dosage du chrome dans ce composé m'a fourni les chiffres suivants :

	I.	II.	Calculé.
CrO....	39,66	40,29	40,96
SO^3......	»	»	48,19
HO......	»	»	10,85

Ce sulfate est blanc, très bien cristallisé, et plus stable au contact de l'air que le sulfate à $7^{éq}$ d'eau. Mis en contact d'une petite quantité d'eau, il fournit le sulfate bleu $CrO, SO^3, 7HO$ et il se dissout dans un excès de liquide en donnant une solution bleue.

Chauffé au rouge, il laisse un résidu de sesquioxyde de chrome, en dégageant de l'acide sulfureux et de l'acide sulfurique.

Je dois rappeler que le sulfate de protoxyde de chrome

[1] *Sur les amalgames de chrome, de manganèse, de fer, de cobalt, de nickel et sur un nouveau procédé de préparation du chrome métallique;* par M. H. Moissan (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences* 27 janvier 1879).

se combine facilement avec les sulfates alcalins pour donner des sels doubles de forme $CrO, SO^3, RO, SO^3, 6HO$. Si le sulfate de protoxyde de chrome n'avait pas encore été obtenu, un sulfate double de protoxyde de chrome et de potasse avait déjà été préparé et analysé par M. Peligot ([1]).

Carbonate de protoxyde de chrome CrO, CO^2.

On obtient facilement ce composé par double décomposition, en traitant, à l'abri de l'air, un sel soluble de protoxyde de chrome, chlorure ou sulfate, par du carbonate de soude. Il se forme un dépôt amorphe d'un blanc grisâtre, qu'on lave par décantation et que l'on sèche dans le ballon même où il a été préparé.

Si l'on abandonne cette poudre, dans un verre rempli d'eau, au contact de l'air, sa couleur fonce et devient rouge brique; puis, après plusieurs jours, elle est entièrement formée d'hydrate bleuâtre de sesquioxyde de chrome. Il est probable qu'il se produit tout d'abord, en présence d'une petite quantité d'oxygène, un carbonate chromique plus ou moins basique, analogue aux composés correspondants du fer étudiés par Langlois ([2]) et par Barratt ([3]).

L'analyse de ce composé a été faite en dosant sur un même échantillon, encore humide, l'acide carbonique et le chrome. Les chiffres trouvés ont donné le rapport 1,42. La formule CrO, CO^2 donnerait $\frac{CrO}{CO^2} = 1,556$.

La carbonate chromeux est très avide d'oxygène et fournit par sa calcination à l'abri de l'air du sesquioxyde de chrome et de l'oxyde de carbone. Il est un peu soluble dans l'eau chargée d'acide carbonique.

J'ai eu à préparer une assez grande quantité de ce car-

([1]) *Loc. cit.*, p. 546.

([2]) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLVIII, p. 506.

([3]) *Chem. News*, t. I, p. 110.

bonate pour obtenir ensuite des chromocyanures, composés sur lesquels je reviendrai dans un prochain Mémoire.

Phosphate de protoxyde de chrome $3CrO, PhO^5 + Aq$.

Lorsque l'on traite un excès de sel soluble de protoxyde de chrome par du phosphate de soude, on obtient un abondant précipité bleu gélatineux de phosphate tribasique de protoxyde de chrome qu'on lave par décantation. Ce composé se dissout avec la plus grande facilité dans les acides minéraux et même dans les solutions d'acide citrique, tartrique et dans l'acide acétique. A peu près insoluble dans l'eau, il lui donne cependant une légère coloration lorsque ce liquide est saturé d'acide carbonique. Il fixe rapidement l'oxygène atmosphérique et se transforme en phosphate de sesquioxyde de chrome de couleur verte.

Le dosage du phosphore et celui du chrome, faits sur le même échantillon, m'ont fourni le rapport 0,40 ; la formule $PhO^5, 3CrO$ donnerait $\frac{Ph}{3Cr} = 0,3938$.

J'ai essayé en vain d'obtenir, au moyen de ce composé, un phosphate double correspondant au phosphate ammoniaco-magnésien $2MgO, AzH^4O, PhO^5$. On sait que de semblables combinaisons peuvent être fournies par le fer et le manganèse. Ces métaux donnent en effet les phosphates doubles $2FeO, AzH^4O, PhO^5$ et $2MnO, AzH^4O, PhO^5$. Tous mes essais ont été infructueux, et je n'ai rien obtenu, soit en faisant réagir le phosphate d'ammoniaque sur le phosphate et différents sels de chrome, soit en chauffant en tube scellé le phosphate chromeux et de l'ammoniaque.

Le phosphate de protoxyde de chrome chauffé sous pression à 100°, soit pur, soit mélangé de phosphate de soude, reste à l'état amorphe.

Acétate de protoxyde de chrome $C^4H^3CrO^4HO$.

Je crois devoir décrire avec quelques détails la préparation de ce composé, qui m'a permis d'obtenir la plupart des antres sels de protoxyde de chrome.

Cet acétate a été obtenu par M. Peligot, en faisant réagir l'une sur l'autre des solutions étendues de protochlorure de chrome et d'acétate de soude. Comme le protochlorure de chrome cristallisé est assez difficile à obtenir, puisque l'on doit partir du sesquichlorure de chrome anhydre, voici comment j'ai modifié cette préparation. De l'acide chromique du commerce est traité dans un ballon muni d'un réfrigérant par un excès d'acide chlorhydrique. Il se dégage du chlore en abondance, un peu d'acide chlorochromique, lorsque le liquide est concentré, et il reste en dernier lieu une solution de sesquichlorure de chrome.

Cette solution acide est mise en contact de zinc dans un ballon à l'abri de l'air; l'hydrogène qui se forme réduit le sesquichlorure, et de verte la solution devient bleue. Le liquide est alors décanté dans des flacons remplis d'acide carbonique et contenant une solution saturée d'acétate de soude. Une fois fermé, le flacon est agité et il ne tarde pas à se déposer un abondant précipité rouge d'acétate de protoxyde de chrome. Ce sel est alors lavé par décantation avec de l'eau distillée froide, saturée d'acide carbonique, dans un courant de ce même gaz.

En résumé, je réduis la solution de sesquichlorure par l'hydrogène produit dans la liqueur même au moyen du zinc et de l'acide chlorhydrique. Cette méthode, indiquée par M. Debray pour réduire la solution de certains sesquichlorures, et particulièrement celle du sesquichlorure de chrome, permet d'opérer facilement à l'abri de l'air et fournit un protochlorure de chrome bien bleu.

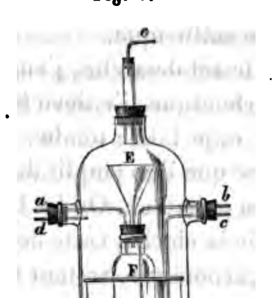
J'ai toujours eu soin, dans la préparation des sels de

protoxyde de chrome, d'employer l'acétate chromeux à l'état de pâte et non pas desséché. C'est qu'en effet la dessiccation des sels de protoxyde de chrome, qui doit se faire dans un gaz absolument dépouillé d'oxygène, est une opération longue et délicate et tout à fait inutile dans ce cas.

Lorsque l'on veut obtenir cet acétate cristallisé, il faut employer des solutions moins concentrées et chaudes. Par refroidissement le sel cristallise, et pour le dessécher j'emploie le dispositif suivant.

Un flacon F, portant un entonnoir E, est placé sous une cloche rodée, à trois tubulures, au milieu d'un cristalli-

Fig. 1.



soir pouvant contenir de l'acide sulfurique. Un tube de verre à large diamètre se trouve au-dessus de l'entonnoir, dont la douille renferme un tampon de verre filé. Les deux tubulures latérales portent quatre tubes. Le tube *a* permet de faire le vide, au moyen de la trompe, dans l'intérieur du flacon F; *b* laisse écouler le liquide contenu dans ce flacon; *c* permet de vider ou de remplir le cristallisoir pour remplacer l'acide sulfurique si cela est nécessaire; enfin le tube *d* peut donner passage au courant d'acide carbonique pur et sec qui traverse tout l'appareil. La cloche étant remplie d'acide carbonique et ce gaz sortant par le

tube *e*, on laisse tomber les cristaux à sécher, mélangés de liquide dans l'entonnoir E, puis l'on ferme le tube *e*. Au moyen de la trompe et d'un appareil à acide carbonique permettant d'obtenir ce gaz avec une pression de $0^m,08$ à $0^m,10$ de mercure, il est facile d'enlever le liquide qui s'écoule dans le flacon F, de laver les cristaux et de remplacer ensuite ce liquide par de l'acide sulfurique concentré. On fait arriver aussi de l'acide sulfurique dans le cristallisoir, et l'on maintient un courant très lent d'acide carbonique sec et bien privé d'oxygène pendant toute la durée de la dessiccation. Pour se rendre compte de la vitesse du dégagement, il est bon de fixer en *e* un tube de verre recourbé et étiré, dont la pointe plonge dans un verre à pied rempli d'acide sulfurique.

Pour recueillir le sel desséché, j'augmente la vitesse du courant d'acide carbonique, j'enlève le bouchon de la tubulure supérieure et je laisse tomber dans l'entonnoir de petits tubes de verre que l'on emplit de cristaux au moyen d'une pince et d'un agitateur. On les bouche ensuite dans l'intérieur même de la cloche, cette dernière, à cause de la densité de l'acide carbonique, restant toujours remplie de gaz inerte.

La composition de l'acétate de protoxyde de chrome a été déterminée par M. Peligot.

Oxalate de protoxyde de chrome $C^4Cr^2O^8, H^2O^2$.

Pour obtenir ce composé, je fais réagir l'acide oxalique sur l'acétate de protoxyde de chrome. Dans un ballon traversé constamment par un courant d'acide carbonique bien privé d'oxygène, je place de l'acétate de protoxyde de chrome et une quantité d'acide oxalique suffisante pour que l'acétate entre en solution. Un excès d'acide doit être évité. Le liquide prend une couleur foncée. On le porte à l'ébullition pendant dix à quinze minutes; l'acide acétique distille en même temps que de la vapeur d'eau, et une poudre grenue,

bien cristallisée, se réunit au fond du ballon. On laisse refroidir, on décante et on lave par décantation ou filtration, d'abord avec de l'eau, ensuite avec de l'alcool, les deux liquides étant saturés d'acide carbonique. On sèche ensuite la masse pâteuse ainsi obtenue dans des vases poreux traversés par un courant d'acide carbonique sec.

Si l'on ne portait pas à l'ébullition la solution d'acide oxalique et d'acétate de chrome, il ne se formerait pas d'oxalate de protoxyde de chrome. J'ai laissé pendant des mois de semblables solutions à la température du laboratoire sans obtenir aucun dépôt. J'avais essayé aussi de précipiter par l'alcool un mélange d'acide oxalique et de protochlorure de chrome, mais l'alcool était réduit, et, à la longue, il ne se déposait que de l'oxalate de sesquioxyde. Du reste, dans la préparation que je viens d'indiquer, en même temps que l'oxalate de protoxyde se forme, une partie du chrome est peroxydée et fournit des sels verts solubles dont on se débarrasse par des lavages.

Le dosage du chrome dans ce composé se faisait en calcinant l'oxalate et en pesant le sesquioxyde qui restait comme résidu. La formule $C^4Cr^2O^8, H^2O^2$ contiendrait 33,09 de chrome pour 100; trois analyses ont donné les chiffres suivants :

32,92, 33,59 et 32,62.

Dosage du carbone et de l'hydrogène.

	I.	II.	Calculé.
C^4	15,50	15,43	15,14
H^2	1,32	1,57	1,26
O^{10}	»	»	»
Cr^2	»	»	»

Le protoxalate de protoxyde de chrome est une poudre jaune parfaitement cristallisée, dont la couleur se rapproche beaucoup de celle de l'oxalate ferreux. Sa densité est de 2,468. C'est le plus stable des sels de protoxyde de

chrome obtenus jusqu'ici. On peut facilement, lorsque la température n'est pas supérieure à 6° ou 8°, laver ce sel en présence de l'air. Lorsqu'il est sec, il se conserve très bien, même dans des vases ouverts abandonnés dans le laboratoire. Il présente donc, sous ce rapport, une grande analogie avec l'oxalate de protoxyde de fer.

Chauffé dans un courant d'hydrogène sulfuré, il donne une poudre noire de sulfure de chrome. Dans un courant de chlore sec au rouge sombre, il se transforme en sesquichlorure de chrome. Dans un courant d'hydrogène à 440°, il se décompose en laissant cette variété de sesquioxyde de chrome, facilement attaquable par le chlore et l'hydrogène sulfuré, que j'ai étudiée précédemment [1]. Il en est de même si on le chauffe dans un tube fermé. Il existe donc ici une différence notable entre l'oxalate chromeux et l'oxalate ferreux. Ce dernier, en effet, peut, ainsi que le protoxalate d'uranium, fournir par sa calcination un protoxyde pyrophorique. Le même fait ne se présente pas pour l'oxalate de protoxyde de chrome. Cela n'a rien qui doive nous surprendre, puisque l'on sait, d'après M. Debray [2], qu'un mélange à volumes égaux d'acide carbonique et d'oxyde de carbone agit de façon très différente sur les divers métaux. Dans un semblable milieu, vers 1000°, le fer fournira un protoxyde, le molybdène et le tungstène des bioxydes, et le chrome un sesquioxyde.

Conclusions. — En résumé, le chrome fournit de nombreux sels de protoxyde : chlorure, bromure, iodure, sulfate, sulfates doubles, carbonate, phosphate, acétate, oxalate, succinate, etc. Lorsque ces sels sont anhydres, ils sont blancs ; hydratés, ils sont toujours colorés. En général,

---

[1] *Sur les oxydes métalliques de la famille du fer;* par M. H. Moissan (*Annales de Chimie et de Physique,* 5ᵉ série, t. XXI, p. 199).

[2] *De l'action exercée par le mélange d'un corps oxydant et d'un corps réducteur sur les métaux et leurs oxydes;* par M. H. Debray (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. XLV, p. 108).

leurs solutions sont bleues ; elles fournissent une réaction acide, et ont une saveur styptique. Ce sont des réducteurs énergiques. L'ensemble de leurs propriétés les rapproche nettement des sels ferreux, et de la comparaison des chlorures et des oxydes fournis par le chrome et par le fer découle la preuve que ces deux métaux présentent les plus grandes analogies et que, par suite, il convient de placer le chrome à la tête du groupe naturel : chrome, manganèse, fer, cobalt et nickel.

NOTE SUR LES FORMES CRISTALLOGRAPHIQUES ET SUR LA RÉUNION DE LA VAUQUELINITE ET DE LA LAXMANNITE;

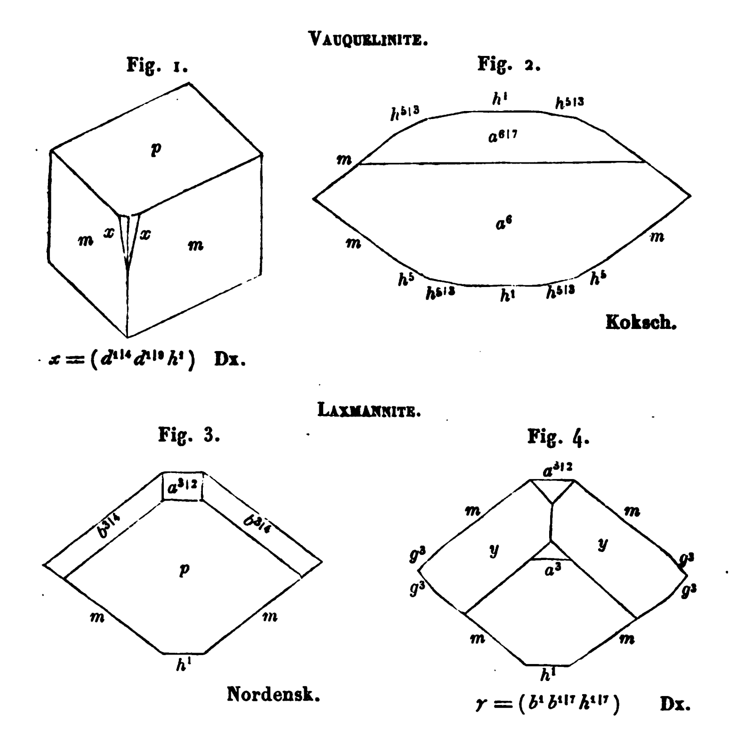
PAR MM. DE KOKSCHAROW ET DES CLOIZEAUX.

Depuis plusieurs années, nous avons cherché, M. de Kokscharow et moi, à rassembler les observations nécessaires à la détermination des formes cristallines de la Vauquelinite. Je donne ici les résultats comparatifs de mes observations avec ceux que M. de Kokscharow a publiés, en octobre 1881, dans le *Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg*.

Comme on le verra, ils s'accordent aussi bien que possible, quand on pense à la petitesse et à l'imperfection habituelle des cristaux de la Vauquelinite de Sibérie, la seule qu'il nous ait été donné d'examiner.

Tout le monde sait que les cristaux de Bérésowsk, à faces plus ou moins arrondies, d'un vert noir, faiblement translucides en lames très minces, assez peu éclatants en général, tapissent assez souvent les cavités de croûtes ou de masses mamelonnées d'un vert jaune ou brun, très riches en *acide*

prismes verticaux douteux $h^{13|5}$ (940) et $g^{5|2}$ (370). Vers 1824, Haidinger a signalé, comme trouvée à Pontgi-



baud (1), Puy-de-Dôme, une macle formée par deux individus mh^1p, assemblés suivant la face a^1, qui paraît fort rare, mais que j'ai rencontrée sur un ou deux cristaux de Bérésowsk.

(1) Selon toute probabilité, la macle décrite par Haidinger provenait d'un échantillon offrant de très petits cristaux d'un vert foncé, implantés sur une masse de pyromorphite arsénifère d'un vert clair. Cette masse aurait été achetée autrefois à Heuland, comme provenant de Pontgibaud, par le minéralogiste Allan, d'Édimbourg, dont la célèbre collection fait maintenant partie de celle du *British Museum*. J'y ai vu l'échantillon en question en 1876; mais depuis cette époque, malgré toutes mes démarches auprès des anciens propriétaires ou exploitants des mines de Pontgibaud et de Roziers, je n'ai jamais pu retrouver la trace, ni même la tradition de la Vauquelinite française.

Le Tableau suivant donne la correspondance des angles calculés d'après mes données avec les angles mesurés par Haidinger (H.), MM. de Kokscharow (K.) et Nordenskiöld (N.), et par moi-même (Dx).

	Mesuré :	
Calculé.	Vauquelinite.	Laxmannite.
*mm 109°35′ avant	109°35′ moy. Dx. 109°55′ moy. K.	110°31′30″ N. 108°40′ à 109° Dx.
mh^1 144°47′30″	144°53′ à 145°4′ Dx. 144°52′ à 145°23′ K.	144°0′ Dx.
$h^1 h^{5\|3}$ 170°0′	170°0′ moy. K.	»
$h^1 h^{13\|5}$ 162°35′	163° env. K.	»
$h^1 h^5$ 154°48′	154°45′30″ moy. K.	»
$h^{5\|3} h^5$ adj. 164°48′	164°45′ env. K.	»
$h^{5\|3} h^5$ sur h^1 144°48′	144°46′ env. K.	»
$h^{5\|3} h^{5\|3}$ sur h^1 160°0′	»	»
$h^5 h^5$ sur h^1 129°37′	129°31′ moy. K.	»
$h^1 g^3$ 125°19′	»	»
$h^1 g^{5\|2}$ 121°16′	121°42′ moy. K.	»
mg^3 adj. 160°31′30″	»	160°30′ Dx.
mm 70°25′ côté	»	69°34′ N. 69°34′ et 70°30′ Dx.
ph^1 antér. 149°13′	148° moy. Dx. 149°0′ env. H.	»
pa^6 adj. 170°18′	»	»
$a^6 h^1$ opposé 139°31′	138°7′ moy. K.	»
pa^3 adj. 154°22′	»	154° env. Dx.
$a^3 h^1$ adj. 56°25′	»	»
$pa^{3\|2}$ adj. 101°27′	»	101°30′ env. N. 100 à 101° Dx.
$a^{3\|2} h^1$ adj. 109°20′	»	»
*pa^1 adj. 67°0′	66°50′ à 67° Dx.	»
$a^1 h^1$ adj. 143°47′	»	»
$pa^{6\|7}$ adj. 58°53′	»	»
$a^{6\|7} h^1$ adj. 151°54′	151°8′ moy. K.	»
ph^1 post. 30°47′	31°40′ env. Dx.	»
pd 134°0′ (macle de Haiding.)	134°30′ env. H.	»

Calculé.	Mesuré : Vauquelinite.	Laxmannite.
*pm antér. 134°35′..........	134°4′ moy. Dx. 134°35′ net, Dx.	134°25′ N. 133°54′ Dx.
$pb^{3/4}$ adj. 96°47′...........	»	96°53′ 30″ N.
pm postér. 45°25′..........	45° 10′ moy. Dx.	45°36′ 30″ N. 46°35′ moy. Dx.
$b^{3/4}m$ adj. 128°38′.........	»	128°43′ N.
px adj. 148°45′............	148° à 149° Dx.	»
py adj. 109°54′...........	»	110° à 110°40′ Dx.
xx adj. 151°52′...........	»	»
yy adj. 94°57′............	»	95° moy. Dx.
ma^1 adj. 131°28′..........	132°40′ env. Dx.	»
mx adj. 158°44′...........	»	158°40′ moy. Dx.
ym adj. 115°6′............	»	114°27′ moy. Dx.
ym antér. 64°54′..........	»	65°18′ moy. Dx.
ym antér. adj. 110°58′......	»	111° moy. Dx.

$$x = (d^{1/4}\, d^{1/9}\, h^1) \quad y = (b^1\, b^{1/7}\, h^{1/7}) = a_{1/7}.$$
$$(13.5.2) \qquad\qquad (\bar{4}37)$$

Il est probable que les minéraux décrits par John en 1845 [1], sous le nom de *Chrom-Phosphorkupferbleispath*, et par Hermann [2] sous celui de *Phosphorchromit* sont très voisins de la Vauquelinite, s'ils ne sont pas un mélange de Vauquelinite et de pyromorphite.

---

(1) *Neues Jahrbuch für Mineralogie*, etc. 1845, p. 66.
(2) *Journal für praktische Chemie*, 1870.

SUR L'ESSENCE DE LICARI KANALI OU ESSENCE DE BOIS DE ROSE FEMELLE;

PAR M. HENRI MORIN.

Sous la dénomination commerciale d' « Essence de Linaloës », donnée à un produit similaire d'origine mexicaine et provenant du bois de citron, on a importé de la Guyane française une huile essentielle dont est imprégné le *Licari Kanali*, ou bois de rose femelle (*Licari guianensis*). Un échantillon de ce bois de la Guyane, qui accompagnait l'envoi de l'essence, a été comparé avec un bois type des collections des colonies; il résulte de cet examen qu'il y a lieu de le spécifier sous le nom d'*Acrodiclidium* (sp.) du sous-ordre des Laurinées.

L'essence se prépare à Cayenne en distillant le bois de Licari Kanali en présence de l'eau : telle qu'elle est livrée au commerce de la parfumerie, elle constitue un liquide limpide, peu coloré, plus léger que l'eau, possédant une odeur aromatique agréable, rappelant à la fois le parfum de la rose et celui du citron. Au contact des corps en ignition elle brûle avec une flamme fuligineuse. Elle contient une petite quantité d'eau en dissolution. Exposée à la température de — 20°, elle ne se concrète pas; elle se trouble seulement par la congélation de l'eau sous forme d'aiguilles microscopiques.

Pour obtenir à l'état de pureté l'essence de Licari Kanali, il est nécessaire de la débarrasser d'abord de toutes traces d'humidité par un contact prolongé avec du chlorure de calcium desséché, on la distille ensuite sur du chlorure de calcium récemment fondu. Elle passe à la distillation

presque en totalité à une température constante, et, au moyen d'une rectification convenable, on recueille un liquide incolore qui bout régulièrement à $+ 198^\circ$ à la pression de 755^{mm}. Sa densité est de 0,868 à $+ 15^\circ$. Son pouvoir rotatoire, déterminé au moyen du polarimètre Laurent avec la lumière du gaz salé et à la température de $+ 15^\circ$, est lévogyre et égal à $- 19^\circ$.

L'essence de Licari Kanali est soluble dans l'alcool, l'éther et la glycérine. La potasse ne l'altère pas.

Le brome agit vivement sur elle, avec dégagement d'acide bromhydrique si ce métalloïde a été employé en excès. L'iode se comporte d'une façon analogue.

L'action de l'acide nitrique avec le concours de la chaleur est très énergique; il se forme des produits complexes avec dégagement d'abondantes vapeurs rutilantes.

Au contact de l'acide sulfurique concentré, l'essence s'échauffe très fortement et prend une coloration brune; le produit ainsi obtenu, et privé par des lavages à l'eau de toutes traces d'acides, devient visqueux sous l'action de la chaleur.

De l'essence pure anhydre a été conservée pendant dix mois sans altération dans une atmosphère d'oxygène sec : une expérience comparative faite en présence d'une petite quantité d'eau a démontré qu'il y avait absorption d'oxygène dans ces conditions, et l'essence s'était colorée en s'épaississant.

L'analyse élémentaire assigne à l'essence de Licari Kanali une composition identique à celle du camphre de Bornéo.

La moyenne de six analyses concordantes, effectuées sur les produits de deux rectifications distinctes et à point d'ébullition constant à $+ 198^\circ$, donne le résultat suivant :

		Calculé pour $C^{20}H^{18}O^{2}$.
Carbone.......	77,77	77,92
Hydrogène.....	11,90	11,69
Oxygène.......	»	10,39
		100,00

Traitée par le chlorure de zinc fondu, l'essence se dédouble en eau et en un hydrocarbure dont l'analyse correspond à la formule $C^{20}H^{16}$. Cette décomposition a lieu avec une brusque élévation de température; il se produit en même temps un carbure d'hydrogène de pareille composition, de consistance visqueuse et dont l'odeur rappelle celle de la térébenthine.

L'acide phosphorique anhydre agit d'une manière semblable, mais avec une plus vive réaction, qu'il importe de modérer pour éviter la production d'isomères de l'hydrocarbure $C^{20}H^{16}$.

L'essence de Licari Kanali paraît donc, comme les essences de cajeput et d'*Osmitopsis astericoides,* être un isomère du camphre de Bornéo susceptible de former de même, par déshydratation, un carbure d'hydrogène dont la composition répond à la formule $C^{20}H^{16}$.

La composition de l'essence du Licari Kanali s'affirme du reste par la formation d'un chlorhydrate défini obtenu par l'action de l'acide chlorhydrique. Dans ce but, on dispose dans un flacon une mince couche d'essence à la surface d'une solution aqueuse et saturée d'acide chlorhydrique. On expose à la lumière solaire et, après une semaine de contact, on agite de temps en temps, d'abord doucement puis ensuite de plus en plus vivement pour mélanger intimement les deux liquides. Au bout d'un mois on syphonne la couche inférieure aqueuse, que l'on remplace par une solution saturée d'acide chlorhydrique, et on renouvelle le traitement précédent pendant un autre mois. Il est préfé-

rable, surtout en hiver, de prolonger l'action de l'acide chlorhydrique pour être sûr que la réaction est complète. On isole alors la couche supérieure qui est fortement colorée et constitue le produit de la réaction de l'acide chlorhydrique sur l'essence de Licari Kanali. On enlève l'excès d'acide par des lavages à l'eau, ensuite en agitant avec une dissolution faible de potasse, et on élimine ce dernier réactif par l'eau.

Le produit ainsi obtenu ne peut être distillé à feu nu, car il se décompose par la chaleur en dégageant de l'acide chlorhydrique, cependant on constate qu'à la température de + 100° il n'y a pas de décomposition. On a mis à profit cette propriété pour rectifier ce chlorhydrate en le distillant au bain-marie dans le vide avec un excès d'eau. Bien que ce procédé ne fournisse avec difficulté qu'une minime quantité de produit à chaque opération, on a pu néanmoins en isoler ainsi une quantité suffisante à l'état de pureté.

Le chlorhydrate pur constitue un liquide incolore, possédant une odeur aromatique agréable légèrement camphrée; sa densité est de 1,069 à la température de + 16°; il est optiquement neutre.

L'analyse élémentaire a donné le résultat suivant correspondant à la formule $C^{20}H^{16}, 2HCl$:

			Théorie pour $C^{20}H^{16}, 2HCl$.
Carbone		57,28	57,41
Hydrogène		8,76	8,62
Chlore	34,02; 34,36;	34,20	33,97

Dans la réaction de l'acide chlorhydrique sur l'essence de Licari Kanali, deux équivalents d'eau (2HO) sont donc remplacés par deux équivalents d'acide chlorhydrique (2HCl) pour former un chlorhydrate possédant la même composition que le chlorhydrate de citrène et la même altérabilité

par la chaleur. La conformité de ces deux chlorhydrates se retrouve encore dans la facilité avec laquelle tous deux sont décomposés par les alcalis sous l'influence de la chaleur avec formation d'un hydrocarbure de la formule

$$C^{20}H^{16}.$$

En effet, en distillant le chlorhydrate préparé par la réaction de l'acide chlorhydrique sur l'essence de Licari Kanali avec un excès de chaux hydratée, on obtient un hydrocarbure qui, rectifié une seconde fois dans les mêmes conditions, est complètement exempt de chlore. En ayant soin, à chaque opération, de ne recueillir que les produits de distillation qui passent au-dessous de la température de $+175^{\circ}$, on sépare par une dernière rectification sur la poudre de zinc un produit qui distille à $+168^{\circ}$-172° à la pression de 765^{mm}.

L'analyse de ce produit concorde complètement avec la formule $C^{20}H^{16}$.

Cet hydrocarbure est un liquide incolore, très mobile, d'une odeur particulière, légèrement aromatique; sa densité est de 0,835 à la température de $+18^{\circ}$; il est sans action sur la lumière polarisée. Son point d'ébullition et surtout sa densité paraissant établir une différence avec le citrène (D citrène = 0,8569), je propose de donner à cet hydrocarbure le nom de *licarène*.

L'action prolongée de la chaleur sur ce carbure d'hydrogène donne lieu, avec une grande facilité, à la formation d'isomères dont les points d'ébullition vont constamment en augmentant; aussi, dans sa préparation, les distillations successives occasionnent-elles un rendement de plus en plus faible. L'action de certains chlorures est encore plus sensible; c'est ainsi que, par un autre mode de préparation du licarène, en faisant réagir l'essence de Licari Kanali sur le chlorure de zinc fondu, on ne recueille qu'une faible quantité de produits distillant à basse tem-

pérature, tandis que la majeure partie des hydrocarbures obtenus distille graduellement jusqu'à + 310° et au delà, avec formation d'isomères et très probablement de polymères.

En résumé, d'après les réactions du chlorure de zinc fondu et de l'acide chlorhydrique sur l'essence de Licari Kanali, on pourrait considérer cette essence $C^{20}H^{18}O^{2}$ comme l'hydrate $C^{20}H^{16}$, 2HO d'un hydrocarbure particulier, le *licarène* $C^{20}H^{16}$, isomère du térébenthène.

En terminant, il y a lieu de signaler l'observation suivante: un mélange d'essence de Licari Kanali, d'alcool et d'acide nitrique, fait dans les proportions indiquées pour la préparation de l'hydrate de térébenthine, reste limpide pendant plusieurs semaines. Il se trouble ensuite peu à peu pour laisser surnager finalement une couche d'un liquide insoluble dans l'eau, et possédant un pouvoir rotatoire dextrogyre, tandis que l'essence de Licari Kanali dévie à gauche les rayons de la lumière polarisée.

RECHERCHES SUR LA CHLORURATION DE L'EAU DE MER ;

PAR M. BOUQUET DE LA GRYE.

Pendant le voyage que je viens de faire à l'île Campbell, je me suis occupé, tant à l'aller qu'au retour, de rechercher la salure et la densité de l'eau de mer.

Ce genre d'étude a appelé depuis longtemps l'attention des météorologistes. Ils pensaient avec raison qu'il devait y avoir une relation intime entre la salure de l'Océan et les courants qui le sillonnent, mais les procédés d'investigation pouvant donner des chiffres exacts n'avaient encore été employés que dans les laboratoires et sur des échantillons rapportés en petit nombre.

Or le procédé de Mohr pour la recherche des chlorures, qui a été vulgarisé par M. Roux, pharmacien de la Marine, est non seulement exact, mais il peut être employé à bord dans toutes les circonstances. Il n'exige ni pesées ni précautions difficiles à prendre : on note le moment où un changement de teinte se fait dans la liqueur additionnée de bichromate de potasse, et une lecture sur un tube gradué, ou le comptage des gouttes de la liqueur d'essai, suffit pour donner, à un centigramme près, le poids du chlore contenu dans 1^{lit} d'eau de mer.

En 1859, dans une mission ayant pour but l'étude des marées de la Charente, j'avais déjà employé ce procédé pour faire plusieurs centaines de dosages; j'en connaissais la valeur, mais il était important, avant de le préconiser pour nos bâtiments, de l'essayer dans les circonstances où nous allions nous trouver, c'est-à-dire en passant successivement sur plusieurs navires dans un voyage autour du monde.

L'expérience me semble aujourd'hui concluante; malgré

les mauvais temps résultant d'une traversée de l'Océan indien pendant la mousson de S.-O., du passage du Pacifique nord en hiver et de la traversée de New-York en France au mois de mars, les essais ont marché toujours régulièrement à bord de six navires différents. Aucun tube, aucune pipette n'a même été brisé.

Avec quelque habitude, on arrive à faire des dosages malgré le roulis et l'on obtient la chloruration d'un échantillon d'eau de mer lorsqu'on se tient difficilement debout sur le pont et lorsqu'il est impossible de faire une lecture exacte sur l'échelle d'un densimètre.

Les tableaux ci-joints contiennent les résultats de ces expériences.

Avant de montrer les conséquences qu'on peut en déduire, il convient d'indiquer la marche suivie dans les opérations.

Pour la prise de l'eau de mer il n'y a aucune difficulté : on doit seulement la puiser à bord, en avant des tuyaux du condenseur.

Le plus souvent, l'opérateur trouvera avantageux de prendre lui-même son échantillon, en faisant passer par le hublot de sa cabine un long tube en fer-blanc amarré au bout d'une ligne.

Lorsqu'on file 13 nœuds on peut ainsi ramener facilement 1^{lit} d'eau de mer, tandis qu'il faudrait quelque adresse pour haler du pont avec une telle vitesse un seau à moitié plein d'eau.

Le mesurage de l'eau de mer était fait avec une pipette de 10^{cc}. Sa capacité exacte avait été déterminée au moyen d'une pesée du mercure qu'elle pouvait contenir, puis le volume avait été ramené à la température de 20° que j'avais adoptée pour tous les essais, et une table de correction servait à tenir compte de la dilatation de l'eau de mer et de celle de la pipette.

Ce tableau, fait pour une eau de mer normale, c'est-à-

contenant 20gr de chlore par litre d'eau de mer, montre les corrections relatives à la température ne sont it négligeables; elles vont à près de 0cc,03 pour 20°, et me à chaque centimètre cube d'eau de mer corres- dent 2 unités de chlore, l'erreur sur le résultat dans eau normale serait de 0gr,06 par litre, s'il n'y avait it, en général, une compensation due à une correction ogue pour la liqueur titrée.

— TABLEAU DES VOLUMES D'EAU DE MER NORMALE CONTENUS DANS LA PIPETTE A EAU DE MER.

°	cc	°	cc
0......	10,0267	16......	10,0085
1......	10,0264	17......	10,0065
2......	10,0260	18......	10,0045
3......	10,0254	19......	10,0023
4......	10,0247	20......	10,0000
5......	10,0239	21......	9,9976
6......	10,0230	22......	9,9951
7......	10,0220	23......	9,9926
8......	10,0209	24......	9,9901
9......	10,0197	25......	9,9875
10......	10,0184	26......	9,9848
11......	10,0170	27......	9,9820
12......	10,0154	28......	9,9791
13......	10,0138	29......	9,9761
14......	10,0121	30......	9,9731
15......	10,0103		

orsque l'on a versé dans un verre à expérience le con- ı de la pipette et que l'on a noté la température de u de mer, il faut saturer le liquide avec une solution otate d'argent.

I. Roux disait autrefois qu'il était bon d'employer des ıeurs titrées entre $\frac{15}{1000}$ et $\frac{21}{1000}$; cette recommandation serve bien sa valeur pour les dosages les plus exacts;

on pourrait même avec avantage descendre à $\frac{10}{1000}$, mais une considération domine tout à bord, la nécessité de n'employer que le plus faible volume possible de liqueur titrée.

Si les essais doivent être fréquents (les eaux étant analysées, par exemple, toutes les heures), et cela arrivera lorsqu'on voudra faire servir la chloruration à déceler l'approche d'une côte, on peut employer des doses d'azotate beaucoup plus fortes que celles indiquées ci-dessus.

En faisant une liqueur au $\frac{1000}{47,887}$, c'est-à-dire en mettant $47^{gr},887$ par litre d'eau distillée, 1 centimètre de cette solution sature $0^{gr},01$ de chlore, c'est-à-dire qu'à chaque centimètre versé correspond 1^{gr} de chlore par litre dans l'essai qu'on va faire.

L'approximation du dosage pourra alors aller à $0^{gr},02$ de chlore par litre, et avec un flacon de liqueur titrée d'une contenance d'un litre on aura de quoi faire 50 essais.

Pour obtenir cette liqueur titrée, on ne peut à bord peser ni l'azotate d'argent ni l'eau distillée (du reste, en pesant l'eau, la correction due à la température serait maximum). Le seul procédé pratique consiste à emporter avec soi une série de flacons bouchés à l'émeri contenant chacun la moitié de $47^{gr},887$, soit $23^{gr},943$; chaque pesée aura été faite avec tous les soins possibles et l'azotate séché au préalable. On aura ainsi de quoi faire soit des solutions fortes (n° 1) ou des solutions faibles (n° 2), selon le cas.

La solution doit, du reste, être préparée en versant dans un grand verre le contenu de 1 ou de 2 flacons, puis, après avoir jeté sur les cristaux l'eau qui aura servi à laver à plusieurs reprises ces flacons, on puisera avec une pipette graduée cette eau de lavage (bientôt saturée d'azotate) lorsqu'elle est revenue à la température ambiante.

Après chaque prise, qui doit absorber presque toute la liqueur, on versera dans le verre une nouvelle quantité d'eau distillée, si bien qu'au bout de quelques prises le

verre lui-même est purgé de toute trace d'azotate et le sel a passé en entier dans le flacon de liqueur titrée à l'état de solution dans un volume d'eau connu. Il suffit alors de compléter ce volume à 1^{lit}.

De grandes pipettes de 100^{cc} bien étalonnées, munies de tubes épais en verre de 3^{mm} de diamètre intérieur, seront fort commodes pour cette opération.

Dans les conditions où a été faite la solution, le titrage n'est évidemment exact qu'à la température initiale : il faut donc avoir des tables de corrections pour les autres températures.

L'emploi des liqueurs titrées n° 1 ou n° 2 m'a donné les résultats les meilleurs, lorsque je me suis servi d'une pipette pouvant contenir la quantité de solution titrée suffisante pour saturer presque tout le chlore de l'eau de mer, et d'un long tube gradué d'un volume total de 3^{cc} ou 4^{cc}.

Avec la liqueur titrée n° 1 la pipette avait 18^{cc}, elle répondait par suite à 18 unités de chlore.

Avec la liqueur n° 2 sa contenance était double.

Les deux tableaux suivants serviront à corriger les écarts dus à la différence de température. Je les ai construits pour 20° comme les premiers, mais une simple différence les ramènerait à 15° si l'on adoptait cette autre température.

TABLEAUX DE CORRECTION DES VOLUMES DE LIQUEUR TITRÉE.

Liqueur titrée n° 1 ($47^{gr},887$ *par litre*), *pipette de* 18^{cc}.

Température.	Correction.	Température.	Correction.
°	cc	°	cc
0.......	+ 0,038	6.......	+ 0,036
1.......	+ 0,038	7.......	+ 0,034
2.......	+ 0,039	8.......	+ 0,033
3.......	+ 0,039	9.......	+ 0,032
4.......	+ 0,038	10.......	+ 0,030
5.......	+ 0,037	11.......	+ 0,028

Température.	Correction.	Température.	Correction.
°	cc	°	cc
12.......	+ 0,026	23.......	— 0,012
13.......	+ 0,023	24.......	— 0,017
14.......	+ 0,020	25.......	— 0,022
15.......	+ 0,017	26.......	— 0,026
16.......	+ 0,014	27.......	— 0,031
17.......	+ 0,011	28.......	— 0,036
18.......	+ 0,008	29.......	— 0,041
19.......	+ 0,004	30.......	— 0,047
20.......	0,000	31.......	— 0,053
21.......	— 0,004	32.......	— 0,060
22.......	— 0,008		

Liqueur titrée nº 2 ($23^{gr},943$ *par litre*), *pipette de* 36^{cc}.

Température.	Correction.	Température.	Correction.
°	cc	°	cc
0.......	+ 0,057	17.......	+ 0.019
1.......	+ 0,059	18.......	+ 0,015
2.......	+ 0,059	19.......	+ 0,007
3.......	+ 0,069	20.......	0,000
4.......	+ 0,060	21.......	— 0,007
5.......	+ 0,060	22.......	— 0,015
6.......	+ 0,059	23.......	— 0,023
7.......	+ 0,058	24.......	— 0,031
8.......	+ 0,056	25.......	— 0,040
9.......	+ 0,053	26.......	— 0,049
10.......	+ 0,050	27.......	— 0,058
11.......	+ 0,047	28.......	— 0,068
12.......	+ 0,044	29.......	— 0,077
13.......	+ 0,040	30.......	— 0,087
14.......	+ 0,035	31.......	— 0,097
15.......	+ 0,030	32.......	— 0,107
16.......	+ 0,025		

En général, on n'aura pas besoin de corriger la capacit
des petits tubes divisés de la variation due à la différenc
de température : la correction serait insignifiante. Cepen

dant, si la solution a été faite à une température extrême, comme pour 3^{cc}, on aurait une erreur de $0^{gr},01$ dans le dosage; il faudrait en tenir compte.

Mais ce qu'il ne faudra point oublier surtout, c'est l'étalonnage de toutes les pipettes; il est rare que le fabricant le fasse exactement.

Pour avoir la quantité de liqueur titrée nécessaire pour parfaire la saturation du chlore et amener l'eau de mer au changement de teinte, j'ai longtemps compté le nombre des gouttes au delà d'un volume constant, et ce procédé est souvent recommandé, mais j'ai reconnu bien des fois qu'il était impossible d'avoir des gouttes de grosseur uniforme. Ainsi il fallait, suivant la température, de 210 à 230 gouttes pour faire 10^{cc}; chaque goutte valait donc $0^{cc},043$ ou $0^{cc},046$; pour 3^{cc}, c'est-à-dire pour 65 gouttes, on pouvait avoir $2^{cc},79$ ou $2^{cc},99$: l'erreur du dosage pouvait donc être de $0^{gr},20$ en employant la liqueur titrée la plus forte, et de $0^{gr},10$ avec la plus faible. En outre, une différence d'une goutte, $0^{cc},043$, peut donner pour le moins une erreur de $0^{gr},02$.

Le tube gradué n'offre aucun de ces inconvénients; on fait les lectures au $\frac{1}{100}$ de centimètre cube et avec de l'habitude on ramène la liqueur aiguisée de bichromate exactement à la même teinte.

J'ai employé aussi des liqueurs décimes, pour la saturation du chlore au delà des 18^{cc}, mais je ne saurais les recommander; non seulement on charge son bagage de flacons et de pipettes supplémentaires, mais on n'a guère mieux qu'avec la liqueur titrée n° 2. Une liqueur tierce serait bien préférable, mais encore revient ici la question de préparation; un flacon de 1^{lit} ne servirait qu'à 16 dosages, ce qui est tout à fait insuffisant, car il est bien rare qu'on ne soit amené à faire au moins quatre opérations par jour, deux le matin et deux le soir, et tous les quatre jours on serait ainsi obligé de renouveler sa li-

queur titrée, ce qui est quelquefois impossible s'il y a du roulis.

Enfin, pour éviter de me servir d'eau distillée, j'ai essayé de faire des analyses avec des poids déterminés d'azotate d'argent pesé sec. On versait alors l'eau de mer sur l'azotate jusqu'à faire disparaître la couleur rouge du chromate d'argent.

Malgré les précautions employées les résultats ont été peu satisfaisants; il fallait de fortes doses d'azotate et aussi employer jusqu'à 30^{cc} d'eau de mer pour que l'on pût distinguer quelque chose; le précipité était alors très abondant relativement au volume de la liqueur, et chaque résultat ne présentait point avec le suivant la liaison que donne l'emploi d'une même liqueur titrée, chaque erreur étant absolue. Le seul avantage était de ne point nécessiter d'eau distillée.

Pendant les voyages, il y a en effet quelques difficultés à se procurer de cette eau; à bord des paquebots ou des navires de guerre sur lesquels nous étions embarqués cela était parfaitement impossible.

Ces bâtiments sont pourtant tous munis d'un appareil distillatoire *qui fonctionne*, mais les secousses de la mer provoquent, paraît-il, des entraînements, et au point de vue chimique l'eau sort du réfrigérant beaucoup plus chlorurée qu'une eau de source ordinaire.

Quant à l'eau des caisses, elle est plus chargée encore de chlore, les caliers ayant la consigne d'y verser une petite quantité d'eau de mer pour lui donner du goût.

Pour faire des liqueurs titrées dans ces conditions, voici le seul procédé applicable : prendre 100^{cc} d'eau provenant de l'appareil distillatoire et en vérifier la chloruration comme s'il s'agissait d'une analyse ordinaire, puis verser dans $1^{lit},10$ de cette même eau la quantité d'azotate d'argent nécessaire pour obtenir la saturation; au bout de deux jours le dépôt est fait au fond du flacon ou de la

carafe, et l'eau débarrassée de son chlore peut servir pour faire 1^{lit} de liqueur titrée.

Dans le cours de la traversée il m'est arrivé deux fois de ne pouvoir peser exactement la quantité d'azotate que je devais mettre dans la liqueur titrée; j'ai alors, au moyen de deux essais faits sur une solution approximative, ramené au moyen d'une liqueur plus concentrée cette solution au même titrage que l'ancienne.

On peut, pour vérifier si le titrage en sel d'argent varie, conserver dans un flacon une dissolution titrée de chlorure de sodium; on emploiera pour cela une liqueur contenant 3^{gr},296 de sel marin pour 100^{cc} d'eau; 10^{cc} de cette solution sont alors saturés par 20^{cc} de liqueur titrée n° 1.

Mais la précaution la meilleure, celle en somme qui m'a permis de dresser la liste ci-jointe des proportions du chlore, a consisté à conserver dans des flacons quelques échantillons des eaux que je venais d'analyser.

Ces témoins devaient être essayés de nouveau à Paris et fournir une série de corrections, pour les chiffres courants que je ne tenais ainsi que comme provisoires.

Les résultats obtenus au moyen des liqueurs successives ont donné alors un autre contrôle qui rappelle celui que l'on emploie dans les nivellements lorsque l'on marche de portée en portée et que l'on a des repérages directs intermédiaires.

L'analyse des échantillons dont je parle, faite par les soins de MM. Debray et Kozubski dans le bureau d'essai de M. E. Dumas, a donné des chiffres s'accordant à 0^{gr},01 ou 0^{gr},02 de chlore par litre d'eau de mer avec ceux que j'obtenais de mon côté avec les pipettes qui avaient servi à bord, mais j'ai rapporté tous les résultats aux nombres trouvés à la Monnaie; ces derniers sont inscrits dans la table en gros caractères.

presque en totalité à une température constante, et, au moyen d'une rectification convenable, on recueille un liquide incolore qui bout régulièrement à + 198° à la pression de 755mm. Sa densité est de 0,868 à + 15°. Son pouvoir rotatoire, déterminé au moyen du polarimètre Laurent avec la lumière du gaz salé et à la température de + 15°, est lévogyre et égal à — 19°.

L'essence de Licari Kanali est soluble dans l'alcool, l'éther et la glycérine. La potasse ne l'altère pas.

Le brome agit vivement sur elle, avec dégagement d'acide bromhydrique si ce métalloïde a été employé en excès. L'iode se comporte d'une façon analogue.

L'action de l'acide nitrique avec le concours de la chaleur est très énergique; il se forme des produits complexes avec dégagement d'abondantes vapeurs rutilantes.

Au contact de l'acide sulfurique concentré, l'essence s'échauffe très fortement et prend une coloration brune; le produit ainsi obtenu, et privé par des lavages à l'eau de toutes traces d'acides, devient visqueux sous l'action de la chaleur.

De l'essence pure anhydre a été conservée pendant dix mois sans altération dans une atmosphère d'oxygène sec : une expérience comparative faite en présence d'une petite quantité d'eau a démontré qu'il y avait absorption d'oxygène dans ces conditions, et l'essence s'était colorée en s'épaississant.

L'analyse élémentaire assigne à l'essence de Licari Kanali une composition identique à celle du camphre de Bornéo.

La moyenne de six analyses concordantes, effectuées sur les produits de deux rectifications distinctes et à point d'ébullition constant à + 198°, donne le résultat suivant :

		Calculé pour $C^{20}H^{18}O^{2}$.
Carbone	77,77	77,92
Hydrogène	11,90	11,69
Oxygène	»	10,39
		100,00

Traitée par le chlorure de zinc fondu, l'essence se dédouble en eau et en un hydrocarbure dont l'analyse correspond à la formule $C^{20}H^{16}$. Cette décomposition a lieu avec une brusque élévation de température; il se produit en même temps un carbure d'hydrogène de pareille composition, de consistance visqueuse et dont l'odeur rappelle celle de la térébenthine.

L'acide phosphorique anhydre agit d'une manière semblable, mais avec une plus vive réaction, qu'il importe de modérer pour éviter la production d'isomères de l'hydrocarbure $C^{20}H^{16}$.

L'essence de Licari Kanali paraît donc, comme les essences de cajeput et d'*Osmitopsis astericoides*, être un isomère du camphre de Bornéo susceptible de former de même, par déshydratation, un carbure d'hydrogène dont la composition répond à la formule $C^{20}H^{16}$.

La composition de l'essence du Licari Kanali s'affirme du reste par la formation d'un chlorhydrate défini obtenu par l'action de l'acide chlorhydrique. Dans ce but, on dispose dans un flacon une mince couche d'essence à la surface d'une solution aqueuse et saturée d'acide chlorhydrique. On expose à la lumière solaire et, après une semaine de contact, on agite de temps en temps, d'abord doucement puis ensuite de plus en plus vivement pour mélanger intimement les deux liquides. Au bout d'un mois on syphonne la couche inférieure aqueuse, que l'on remplace par une solution saturée d'acide chlorhydrique, et on renouvelle le traitement précédent pendant un autre mois. Il est préfé-

MISSION DE L'ILE CAMPBELL.

CHLORURATION ET DENSITÉ DE L'EAU DE MER OBTENUES PENDANT LE VOYAGE (SUITE).

DATE ET POSITION DE L'OBSERVATION.	TEMPÉRATURE de la mer.	POIDS du chlore par litre d'eau de mer.	DENSITÉ obtenue au moyen du densimètre	DENSITÉ ramenée à 20°.	DENSITÉ à 20° obtenue par des pesées sur des échantillons	DENSITÉ conclue de la chloruration	DIFFÉRENCE.
	°	gr					
6 août, 1h S., lat. S. 9°10′, long. E. 129°53′	25,9	19,62	1,0240	1,0256	"	1,0257	+ 0,0001
7 août, 8h M., lat. S. 9°35′, long. E. 132°30′	25,0	19,46	1,0241	1,0256	"	1,0256	0,0000
8 août, 3h S., lat. S. 10°1′, long. E. 136°34′	25,8	19,58	1,0243	1,0259	"	1,0257	— 0,0002
9 août, 11h M., près du récif de Cook	25,5	19,80	1,0251	1,0266	"	1,0260	— 0,0006
10 août, près de Somerset	24,9	19,984	1,0245	1,0260	1,02623	1,02637	+ 0,0003 + 0,00014
Océan Pacifique.							
10 août, 5h 30m S., vis-à-vis du cap Grenville	24,2	19,91	1,0257	1,0269	"	1,0262	— 0,0007
11 août, 7h M., près des îles Pipper	23,5	20,23	1,0253	1,0262	"	1,0267	+ 0,0005
12 août, à 10m dans le sud du cap Flattery	23,1	20,65	1,0259	1,0267	"	1,0274	+ 0,0007
13 août, 8h M., près de Mourilyan	21,0	20,48	1,0248	1,0251	"	1,0272	+ 0,0021
» 3h 30m, près de Hinchinbrook	22,0	20,47	1,0259	1,0265	"	1,0272	+ 0,0007
14 août, 11h 15m, à 35m au sud de Townsville	20,0	20,13	1,0268	1,0268	"	1,0265	— 0,0003
15 août, 8h M., vis-à-vis du cap Conway	18,6	20,24	1,0266	1,0263	"	1,0267	+ 0,0004
» 5h 30m S.	19,4	20,67	1,0268	1,0267	"	1,0275	+ 0,0008
16 août, 9h M., devant la baie Keppel	18,0	19,03	1,0250	1,0245	"	1,0247	+ 0,0002
» 5h S., devant le feu du cap Outarde	19,5	20,33	1,0275	1,0274	"	1,0269	— 0,0005
17 août, 7h M., dans le sud du cap Sandy	21,8	20,49	1,0263	1,0268	"	1,0272	+ 0,0004
» 5h S., près du cap Moreton	19,1	20,53	1,0272	1,0270	"	1,0272	+ 0,0002

		Calculé pour $C^{20}H^{18}O^{2}$.
Carbone	77,77	77,92
Hydrogène	11,90	11,69
Oxygène	»	10,39
		100,00

Traitée par le chlorure de zinc fondu, l'essence se dédouble en eau et en un hydrocarbure dont l'analyse correspond à la formule $C^{20}H^{16}$. Cette décomposition a lieu avec une brusque élévation de température; il se produit en même temps un carbure d'hydrogène de pareille composition, de consistance visqueuse et dont l'odeur rappelle celle de la térébenthine.

L'acide phosphorique anhydre agit d'une manière semblable, mais avec une plus vive réaction, qu'il importe de modérer pour éviter la production d'isomères de l'hydrocarbure $C^{20}H^{16}$.

L'essence de Licari Kanali paraît donc, comme les essences de cajeput et d'*Osmitopsis astericoides,* être un isomère du camphre de Bornéo susceptible de former de même, par déshydratation, un carbure d'hydrogène dont la composition répond à la formule $C^{20}H^{16}$.

La composition de l'essence du Licari Kanali s'affirme du reste par la formation d'un chlorhydrate défini obtenu par l'action de l'acide chlorhydrique. Dans ce but, on dispose dans un flacon une mince couche d'essence à la surface d'une solution aqueuse et saturée d'acide chlorhydrique. On expose à la lumière solaire et, après une semaine de contact, on agite de temps en temps, d'abord doucement puis ensuite de plus en plus vivement pour mélanger intimement les deux liquides. Au bout d'un mois on syphonne la couche inférieure aqueuse, que l'on remplace par une solution saturée d'acide chlorhydrique, et on renouvelle le traitement précédent pendant un autre mois. Il est préfé-

MISSION DE L'ILE CAMPBELL.

CHLORURATION ET DENSITÉ DE L'EAU DE MER OBTENUES PENDANT LE VOYAGE (SUITE ET FIN).

DATE ET POSITION DE L'OBSERVATION.	TEMPÉRATURE de la mer.	POIDS du chlore par litre d'eau de mer.	DENSITÉ obtenue au moyen du densimètre	DENSITÉ ramenée à 20°.	DENSITÉ à 20° obtenue par des pesées des échantillons	DENSITÉ conclue de la chloruration	DIFFÉRENCE.
	°	gr					
24 janvier, à midi, lat. S. 26°24′, long. O. 179°4′....	25,5	20,39	1,0257	1,0272	//	1,0270	— 0,0002
25 janvier, midi, lat. S. 22°39′, long. O. 176°51′....	26,5	21,50	1,0255	1,0272	//	1,0288	+ 0,0016
26 janvier, midi, lat. S. 19°3′, long. O. 174°58′......	27,5	20,30	1,0250	1,0270	//	1,0269	— 0,0001
27 janvier, midi, lat. S. 15°7′, long. O. 173°44′.....	28,0	21,81	1,0248	1,0270	//	1,0293	+ 0,0023
28 janvier, midi, lat. S. 11°10′, long. O. 171°43′....	29,3	18,99?	1,0247	1,0273	//	//	//
29 janvier, midi, lat. S. 7°11′, long. O. 170°21′.....	27,5	20,53	1,0254	1,0274	//	1,0272	— 0,0002
30 janvier, midi, lat. S. 3°8′, long. O. 169°16′......	26,5	20,39	1,0255	1,0272	//	1,0270	— 0,0002
31 janvier, midi, lat. N. 1°1′, long. O. 166°41′......	25,8	19,886	1,0252	1,0268	1,02620	1,02622	— 0,0006 + 0,00002
1er février, midi, lat. N. 4°58′, long. O. 167°31′......	26,7	20,39	1,0249	1,0267	//	1,0270	+ 0,0003
2 février, midi, lat. N, 8°16′, long. O. 165°50′.....	26,2	18,95	1,0250	1,0262	//	1,0247	— 0,0015
3 février, midi, lat. N. 11°28′, long. O. 163°42′.....	25,2	17,75	1,0250?'	1,0265?	//	1,0227	— 0,0037?
4 février, midi, lat. N. 15°23′, long. O. 162°0′......	24,8	19,393	1,0250	1,0264	1,02580	1,02543	— 0,0010 — 0,00037
» Id..................................	24,8	19,65	1,0250	1,0264	1,02580	1,02584	— 0,00004
9 février, midi, lat. N. 28°22′, long. O. 148°35′....	19,8	20,09	1,0273	1,0273	//	1,0265	— 0,0008
10 février, midi, lat. N. 30°28′, long. O. 144°32′.....	19,0	19,886	1,0273	1,0271	//	1,0262	— 0,0009
11 février, midi, lat. N. 32°51′, long. O. 140°8′......	16,7	19,55	1,0268	1,0260	//	1,0256	— 0,0004
12 février, midi, lat. N. 35°4′, long. O. 135°14′......	17,8	18,87	1,0270	1,0264	//	1,0246	— 0,0016
13 février, midi, lat. N. 36°36′, long. O. 130°4′......	13,4	18,57	1,0264	1,0247	//	1,0241	— 0,0006
Arrivé à San Francisco.							

Océan Atlantique.

7 mars, en dehors de New-York................	3,5	18,735	1,0270	1,0237	″	1,0243	+ 0,0006
» 4h S., lat. N., 40°14′, 71°7′..............	5,0	″	1,0274	1,0243	″	″	″
8 mars, 8h M., 9h S., 40°18′, long. O. 66°50′.......	17,0	20,247	1,0281	1,0273	1,02687	1,02680	+ 0,0001 — 0,0007
» 4h S., lat. N. 40°26′, long. O. 65°1′.......	17,6	20,55	1,0275	1,0269	″	1,0272	+ 0,0003
9 mars, 8h M., lat. N. 40°56′, long. O. 61°1′.......	16,3	20,63	1,0287	1,0277	″	1,0273	— 0,0004
» 4h S., lat. N. 41°10′, long. O. 59°7′.......	16,2	20,56	1,0286	1,0276	″	1,0273	— 0,0003
10 mars, 8h M., lat. N. 42°11′, long. O. 54°48′.......	4,0	19,28	1,0285	1,0253(1)	″	1,0252	— 0,0001
» 4h S., lat. N. 42°6′, long. O. 53°3′........	1,0	19,24	1,0285	1,0252	″	1,0251	— 0,0001
11 mars, 8h M., lat. N. 42°45′, long. O. 48°57′.......	12,2	20,09	1,0290	1,0270	″	1,0265	— 0,0005
» 4h S., lat. N. 43°26′, long. O. 47°20′......	12,2	20,09	1,0290	1,0270	″	1,0265	— 0,0005
12 mars, 8h M., lat. N. 45°0′, long. O. 43°58′.......	13,8	20,09	1,0280	1,0264	″	1,0265	+ 0,0001
» 4h S., lat. N. 45°42′, long. O. 42°7′.......	12,2	19,86	1,0290	1,0270	″	1,0261	— 0,0009
13 mars, 8h M., lat. N. 47°30′, long. O. 37°36′.......	12,0	19,93	1,0290	1,0270	″	1,0262	— 0,0003
» 4h S., lat. N. 48°0′, long. O. 34°58′.......	10,1	19,78	1,0290	1,0266	″	1,0260	— 0,0006
14 mars, 8h M., lat. N. 48°47′, long. O. 31°48′.......	11,4	19,94	1,0285	1,0263	″	1,0262	— 0,0001
» 4h S., lat. N. 49°2′, long. O. 29°50′.......	10,8	20,09	1,0286	1,0263	″	1,0265	+ 0,0002
15 mars, 8h M., lat. N. 49°36′, long. O. 24°30′.......	11,8	19,86	1,0287	1,0267	″	1,0261	— 0,0006
» 4h S., lat N. 49°40′, long. O. 22°17′.......	11,8	20,11	1,0287	1,0267	″	1,0265	— 0,0002
16 mars, 8h M., lat. N. 29°40′, long. O. 16°50′.......	12,2	″	1,0285	1,0265	″	″	″
» 4h S., lat. N., 29°41′, long. O. 14°40′.......	11,2	19,93	1,0287	1,0265	″	1,0262	— 0,0003
17 mars, 8h M., près des îles Scilly..............	10,3	20,247	1,0289	1,0265	1,02674	1,02680	+ 0,0003 + 0,00006

(1) Il a dû y avoir ici une erreur de lecture de cinq divisions : en lisant 1,0200 on aurait, après la correction, 1,0215; l'erreur serait réduite à 0,0012.

J'ai porté sur un planisphère les chiffres trouvés pour la chloruration, chacun à la position où la prise de l'échantillon avait été faite, et j'ai tracé sur la route suivie une bande dont la largeur variait suivant les différences du poids du chlore avec le poids moyen qui est de 20^{gr}.

La couleur jaune indiquait un excès de salure sur la moyenne, la couleur verte des eaux plus douces.

On voit que dans la Méditerranée, mer fermée où l'évaporation est forte, la salure va jusqu'à 22^{gr} de chlore. Dans le port de Marseille, l'eau de la surface n'a que $20^{gr},75$, mais au large on trouve $21^{gr},71$; l'accroissement est également progressif de l'Ouest à l'Est.

Près des côtes d'Égypte, l'influence du Nil s'est fait sentir avant qu'on ait eu connaissance de la terre. L'abaissement a été brusque, de $0^{gr},80$, tandis que le densimètre et le thermomètre n'accusaient aucune variation.

Avant d'arriver à Port-Saïd la chloruration était descendue à $19^{gr},45$, preuve certaine de courants portant les eaux du Nil dans l'Est.

L'analyse des eaux du canal de Suez, faite en vingt-trois points différents, conduit aux conclusions suivantes : Les eaux douces du Nil provenant soit des bouches voisines, soit, dans la partie nord du canal, des infiltrations du lac Mensaleh à travers les berges, ont une influence sur la salure des eaux de la surface qui se fait sentir jusqu'au-delà du lac Timsah. Le rehaussement du chlore se fait à partir de la deuxième station ; il marche très lentement d'abord jusqu'au seuil d'el Kantara, puis monte rapidement en approchant des lacs amers. En ce dernier point on trouve $37^{gr},20$ et $37^{gr},47$ de chlore, chiffre qui diffère de celui donné par M. Durand-Claye pour des échantillons puisés en 1872. Mais cette différence s'explique facilement, car d'une part la salure doit diminuer chaque année par suite de la dissolution successive des bancs de

sel qui forment le fond des lacs amers, et de l'autre la chloruration doit être atténuée fortement lorsqu'une marée exceptionnelle vient d'introduire dans les lacs amers un volume considérable d'eau de la mer Rouge.

Or, précisément au moment de notre passage, le 29 juin 1874, on était en syzygies, et la haute mer nous avait précédés de deux heures seulement dans les lacs amers.

En continuant notre examen, nous voyons que dans la mer Rouge la salure va en diminuant du Nord au Sud; au commencement elle dépasse quelque peu celle de la Méditerranée, mais tombe bientôt au-dessous.

Ceci s'explique par l'influence de la mousson du Sud-Ouest que nous devions bientôt trouver en dehors d'Aden et qui est accompagnée de pluies parfois torrentielles.

L'influence de ces pluies, sensible dans une mer ouverte, l'est autrement lorsque l'on entre dans les canaux de l'archipel Indien.

Au moment où nous passions, toutes les rivières étaient débordées, la mer était troublée par le limon qu'elles entraînaient, et la chloruration, toujours au-dessous de 20°, descendait à $17^{gr},42$ devant Batavia. C'est le chiffre le plus faible trouvé dans notre voyage.

Les mers de Java et de la Nouvelle-Guinée nous ont donné également des chiffres peu élevés jusqu'au détroit de Torrès.

Là, changement complet, nous sommes dans l'hémisphère Sud, la saison des pluies ne commencera que dans cinq mois; la côte est sablonneuse, sèche, les cours d'eau sont peu abondants; aussi, malgré le voisinage de la terre que nous longeons pendant douze jours, je ne trouve qu'une seule chloruration au-dessous de 20^{gr} : c'est devant la baie Keppell, où se jette la rivière Fitzroy.

De Sydney à l'île Campbell même salure; les vents soufflaient alors du Nord; le temps était doux, mais le

printemps était peu avancé et les glaces du cercle polaire n'avaient point commencé à se fondre.

Quatre mois plus tard, en quittant Campbell, il y avait déjà une modification, l'eau était moins salée et, en longeant la Nouvelle-Zélande, nous trouvions quelques cotes au-dessous de 20^{gr}.

Puis, en traversant l'océan Pacifique, vient sous le tropique sud une zone extra-salée : le soleil est alors sur nos têtes; puis une zone d'eau relativement douce : c'est la zone équatoriale.

Au nord nous trouvons encore une surélévation de chlore sous le tropique nord, et au delà une forte diminution; elle provient du courant polaire qui descend le long de la côte d'Amérique.

Arrivant maintenant à la dernière partie de notre voyage à la traversée de l'océan Atlantique, on voit sur notre tableau que le voisinage de la côte d'Amérique a donné des eaux très douces et glacées qui se changent brusquement en eaux chaudes et très salées lorsqu'on entre dans le gulf-stream, puis, comme la route des paquebots vient longer le grand banc de Terre-Neuve, on sort du courant pour retrouver les eaux douces et les glaces, auxquelles succèdent ensuite des eaux moyennes dans lesquelles on navigue jusqu'aux mers d'Europe.

En résumé, nous avons trouvé dans le Pacifique la loi indiquée par Gay-Lussac et de Humboldt et vérifiée par MM. Roux et Savy dans l'océan Atlantique. Elle peut s'énoncer ainsi : *Sous les deux tropiques la salure est plus forte que sous l'équateur et qu'au delà des tropiques.*

M. Roux pense, contrairement à l'opinion de M. Davy, que la salure du tropique sud est plus forte que celle du tropique nord; cela résulterait aussi de nos observations pour le Pacifique, mais j'hésite pourtant à l'énoncer

comme un fait général; il peut être dépendant des saisons.

En indiquant que la salure diminue ordinairement en approchant des côtes, on a relaté un fait qui est la conséquence de ce que les fleuves apportent à la mer un large tribut d'eau douce; quoi qu'il en soit, dans quelques circonstances, on pourra en tirer un parti très utile, notamment pour l'atterrissage de la côte d'Afrique ou d'Amérique.

A quelle distance les eaux de l'Amazone ne seront-elles pas décelées à la mer par les essais seuls de chloruration, lorsque le thermomètre et le densimètre n'accuseront rien?

L'approche des glaces dans les mers froides sera également indiquée par le changement dans la salure.

Au point de vue de la navigation, la chlorométrie peut donc donner des résultats directs très utiles; mais, mieux encore, la recherche des courants ne me semble pas pouvoir être faite sans elle.

L'eau de mer, dans sa nature intime, peut être considérée comme absolument caractérisée par le poids de chlore qu'elle contient : il est dix fois supérieur à celui de l'acide sulfurique et varie notablement.

Dans les routes que nous avons parcourues, nous avons trouvé des poids en chlore allant de $17^{gr},50$ à $22^{gr},50$. La différence est de 500 centièmes et chaque essai peut être fait à 1^{cgr} ou 2^{cgr} près.

Cette quantité de chlore ne dépend d'ailleurs que d'une façon insensible des causes qui peuvent modifier si grandement la densité.

Ainsi on peut oublier la température à laquelle la mesure de chloruration a été faite, car, en rapportant à 15° des chiffres obtenus à 20°, la correction ne serait que de 2^{cgr}.

Il en est tout autrement lorsque l'on recherche directement la densité. La correction relative à la température peut atteindre la moitié de la variation due au poids du sel.

Avant mon départ, pour ne négliger aucune source utile d'information, j'avais fais construire chez M. Alvergniat quatre densimètres, dont la tige, de $0^m,20$ de longueur, portait des divisions allant de 1,0000 à 1,0500. La quatrième décimale pouvait être appréciée (elle valait $0^{mm},4$) lorsque le liquide dans lequel on plongeait le densimètre était tranquille.

Chaque jour, pendant le voyage, des observations ont été faites avec l'eau de mer qui servait aux essais de chloruration, et au retour une table de correction a été dressée empiriquement pour ramener tous les chiffres obtenus à la température de 20°.

TABLE DE RÉDUCTION A 20° DES DENSITÉS OBSERVÉES A L'AIDE DU DENSIMÈTRE ALVERGNIAT (EAU DE MER NORMALE).

Température.	Correction.	Température.	Correction.
°	— 0,00	°	± 0,00
0		12	— 20
1		13	— 18
2		14	— 15
3	— 33	15	— 13
4	— 32	16	— 11
5	— 31	17	— 08
6	— 30	18	— 05
7	— 29	19	— 02
8	— 28	20	00
9	— 26	21	+ 03
10	— 24	22	+ 06
11	— 23	23	+ 08

Température.	Correction.	Température.	Correction.
	0.00		+ 0.00
24°.........	+ 11	29°.........	+ 25
25.........	+ 15	30.........	+ 29
26.........	+ 17	31.........	+ 32
27.........	+ 19	32.........	+ 36
28.........	+ 22	33.........	+ 39

Les chiffres donnant la densité à 20° sont inscrits dans la quatrième colonne. On voit, en les discutant, qu'ils varient bien avec ceux obtenus indirectement par la chloruration, mais il y a parfois des écarts notables.

C'est que l'observation directe est souvent très difficile; lorsque le navire roule, la surface du liquide est agitée, l'instrument a des oscillations dans deux sens, et quelquefois on est indécis sur la valeur de la troisième décimale. Or le champ des variations de la densité de l'eau de mer n'est que de 80 unités de la quatrième décimale; dans ces circonstances de mauvais temps il descend à 8 unités de la troisième; que peut-on tirer des résultats obtenus?

Ce sont ces inconvénients et d'autres encore, inhérents au densimètre, qui ont engagé le Dr Carpenter à renoncer à cet instrument; mais les ampoules qu'il a imaginées, et dont les indications diffèrent d'une ampoule à l'autre de 10 unités du quatrième ordre, obvient-elles à un autre inconvénient aussi très grave?

Lorsqu'on verse dans un vase de l'eau puisée le long du bord et qu'on y plonge un densimètre, les bords du vase et l'instrument lui-même se couvrent bientôt de bulles de gaz que l'on doit chasser à plusieurs reprises si l'on veut avoir des lectures exactes.

Lorsque l'eau revient de grandes profondeurs, la dimi-

nution de pression et l'augmentation de la température font aussi passer à l'état naissant une partie des gaz qui étaient dissous; des globules imperceptibles vont se fixer au verre, accroissent le volume du densimètre et des ampoulettes; la lecture devient encore fautive, et pourtant la cause en est à peine apparente.

Tout ceci devait donc porter à substituer la recherche de la chloruration à celle des densités; mais il fallait d'abord trouver les lois diverses qui relient la dilatation au poids du chlore et à la température; c'est à quoi m'ont servi les échantillons d'eau de mer qui avaient été rapportés.

Leur nombre était de 15, le poids en chlore variait de 17,50 à 37,50 : ils embrassaient donc dans leur composition les limites extrêmes que l'on rencontre en mer. J'y joignis deux échantillons d'eau saumâtre, contenant 7 et 11 de chlore, pour avoir la transition de 0 à 17,50.

Chacun de ces échantillons fut introduit dans une pipette d'une capacité de 20^{cc}, surmontée d'un tube de thermomètre de $0^{m},30$ de longueur, et terminé à la partie inférieure par un tube effilé très long qui devait servir à l'introduction du liquide.

La capacité de chacune des pipettes avait été cubée au moyen du poids du mercure qu'elle pouvait contenir; les tubes avaient été calibrés dans toute leur longueur et, pour rendre les opérations plus rapides, chaque expérience portait sur six pipettes, disposées en demi-cercle dans un récipient en verre garni extérieurement d'une couche épaisse de drap.

Les variations de la température du liquide ambiant se sont trouvées être excessivement lentes; l'observation d'une seule série ascendante de température durait une journée entière, mais on y gagnait une approximation plus grande; l'erreur de ce genre d'observation, tenant surtout

à la difficulté qu'il y a à amener le verre à un même état lors des mêmes températures.

Dans le cours des essais, chaque pipette a été remplie successivement d'eau distillée bouillie, pour pouvoir éliminer ensuite par différence les dilatations propres de chaque verre; l'eau distillée avait été choisie, de préférence au mercure, pour que la capacité calorifique restât la même.

Chaque série a donné lieu à la construction graphique de courbes déterminées par au moins trente points, puis chaque courbe a été mise en équation du troisième degré de la forme $at + bt^2 + ct^3$, en assujettissant les trois coefficients cherchés à trente équations de condition.

Voici les résultats de ce calcul :

Pipette n° 1.

	a.	*b.*	*c.*
Eau distillée......	— 0,000082378	+ 0,000007748	— 0,0000000396
Ouistreham.......	+ 0,000057355	+ 0,000004070	+ 0,0000000089
Liqueur décime...	— 0,000077881	+ 0,000007510	— 0,0000000355
Marseille.........	+ 0,000032054	+ 0,000006084	— 0,0000000383

Pipette n° 2.

Eau distillée......	— 0,000087640	+ 0,000008017	— 0,0000000445
Campbell.........	+ 0,000046057	+ 0,000003205	+ 0,0000000372
7 mars...........	+ 0,000069372	+ 0,000001808	+ 0,0000000627

Pipette n° 3.

Eau distillée......	— 0,00008103	+ 0,000007275	— 0,0000000253
Eau saumâtre.....	— 0,00001874	+ 0,000006838	— 0,0000000346
Liqueur titrée n° 1.	— 0,00002149	+ 0,000007205	— 0,0000000424

Pipette n° 4.

Eau distillée......	— 0,00008354	+ 0,000007750	— 0,0000000395
Eau saumâtre.....	— 0,00003982	+ 0,000007409	— 0,0000000473
10 février 1875....	+ 0,00002490	+ 0,000006749	— 0,0000000539
Somerset.........	+ 0,00003782	+ 0,000004584	+ 0,0000000

Pipette n° 5.

	a.	b.	c.
Eau distillée......	— 0,00008113	+ 0,000007371	— 0,0000000309
Mer Rouge.......	+ 0,00003708	+ 0,000006024	— 0,0000000374
Lacs amers.......	+ 0,00009025	+ 0,000006532	— 0,0000000696
Batavia...........	+ 0,00005114	+ 0,000007898	— 0,0000000344

Pipette n° 6.

	a.	b.	c.
Eau distillée......	— 0,00008593	+ 0,000007815	— 0,0000000391
Scilly............	+ 0,00003308	+ 0,000005658	— 0,0000000215
Gulf-stream.. ...	+ 0,00004016	+ 0,000006053	— 0,0000000408
4 février.........	+ 0,00003221	+ 0,000005056	— 0,0000000050
31 janvier........	+ 0,00003311	+ 0,000005582	— 0,0000000214

Un premier examen doit faire rejeter les valeurs obtenues avec la pipette n° 2; l'équation portée par l'eau distillée accuserait une dilatation anomale du verre. Ce résultat doit tenir à l'épaisseur beaucoup plus grande du verre de cette pipette. Le liquide qu'elle contenait n'arrivait à la stabilité que très longtemps après les autres.

En ajoutant aux équations directes les différences entre la formule donnée par Kopp pour l'eau distillée et celles que nous avons trouvées pour chaque pipette, on arrive aux formules suivantes, que nous groupons par ordre de salure :

Somerset, Scilly, Gulfstream.

	a.	b.	c.
Eau distillée........	— $0,000061\,t$	+ $0,0000077\,t^2$	— $0,000000037\,t^3$
Eau saumâtre (7,67)..	+ $0,000017\,t$	+ $0,0000074\,t^2$	— $0,000000045\,t^3$
Eau saumâtre (11,50).	+ $0,000001\,t$	+ $0,0000072\,t^2$	— $0,000000046\,t^3$
Moyenne de 3 équations (20,55).....	+ $0,000058\,t$	+ $0,0000058\,t^2$	— $0,000000031\,t^3$
Mer Rouge (22,58) (¹).	+ $0,000057\,t$	+ $0,0000063\,t^2$	— $0,000000043\,t^3$
Ouistreham (23,02).	+ $0,000078\,t$	+ $0,0000040\,t^2$	+ $0,000000011\,t^3$
Lacs amers (37,87).	+ $0,000110\,t$	+ $0,0000069\,t^2$	— $0,000000075\,t^3$

(¹) Je porte ici des chlorurations supérieures à celles du tableau; c'est que les flacons, qui contenaient chacun 25gr environ d'eau de mer, ont

Nous pouvons, avec l'aide des formules, tracer sur une feuille corroyée les courbes de dilatation de degré en degré, et rectifier ces courbes pour les rendre continues; les écarts sont d'ailleurs plus faibles qu'une unité décimale du quatrième ordre ou qu'un dix-millième (*voir* le diagramme, p. 462).

Je donne ici de degré en degré et de gramme en gramme, entre 17^{gr} et 23^{gr}, les chiffres des dilatations qui résultent des courbes que nous avons tracées :

---

perdu par évaporation un peu de leur liquide; le reste est devenu, par suite, plus riche en chlore et les chiffres inscrits ici sont ceux des analyses faites immédiatement après les expériences de dilatation.

TABLEAU DONNANT LES DILATATIONS DES EAUX

Poids du chlore en grammes

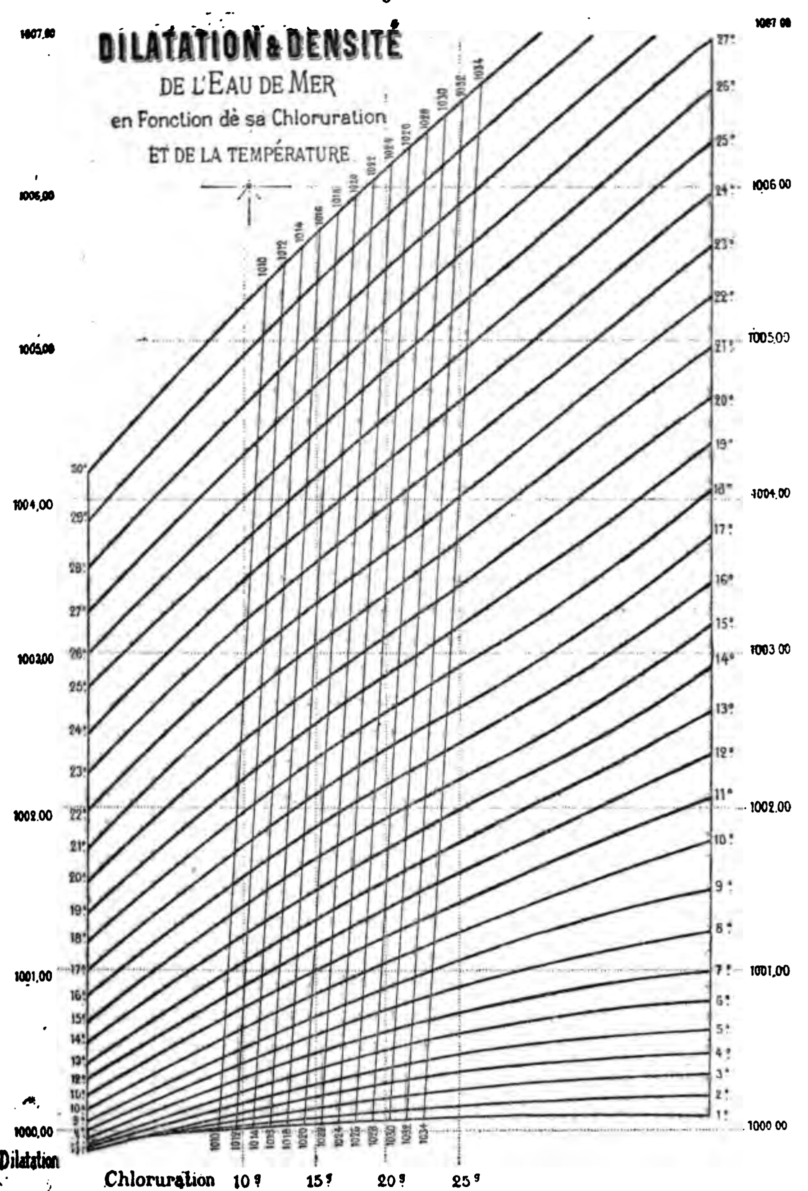
TEMPÉRATURE.	0	5gr	10gr	15gr	17gr	18gr	19gr
0°	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
1	0,99995	0,99997	1,00000	1,00003	1,00004	1,00005	1,00006
2	0,99991	0,99996	1,00002	1,00008	1,00011	1,00012	1,00013
3	0,99989	0,99996	1,00005	1,00013	1,00017	1,00019	1,00021
4	0,99988	0,99998	1,00009	1,00020	1,00025	1,00027	1,00029
5	0,99988	1,00001	1,00015	1,00029	1,00034	1,00037	1,00039
6	0,99990	1,00006	1,00022	1,00038	1,00044	1,00047	1,00050
7	0,99994	1,00012	1,00030	1,00048	1,00055	1,00058	1,00062
8	0,99998	1,00019	1,00039	1,00059	1,00066	1,00070	1,00074
9	1,00005	1,00028	1,00050	1,00071	1,00079	1,00084	1,00088
10	1,00012	1,00037	1,00062	1,00085	1,00094	1,00099	1,00103
11	1,00021	1,00049	1,00075	1,00099	1,00109	1,00113	1,00118
12	1,00031	1,00062	1,00089	1,00116	1,00126	1,00131	1,00136
13	1,00043	1,00076	1,00105	1,00132	1,00142	1,00148	1,00153
14	1,00055	1,00090	1,00122	1,00150	1,00161	1,00167	1,00172
15	1,00069	1,00106	1,00139	1,00170	1,00181	1,00187	1,00193
16	1,00084	1,00122	1,00158	1,00190	1,00202	1,00208	1,00214
17	1,00101	1,00141	1,00178	1,00211	1,00224	1,00230	1,00236
18	1,00118	1,00159	1,00199	1,00233	1,00247	1,00253	1,00259
19	1,00137	1,00180	1,00219	1,00256	1,00269	1,00276	1,00283
20	1,00156	1,00202	1,00243	1,00280	1,00294	1,00300	1,00307
21	1,00177	1,00223	1,00266	1,00304	1,00318	1,00326	1,00333
22	1,00199	1,00247	1,00290	1,00329	1,00344	1,00351	1,00359
23	1,00222	1,00270	1,00315	1,00356	1,00371	1,00378	1,00386
24	1,00246	1,00296	1,00342	1,00382	1,00398	1,00405	1,00413
25	1,00271	1,00322	1,00368	1,00410	1,00426	1,00434	1,00442
26	1,00297	1,00348	1,00396	1,00438	1,00455	1,00463	1,00471
27	1,00324	1,00376	1,00424	1,00468	1,00484	1,00492	1,00500
28	1,00352	1,00403	1,00452	1,00496	1,00512	1,00521	1,00529
29	1,00381	1,00434	1,00483	1,00526	1,00543	1,00551	1,00560
30	1,00410	1,00465	1,00512	1,00557	1,00574	1,00583	1,00592

DE MER SUIVANT LEUR CHLORURATION.

par litre d'eau de mer.

20gr	21gr	22gr	24gr	26gr	28gr	30gr	32gr	34gr
1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
1,00007	1,00007	1,00008	1,00009	1,00010	1,00011	1,00011	1,00011	1,00011
1,00014	1,00015	1,00016	1,00018	1,00019	1,00020	1,00021	1,00022	1,00023
1,00022	1,00024	1,00025	1,00028	1,00031	1,00032	1,00034	1,00036	1,00037
1,00032	1,00034	1,00036	1,00039	1,00043	1,00045	1,00048	1,00050	1,00052
1,00042	1,00044	1,00046	1,00051	1,00054	1,00058	1,00061	1,00064	1,00067
1,00053	1,00056	1,00058	1,00064	1,00068	1,00073	1,00077	1,00081	1,00084
1,00065	1,00068	1,00072	1,00077	1,00082	1,00087	1,00092	1,00096	1,00101
1,00078	1,00082	1,00085	1,00092	1,00099	1,00104	1,00109	1,00115	1,00120
1,00092	1,00096	1,00099	1,00107	1,00114	1,00120	1,00127	1,00132	1,00139
1,00107	1,50111	1,00115	1,00123	1,00130	1,00137	1,00144	1,00151	1,00158
1,00122	1,00127	1,00131	1,00140	1,00148	1,00156	1,00164	1,00172	1,00180
1,00140	1,00145	1,00150	1,00160	1,00168	1,00176	1,00185	1,00194	1,00202
1,00158	1,00163	1,00169	1,00179	1,00188	1,00197	1,00207	1,00216	1,00225
1,00178	1,00183	1,00189	1,00199	1,00209	1,00219	1,00229	1,00239	1,00249
1,00199	1,00204	1,00210	1,00221	1,00232	1,00243	1,00253	1,00264	1,00275
1,00220	1,00225	1,00231	1,00242	1,00254	1,00265	1,00277	1,00288	1,00299
1,00242	1,00248	1,00254	1,00266	1,00278	1,00290	1,00302	1,00314	1,00326
1,00266	1,00272	1,00278	1,00291	1,00304	1,00316	1,00328	1,00341	1,00353
1,00289	1,00296	1,00303	1,00316	1,00329	1,00342	1,00355	1,00368	1,00381
1,00314	1,00321	1,00328	1,00342	1,00355	1,00369	1,00383	1,00396	1,00410
1,00340	1,00347	1,00354	1,00368	1,00382	1,00397	1,00411	1,00425	1,00439
1,00366	1,00373	1,00380	1,00394	1,00409	1,00424	1,00438	1,00453	1,00467
1,00393	1,00401	1,00408	1,00423	1,00438	1,00452	1,00468	1,00482	1,00497
1,00420	1,00428	1,00436	1,00451	1,00467	1,00482	1,00497	1,00512	1,00527
1,00449	1,00457	1,00464	1,00480	1,00496	1,00512	1,00527	1,00542	1,00558
1,00479	1,00486	1,00494	1,00510	1,00525	1,00541	1,00557	1,00572	1,00588
1,00508	1,00516	1,00524	1,00540	1,00556	1,00572	1,00588	1,00604	1,00620
1,00537	1,00545	1,00553	1,00569	1,00585	1,00602	1,00618	1,00634	1,00650
1,00568	1,00576	1,00584	1,00601	1,00618	1,00634	1,00650	1,00666	1,00682
1,00600	1,00609	1,00617	1,00633	1,00650	1,00666	1,00683	1,00698	1,00714

Fig. 1.


DILATATION & DENSITÉ
DE L'EAU DE MER
en Fonction de sa Chloruration
ET DE LA TEMPÉRATURE
1007,00
1006,00
1005,00
1004,00
1003,00
1002,00
1001,00
1000,00
Dilatation
Chloruration 10 g 15 g 20 g 25 g

Pour avoir la loi reliant les densités aux chlorurations, j'ai encore eu recours aux échantillons d'eau de mer qui avaient été rapportés. Chacun d'eux a été pesé avec soin dans un petit flacon dont la capacité avait été déterminée, et les densités ont été ramenées de la température ambiante, à celle de 20°, en se servant du diagramme des dilatations. Ces densités figurent en gros caractères dans la cinquième colonne du tableau général.

En construisant alors graphiquement une courbe ayant pour ordonnées les densités et pour abscisses la chloruration, on voit quelle est à double courbure, et que la partie correspondant à la salure moyenne de la mer est à peu près droite.

Le tableau suivant donne, dans la première colonne, les densités à 20° prises sur cette courbe. Les colonnes 2 et 3 ont été calculées au moyen du diagramme des dilatations; elles donnent les densités correspondant à 15° et à 0°.

TABLE EMPIRIQUE DONNANT LA DENSITÉ DE L'EAU DE MER D'APRÈS LA CHLORURATION.

Poids du chlore en grammes.	Densités		
	à 20°.	à 15°.	à 0°.
0........	0,9983	0,9992	0,9999
1........	0,9995	1,0004	1,0012
2........	1,0007	1,0016	1,0025
3........	1,0019	1,0029	1,0038
4........	1,0031	1,0041	1,0051
5........	1,0044	1,0054	1,0064
6........	1,0056	1,0066	1,0077
7........	1,0069	1,0079	1,0091
8........	1,0082	1,0092	1,0104
9........	1,0095	1,0106	1,0118
10........	1,0108	1,0119	1,0133
11........	1,0122	1,0134	1,0147
12........	1,0137	1,0148	1,0163
13........	1,0152	1,0163	1,0178

Poids du chlore en grammes.	Densités à 20°.	Densités à 15°.	Densités à 0°.
14	1,0167	1,0179	1,0195
15	1,0183	1,0194	1,0211
16	1,0199	1,0210	1,0228
17	1,0215	1,0226	1,0244
18	1,0231	1,0242	1,0261
19	1,0247	1,0259	1,0278
20	1,0264	1,0275	1,0296
21	1,0281	1,0292	1,0313
22	1,0297	1,0309	1,0331
23	1,0314	1,0326	1,0348
24	1,0330	1,0343	1,0366
25	1,0346	1,0359	1,0382
26	1,0361	1,0374	1,0398
27	1,0376	1,0389	1,0413
28	1,0389	1,0403	1,0427
29	1,0401	1,0416	1,0441
30	1,0413	1,0428	1,0453
31	1,0425	1,0439	1,0466
32	1,0436	1,0450	1,0477
33	1,0446	1,0461	1,0489
34	1,0457	1,0472	1,0500
35	1,0468	1,0483	1,0512
36	1,0478	1,0493	1,0523
37	1,0489	1,0503	1,0534
38	1,0499	1,0514	1,0545
39	1,0510	1,0524	1,0557
40	1,0521	1,0535	1,0567

Pour vérifier si ce tableau avait le caractère de généralité que je lui supposais, j'ai pris dans le Mémoire déjà cité de M. Roux les densités et les chlorurations des échantillons puisés à bord du *Prophète* (résultats obtenus dans le laboratoire de l'hopital de la Marine à Rochefort), et, après avoir ramené les densités à 20° à l'aide du diagramme, j'ai mis en regard les nombres correspondants, extraits du tableau :

Chloruration	19gr,23	19gr,42	19gr,56	19gr,69	19gr,82	19gr,88	19gr,95	20gr,08	20gr,21	20gr,34
Densités	1,02699	1,02731	1,02750	1,02774	1,02792	1,02819	1,02900	1,02940	1,02972	1,02982
	1,02699	1,02730	2752	2790	2788	2822	2902	2940	2960	2982
		1,02731	2746	2770	2796	2811	2907	2952	2960	2082
		1,02730	2740	2772	2796	2813	2910	2955	2970	2982
Moyennes	1,02699	1,02730	2747	2776	2793	2816	2905	2947	2965	2982
Densités à 20°	1,02515	1,02546	2566	2591	2610	2620	2632	2663	2680	2698
Densités calculées	13	45	68	89	11	21	33	59	76	98
Différences	−0,00002	− 2	+ 2	− 2	+ 1	+ 1	+ 1	− 4	− 4	0

Les différences ne portent que sur la cinquième décimale; l'approximation est donc parfaitement satisfaisante.

M. Durand-Claye ayant publié des chiffres donnant la chloruration et la densité des eaux puisées dans le canal de Suez, j'ai ramené les densités à la température de 20°, et j'ai aussi calculé les chiffres correspondants, en partant de la chloruration.

Numéros de l'échantillon.

	1	2	21
Poids en chlore..	12gr,90	13gr,00	22gr,40
Température....	21°,8	21°,5	21°,4
Densité........	1,014	1,015	1,031
Densité à 20°....	1,0146	1,0156	1,0315
Densité calculée..	1,0150	1,0152	1,0307
Différence....	+0,0004	−0,0004	−0,0008

Les différences pour les trois échantillons où le poids du chlore est analogue à celui qu'on rencontre en pleine mer sont de l'ordre des unités négligées dans la première pesée des densités.

Pour les échantillons où la salure est considérable, les différences augmentent et sont, malgré leur irrégularité, toujours dans le même sens. Il semble donc, d'une part, que le tableau devrait recevoir une correction négative pour les fortes chlorurations et aussi que la différence de richesse en chlorures des couches du banc de sel du lac Timsah des anomalies dans les densités. Ainsi nous trouvons dans le tableau publié par M. Durand-Claye que l'échantillon 12, dont la richesse en chlore est de 18,80, est supérieur en densité (1,059) aux échantillons 10 et 11 (1,050), dont le poids de chlore est de 39gr,90.

Quoi qu'il en soit, dans les circonstances ordinaires, c'est-à-dire lorsque la chloruration est inférieure à 22°, on peut employer les chiffres donnés par le tableau, et, si on ne l'a

point sous les yeux, on peut user d'une règle empirique fournissant exactement les quatre premières décimales. Il suffit pour cela de prendre le titrage en chlore, et de le multiplier par 16; le produit donnera en décimales du quatrième ordre ce qui doit être ajouté à 0,9944.

En se reportant au tableau des résultats obtenus pendant le voyage, on verra dans la dernière colonne les résultats de la comparaison entre les densités trouvées à l'aide du densimètre et celles calculées; la concordance est satisfaisante (l'erreur est en général dans la quatrième décimale); mais j'ai beaucoup plus de confiance dans le résultat du calcul que dans celui d'une observation directe.

J'arrive maintenant aux conséquences qu'on peut tirer de l'étude précédente.

J'ai dit que des cartes donnant trimestriellement la chloruration de la mer conduiraient à une notion plus exacte des courants qui la sillonnent et qu'elles en feraient connaître de nouveaux, mais il est permis aussi d'envisager la question au point de vue de la pente qui provoque ces courants. On peut rechercher la forme que prend la surface de l'Océan suivant la salure et la température de toutes les parties qui le composent. Pour envisager d'abord un premier côté de cette nouvelle question, doit-on continuer à appeler niveau moyen dans un port le niveau obtenu par la moyenne d'un certain nombre de hauteurs, prises dans toutes les saisons [1]? Évidemment non, parce qu'il n'y a ni équilibre de hauteur, ni comparaison possible entre des eaux saturées différemment et ayant des densités variables suivant cette salure et leur température. On ne peut faire entrer dans la même moyenne les eaux douces qui au printemps s'étendent sur nos rivages et les eaux salées des autres saisons. En été, une onde marée dont la

[1] Je parle ici de niveau moyen et non point de surface d'équilibre, le premier étant égal au second, augmenté de la force vive moyenne due aux lames, au vent, etc.

puissance est représentée par un poids et non par une hauteur conduira à des chiffres différents de ceux de l'hiver. Et que l'on ne pense point que les corrections afférentes à différentes chlorurations soient insignifiantes. Lorsqu'on recherche aujourd'hui un niveau moyen pour des opérations de nivellement, sa valeur doit être donnée au millimètre près; lorsque l'on veut mesurer la stabilité d'une côte, c'est encore cette approximation que l'on a en vue. Eh bien, pour une différence de 15°, on a avec la salure moyenne $0^m,004$ de différence par mètre de hauteur. Si la marée a 5^m, la seule correction due à la température donne des différences de $0^m,02$; c'est la valeur entière de l'une des dernières ondes dont l'on tient compte.

Quant à la correction due à la différence de salure, elle est beaucoup plus grande : à Honfleur, au Havre et surtout à Saint-Nazaire, la chloruration de l'eau peut faire passer la densité de 1,028 à 1,012; pour 5^m de marée, la correction est de $0^m,08$.

Ce sont ces différences qui rendent si peu comparables les moyennes des hauteurs de la marée obtenues pour des longues périodes. A Brest, où le marégraphe fonctionne à l'embouchure de la Penfeld, les moyennes annuelles sont discordantes.

Ajoutons que, lorsqu'il s'agit du niveau d'équilibre, il faut faire encore une correction qui est comme l'étiage du port, car ce dernier niveau reste le même pour une grande étendue de la mer, tandis que le bord de la côte, par suite de circonstances locales, des étranglements qui empêchent le jeu des marées, etc., présente des surélévations diverses, mais cette correction ne s'applique ni aux mers sans marées, ni aux pointes qui s'avancent dans l'Océan.

Lorsqu'il s'agit de la recherche du niveau d'équilibre de la mer, il faut donc tenir compte de la densité et de l'étiage du lieu, et il y a lieu, dès à présent, de compléter les

indications fournies par les marégraphes, en y joignant pour chaque jour la température de la mer et le poids du chlore qu'elle contient au moment de la haute et de la basse mer. Si l'on trouve que les observateurs des marégraphes ne peuvent employer le dosage chimique, au moins doit-on leur donner un densimètre assez sensible pour arriver à une quatrième décimale exacte.

Les résultats obtenus pourront être réduits ensuite au moyen d'un tableau de conversion à la densité correspondant à une même température.

Abordons enfin la question générale du nivellement des mers, en essayant de tracer sur leur surface des lignes de niveau.

La mer n'est point en effet partout une surface de niveau, si nous appelons de ce nom celle qui serait indiquée par un nivellement géométrique ou celle que prendrait la mer elle-même si elle avait partout la même densité ([1]).

On sait déjà que les mers qui ne communiquent pas largement avec les grands océans accusent des différences de niveau assez fortes; le nivellement de M. Bourdaloue partant de la Méditerranée et allant au golfe de Gascogne a donné des différences variables, car les sources d'information dans les ports étaient peu précises; mais, en somme, les chiffres obtenus accusent tous une surélévation de l'Océan.

On a trouvé aussi par un nivellement que la mer de Suez était plus élevée que celle de la Méditerranée et on suppose également que le golfe des Antilles l'est davantage que l'océan Pacifique.

Des différences dans les hauteurs de la mer sont donc plus que soupçonnées; mais, comme la mesure directe de ces différences est très difficile et que des doutes se sont élevés même sur des résultats obtenus par un ingénieur

---

([1]) Je fais ici abstraction de l'influence due à l'attraction des montagnes.

éminent, on ne doit point s'étonner qu'un moyen de mesurage indirect n'ait point encore abordé.

Il est pourtant beaucoup plus simple que le premier, car il n'a à tenir compte ni de la hauteur des lames, ni de la force vive due au déplacement des ondes marées ni des marées elles-mêmes; il part de ce principe que les différences de niveau proviennent des poids variables d'une même hauteur d'eau

Il y a en effet dans toutes les mers équilibre de poids et tendance seulement à l'équilibre de niveau; il se passe partout en grand ce que l'on observe dans les îlots de sable clairsemés au milieu de l'océan Pacifique et reposant sur des récifs madréporiques fendillés de toutes parts.

Lorsqu'on y creuse un trou dans le sable, ou trouve de l'eau douce avant d'arriver au niveau du Pacifique, eau qui monte et descend suivant la marée, mais qui conserve si bien sa surélévation qu'on peut la faire écouler à la mer en lui ouvrant une issue. Cette eau, cernée de tous côtés par des eaux salées, est surélevée à cause de sa moindre densité et elle ne se mêle à l'océan que lentement, précisément à cause de cette différence de densité et du frottement à travers les couches de sable, qui est considérable. Il y a équilibre de poids et tendance seulement à l'équilibre des liquides en couches horizontales de même densité.

Dans les grands océans, l'arrêt causé par le filtrage à travers quelques mètres de sable est remplacé par le frottement des molécules les unes sur les autres pendant des centaines de lieues; la tendance au nivellement reste, mais les différences de hauteur sont constantes, car les causes qui les produisent agissent d'une façon continue. Chaque molécule d'eau, en réalité, court continuellement vers le point précis qu'indiquerait sa densité en suivant le chemin de la ligne de plus grande pente, qui est celui des plus grandes différences de densité relative.

Si donc on pèse en différents endroits d'un océan des files de molécules liquides sur une hauteur assez grande pour qu'on puisse considérer la partie négligée comme ayant une densité uniforme, on aura un élément des plus sérieux pour donner une idée de la forme de la surface de la mer.

En examinant dans les grands océans l'échelle décroissante des températures suivant la profondeur, on voit de suite une circonstance qui doit augmenter la précision des résultats : le fond de la mer y est partout caractérisé par une température presque invariable et très basse; on y trouve généralement 2°. Or, à cette température, l'eau est proche de son point de contraction maximum : une différence de 1° ne produit que le quart de la variation qu'on trouverait de 19° à 20°; si la chloruration est donc uniforme, on pourra considérer ce qui existe d'eau au-dessous d'une certaine profondeur comme n'ayant point d'influence directe sur les mouvements. C'est une masse qui participe au mouvement, mais qui ne le produit point.

Or les chiffres des densités spécifiques des eaux du fond de la mer donnés par l'habile commandant du *Challenger* diffèrent assez peu entre eux pour que l'on puisse supposer que leur différence réelle est moindre encore, et que des mesures chlorométriques auraient probablement montré plus d'uniformité dans cette couche d'eau, qui se trouve à 5^{km} au-dessous de la surface de l'océan.

C'est avec les chiffres du capitaine Nares que je vais essayer de niveler l'océan Atlantique, et ses données sont assez complètes et assez précises pour que l'on puisse tirer de ces observations un résultat auquel il n'a sans doute point songé.

J'ai pris pour un grand nombre de points les densités qu'il donne, ainsi que les températures aux diverses profondeurs. Les premières ont été traduites en chloruration au moyen du diagramme, puis, avec ce même diagramme,

j'ai pris les densités pour les températures conclues de 100^m en 100^m par interpolation, depuis la surface jusqu'à 4000^m de profondeur.

La somme de ces 40 chiffres, multipliée par 100, représente le poids d'une colonne d'eau distillée à 4°, qui ferait équilibre à la première.

Or si, avec deux sondages consécutifs, on obtient aussi des nombres différents, au plus grand des deux correspondra nécessairement une moindre hauteur relative, puisque la densité moyenne aura été plus forte.

C'est ainsi qu'en pesant deux colonnes de liquide de même hauteur, l'une d'alcool, par exemple, dont la densité serait 0°,5, et l'autre d'eau, on trouverait un poids double pour l'eau, ce qui indiquerait que, en réalité, pour avoir un même poids devant se faire équilibre dans les plateaux d'une balance, la colonne d'alcool devrait avoir cette hauteur double, qui se présenterait à l'œil si les deux liquides étaient contenus dans des tubes communiquant par leur partie inférieure.

C'est au moyen de la série des opérations que nous venons d'indiquer qu'ont été calculées 74 sondes complètes du *Challenger* dans l'océan Atlantique, et les résultats obtenus ont permis de tracer de mètre en mètre les courbes de niveau de la surface.

J'ai pris pour plan zéro celui qui passait par les îles du cap Vert; il touche d'ailleurs aux Açores et va presque jusqu'aux Bermudes.

C'est dans ce grand triangle également espacé de l'Afrique et de l'Amérique que se trouvent des dépressions les plus grandes : elles vont jusqu'à 2^m au-dessous du zéro dont nous venons de parler.

La ligne de niveau de $+1^m$ entoure tout ce grand espace; elle englobe les Açores, les Canaries, mais laisse en dehors les Antilles. Les lignes de $+2^m$, $+3^m$, $+4^m$ s'étendent du côté des États-Unis, en accusant un bourrelet considé-

rable vis-à-vis de New-York et d'Halifax, et une notable surélévation dans le golfe du Mexique.

Si le gulf-stream a pour cause l'afflux causé par les vents alizés, le courant à sa surface, en présence d'une côte concave, porterait à terre dans cette concavité, de même que sa portion inférieure irait au large; or, à la surface, il porte au large : ceci n'est-il point dû à cette pente qui fait ainsi dévier les molécules de la surface dans l'axe du tourbillon? Près de Terre-Neuve, l'eau qui couvre le banc et qui au printemps entraîne les glaces dans le Sud n'est-elle point aussi sollicitée par la pente, et la banquise ne continue-t-elle pas sa marche comme si elle suivait un thalweg dans une vaste plaine inondée.

La côte d'Afrique accuse également une surélévation, due à ce que l'eau y est plus douce et plus chaude.

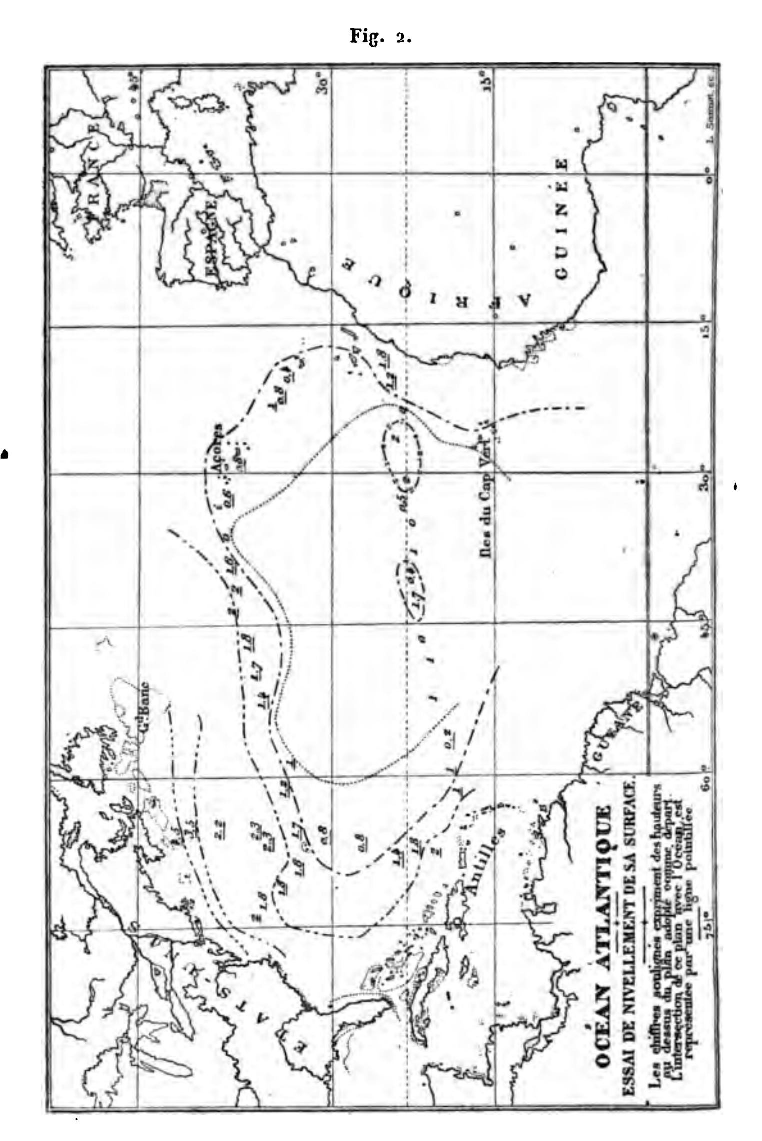
En revenant maintenant au canal de Suez, nous pouvons comprendre comment les courants ne s'y établissent point, comme on l'avait supposé en premier lieu, c'est-à-dire portant de la mer Rouge dans la Méditerranée, ni même comme l'avait indiqué M. Lieussou, lorsqu'il avait parlé de l'influence que devaient exercer les lacs amers. C'est que la chloruration de l'eau de ces bassins n'offre rien d'analogue dans les deux mers avec lesquelles ils communiquent, et que la surface générale du canal est loin d'être de niveau.

Si l'on trace deux courbes, l'une représentant la chloruration dans le canal de Suez, et l'autre le profil de l'eau, calculé au moyen des densités et des températures avec l'aide des tables de ce Mémoire, on voit que la pente est variable et considérable de la mer Rouge aux lacs amers. Aussi les eaux venant du Sud doivent-elles, au moins superficiellement, se déverser avec abondance dans les lacs.

On peut même calculer l'effet produit par la marée de la mer Rouge. Pendant les deux premières heures après la basse mer, le courant de surface et le courant de

fond doivent porter au sud et sortir du canal et des lacs

Fig. 2.



amers; la pente de la surface est alors vers la mer Rouge.

Le niveau de la surface s'établit vers 2^h 15^m; mais, pendant une demi-heure, l'inertie du liquide doit permettre encore l'écoulement. Puis la pente change, et l'eau de la surface porte au Nord, pendant que les eaux inférieures, très chlorurées, se déversent au Sud.

Pendant le jusant, le phénomène est plus compliqué, un dos d'âne superficiel se fait entre les lacs et Suez, et cette surélévation marche si lentement vers le Nord que vers la mi-marée l'eau de la mer Rouge doit encore entrer dans les lacs. Or tous ces mouvements esquissés sur la variation de la chloruration se produisent en réalité.

Dans nos rivières, en France, nous sommes également témoins de phénomènes analogues : la salure du *doucin* diffère autant de celle de la haute mer que les eaux de la mer Rouge de celles des lacs amers; aussi nous voyons souvent les eaux d'un fleuve partagées dans leur hauteur en deux courbes marchant chacune dans un sens différent.

On peut maintenant se demander si les eaux de la mer Rouge passent dans la Méditerranée? Cela est possible, mais on peut assurer qu'elles subissent alors, dans la dernière partie nord de leur route, une altération complète. Les eaux des lacs amers les modifient complètement, et leur mouvement dans le Nord se fait, dans tous les cas, uniquement par cheminement, dans la partie la plus creuse du chenal.

La mer de Port-Saïd entre en effet dans le canal comme le fait la mer Rouge à Suez, et également par sa partie supérieure; mais, comme l'indique la courbe de chloruration, ce cheminement doit être très lent, quoiqu'il s'étende jusqu'aux lacs amers.

Il manquait à l'essai que nous venons d'esquisser sur la dénivellation de l'Océan une vérification directe; nous avons pu la trouver pour deux points qui étaient reliés entre eux pour un nivellement.

En prenant pour la Méditerranée le niveau moyen de

Marseille et pour Brest un autre niveau moyen que je viens de déduire de plusieurs années d'observations, on trouve, au moyen du nivellement Bourdaloue, une différence de $1^m,08$ entre ces deux points. L'océan est plus élevé que la Méditerranée.

D'un autre côté, si l'on a recours aux échelles de température données pour l'Océan de nos côtes et pour la Méditerranée par le même capitaine Nares, dont nous avons été si heureux de trouver les travaux, on peut, en partant des chlorurations moyennes ($20^{gr},25$ pour l'Océan et $21^{gr},71$ pour la Méditerranée), former, au moyen de notre diagramme, le tableau suivant :

	Méditerranée. Chloruration (21,71).		Océan. Chloruration (20,25).	
Profondeur.	Température.	Densité relative.	Température.	Densité relative.
25.....	22,2	1,0286	19,7	1,0266
50.....	18,5	1,0296	17,8	1,0271
75.....	14,0	1,0306	15,7	1,0276
100.....	13,2	1,0308	14,9	1,0277
125.....	13,0	1,0308	14,8	1,0278
150.....	12,8	1,0309	14,7	1,0278
175.....	12,7	1,0309	14,6	1,0278
200.....	12,6	1,0309	14,4	1,0279
300.....	12,5	1,0309	13,2	1,0281
400.....	12,4	1,0309	12,5	1,0283
	Total...	4,1217	Total...	4,1115

Les deux chiffres se rapportent à la profondeur (400^m) du détroit de Gibraltar, car il est évident que ce qui se passe en dessous de ce seuil ne peut intéresser en rien l'équilibre des surfaces.

La différence des deux totaux est $1^m,02$; comparée à celle que nous avons indiquée, il y a une identité d'autant plus complète que le premier chiffre, $1^m,08$, représente le

niveau moyen, et que ce dernier surpasse de quelques centimètres la moyenne des hautes et basses mers.

Ce résultat me semble de nature à encourager des recherches ayant trait à la forme générale de notre globe et qui doivent servir à mieux faire connaître les courants qui sillonnent nos mers.

L'étude que nous avons poursuivie doit aussi engager les hydrographes assez heureux pour pouvoir marcher sur les traces du capitaine Nares à toujours joindre à l'étude des températures l'analyse chlorométrique.

Décembre 1875.

NOTA. — Je viens de trouver, au moyen des densités des échantillons recueillis à bord du *Travailleur*, en 1881, dans la Méditerranée et dans le golfe de Gascogne, deux nouvelles confirmations de la valeur du procédé de détermination de la différence de hauteur de la mer au moyen de la chloruration. Les différences avec le nivellement géométrique ne s'élèvent encore qu'à quelques centimètres.

Janvier 1882.

CHALEUR RADIANTE CONVERTIE EN SON PAR L'ACTION DE MOLÉCULES LIBRES;

PAR M. LE Dr TYNDALL, F.R.S. (1).

Traduction de M. CHARLES BAYE.

Le Conférencier commence par rappeler brièvement les recherches de Leslie, de Rumford et de Melloni. Il signale ensuite des travaux de Tyndall et de Magnus, concernant

(1) Résumé d'une Conférence donnée par les *Proceedings of the Royal Society*, n° 216; 1881.

le sujet qu'il se propose de traiter, et fait remarquer les points de non-contact en discutant en peu de mots les différences. Pour terminer ce tableau préliminaire, il reproduit un Mémoire, récemment publié par Lecher et Pernter, qui, d'accord avec le Conférencier au sujet des gaz, ne partagent pas son opinion sur les vapeurs. Ces investigateurs affirment notamment que les vapeurs aqueuses sont neutres pour la chaleur radiante. Selon Magnus, ils ont en vue les recherches de Tyndall et les résultats de ces recherches relatifs à l'adhérence des vapeurs, c'est-à-dire à la condensation des vapeurs sur la surface des plaques de sel gemme employées pour fermer ce tube, et sur la surface intérieure de ce tube.

En novembre 1880, le Conférencier a repris ses recherches sur ce sujet. Il a répété ses expériences antérieures, et il les a vérifiées avec diverses sources de chaleur.

Quant aux tubes, les uns avaient leur face interne polie, les autres, recouverte de noir de fumée. Les résultats obtenus avec ces deux genres de tubes sont essentiellement les mêmes.

Mais on peut supposer qu'un revêtement de noir de fumée réfléchit une certaine quantité de chaleur; il est donc désirable d'avoir une disposition qui supprime entièrement la réflexion interne. Voici le système adopté : on a choisi pour source de chaleur un fil de platine, rendu incandescent par un courant voltaïque. Un tube, de 38 pouces de longueur et de 6 pouces de diamètre, avait à chaque bout une ouverture circulaire de 3 pouces de diamètre, fermée par des plaques transparentes de sel gemme. Le tube était pourvu de trois robinets. L'un d'eux était relié à une grande machine pneumatique de Bianchi ; un autre à un appareil purifiant; par le troisième, on pouvait introduire des vapeurs et des gaz. Avant d'entrer dans le tube, les rayons calorifiques traversaient une lentille de sel gemme parfaitement taillée, au moyen de laquelle une

image de la spirale se formait sur la plaque de sel gemme la plus éloignée. Pour que l'image fût nette, on commençait par porter la spirale à l'incandescence, puis par l'introduction d'une résistance on ramenait la température au degré voulu. Le rayon calorifique émis dans ces conditions le long de l'axe du tube ne touchait pas du tout la surface intérieure. Aucune réflexion n'entrait en jeu; il ne pouvait y avoir absorption par des pellicules liquides hypothétiques recouvrant la surface interne; cependant, des expériences faites avec cet appareil ont entièrement confirmé les précédentes, dans lesquelles la plus grande partie de la chaleur qui atteignait la pile avait été réfléchie.

Quand j'ai pris pour source de chaleur un cylindre de chaux travaillé avec soin, dont une portion était rendue incandescente par un jet enflammé de gaz d'éclairage et d'oxygène, les résultats ont confirmé ceux obtenus avec la spirale. L'ordre d'absorption était de même. Seule différence : la fraction absorbée était moindre dans le cas de la chaux que dans le cas de la spirale.

Pour condenser la radiation provenant de la lumière donnée par la chaux, j'ai employé quelquefois des lentilles de sel gemme. Résultats identiques dans les deux cas.

Il y a dix ans je me servais d'un tube, dont la surface intérieure était fruste et terne; dimensions indiquées plus haut. Quand elle était chauffée dynamiquement par l'introduction d'un gaz, elle troublait quelque peu, par son pouvoir rayonnant, la pureté des résultats. Le tube dont je me suis servi dans mes dernières expériences était exempt de ce défaut, sa surface interne étant revêtue d'argent déposé par électrolyse et très polie. Grâce à cette disposition, le tube ne pouvait ni rayonner, ni absorber sensiblement.

Il nous reste à examiner si, comme on l'a dit, il se dépose des pellicules liquides sur les plaques de sel gemme

placées aux deux bouts du tube. Dans ce cas aussi, l'*experimentum crucis* est possible. Si l'absorption est due à de telles pellicules liquides, elle ne changera pas quand on écartera les deux plaques, l'espace qui les sépare étant rempli d'une grande quantité de vapeur; mais si elle est produite, comme je le soutiens, par les molécules de vapeur, elle augmentera en même temps que l'épaisseur de la couche absorbante. Pour beaucoup de gaz et quelques vapeurs, ce problème a été résolu dès 1863. Au moyen d'un appareil qui a été décrit à cette époque, des plaques de sel gemme polies pouvaient être mises en contact l'une avec l'autre, puis séparées graduellement, jusqu'à ce que la couche gazeuse remplissant l'intervalle eût quelques pouces d'épaisseur. Avec de la vapeur d'éther sulfurique, la distance entre les plaques étant de $\frac{1}{20}$ de pouce, on a remarqué une absorption de 2 pour 100. Quand on diminuait l'intervalle ou que l'on employait une vapeur plus faible, cette faible absorption elle-même disparaissait; tandis que, quand on passait de $\frac{1}{20}$ de pouce à 2 pouces, l'absorption arrivait de 2 pour 100 à 35 pour 100. Des expériences de ce genre, vérifiées il y a peu de temps, ruinent entièrement l'hypothèse suivant laquelle l'absorption observée serait produite par des pellicules liquides.

L'hypothèse de l'adhérence de la vapeur implique que les liquides exercent sur la chaleur radiante un pouvoir absorbant refusé à leurs vapeurs; en d'autres termes, elle implique que le siège de l'absorption se trouve dans la molécule considérée en bloc, et non dans les atomes constituants de cette molécule. Car si l'absorption était intramoléculaire, le passage du liquide à l'état de vapeur qui laisse intactes les molécules ne pourrait supprimer l'absorption. En 1864, j'ai prouvé que, quand des vapeurs en quantités proportionnelles aux densités de leurs liquides étaient examinées dans le tube à expérience, l'ordre de leurs pouvoirs absorbants était précisément celui présenté par

les pouvoirs absorbants des liquides qui avaient fourni ces vapeurs. Ce résultat a été récemment contrôlé et vérifié, de la façon la plus complète, au moyen d'appareils, dans lesquels la réflexion interne n'entre jamais en jeu. Il permet donc de supposer, avec une grande probabilité, que le siège de l'absorption est le même dans les liquides et dans les vapeurs.

Pour étudier ce problème de physique moléculaire, il était donc très désirable de comparer ensemble des quantités *égales*, au lieu de quantités proportionnelles de liquides et de vapeurs. Les liquides très volatils sont les seuls qui se prêtent à ces expériences, car ce sont les seuls qui puissent donner des vapeurs en quantité suffisante pour produire des couches d'une épaisseur pratique. Cependant je n'ai fait des expériences complètes que sur deux substances : l'hydrure d'amyle et l'éther sulfurique. Des expériences soignées et exactes, répétées nombre de fois, ont conduit à ce résultat : quand le nombre de molécules traversées par les rayons calorifiques dans la vapeur est le même que le nombre de molécules traversées dans le liquide, les absorptions sont identiques. Dans le tube argenté qui, comme je l'ai dit plus haut, a 38 pouces de long, la vapeur d'hydrure d'amyle, à une pression de 6,6 pouces de mercure, est équivalente à une couche liquide de 1^{mm} d'épaisseur; une colonne de vapeur d'éther sulfurique de même longueur, à une pression de 7,2 pouces de mercure, produirait également une couche liquide de 1^{mm} d'épaisseur. L'expérience a été faite de la façon la plus attentive, tant avec la lumière à la chaux qu'avec le platine incandescent. Il est impossible de dire qu'il y ait une différence quelconque entre l'absorption par la vapeur et l'absorption par le liquide. L'hypothèse de l'adhérence de la vapeur, imaginée pour expliquer les résultats que j'ai publiés, ne peut donc être maintenue plus longtemps.

Le 29 novembre 1878 j'ai eu le plaisir d'assister, dans

le laboratoire de l'Institution royale, aux expériences de M. Graham Bell, dans lesquelles un rayon lumineux concentré, rendu intermittent par la rotation d'un disque perforé, tombait sur diverses substances solides et produisait des sons musicaux. M. Bell fut naturellement amené, par ses expériences antérieures sur le sélénium, à conclure que cet effet était produit par les rayons lumineux du spectre. L'examen de ces expériences me persuada que les résultats étaient dus à l'intermittente absorption de la chaleur radiante. A cette époque, je faisais des expériences sur les vapeurs. Substituant mentalement de la matière gazeuse à la matière solide, je me représentais clairement l'expansion soudaine prise par un gaz absorbant ou une vapeur absorbante, à chaque choc du rayon calorifique, et la contraction soudaine au moment où le rayon était intercepté. Des pulsations, beaucoup plus fortes que celles qui pouvaient être obtenues au moyen de matière solide, seraient probablement ainsi produites; et ces pulsations, si elles étaient assez rapides, engendreraient des sons musicaux.

Cette idée fut contrôlée sur-le-champ. De l'éther sulfurique étant placé dans un tube à réactif, et le tube étant relié avec l'oreille, on faisait tomber le rayon intermittent sur la vapeur au-dessus du liquide. Un faible son musical fut entendu distinctement. L'éther formique fut essayé de la même manière et avec le même résultat. Puis vint le tour du bisulfure de carbone : la vapeur de ce liquide fut incapable de produire un son musical. Ces résultats, qui étaient parfaitement d'accord avec ceux que j'avais précédemment énoncés, furent rendus publics pendant une discussion à la Société des ingénieurs des télégraphes, le 8 décembre 1880. Il était donc évident que l'appareil, véritablement beau, de M. Bell n'était pas propre à produire l'effet maximum. M. Bell avait employé une série de lentilles pour concentrer son rayon. Dans le cas de gaz trans-

., quoique pures, absorberaient une
. très importante pour la produc-
recours à des lentilles de sel
s argentés par devant. J'ai
r, y compris celle de la
ux fut trouvée très
roir concave, des
produits par tous
ouvoir absorbant. Le
plus sonore. Transmis
ube de caoutchouc, le son
evé que celui d'un orgue.
le tube acoustique et qu'on eut
écipient convenable, les sons furent
. de leur origine. En rangeant les gaz
intensité des sons émis ou de l'absorption
a chaleur radiante, on obtient deux séries qui
pondent exactement.

ner sulfurique se trouve au sommet de l'échelle des
peurs. Ce résultat est dû en partie à la grande volatilité
du liquide. Toutefois, l'intensité du son est loin de dépendre entièrement de la volatilité. L'action spécifique des molécules sur la chaleur radiante apparaît aussi clairement dans ces expériences que dans celles faites antérieurement avec le tube et la thermopile. Quatre-vingts vapeurs ont été essayées relativement à leur pouvoir phonogène.

En ce qui concerne la vapeur d'eau, dont l'action sur la chaleur radiante est représentée comme nulle, même par les publications les plus récentes sur ce sujet, il était intéressant d'interroger la vapeur elle-même sur son pouvoir absorbant, et de recevoir de cette vapeur une réponse qui n'admît pas de doute. Un certain nombre de matras, de 1 pouce de diamètre environ, furent placés sous le récipient d'une machine pneumatique; à côté d'eux, un vase

contenant de l'acide sulfurique. Quand ils furent complètement secs, je les exposai à un rayon intermittent. L'air bien desséché, dans les matras, resta silencieux. Le plus léger mélange d'humidité suffisait pour lui donner le pouvoir de rendre des sons. Quand on place un peu d'eau dans un mince matras de verre et qu'on la chauffe au voisinage de son point d'ébullition, les sons produits par la vapeur développée sont excessivement élevés. Les matras employés dans ces expériences ont ordinairement un volume de 1 pied cube. On peut les réduire à $\frac{1}{5}$ ou même à $\frac{1}{100}$ de pied cube. Quand on vaporise une petite goutte d'eau dans ces petits matras et qu'on les expose au rayon intermittent, on entend des sons musicaux aigus.

Il faut considérer que la chaleur employée dans ces expériences venait d'une source très lumineuse : par suite, elle était moins absorbée que ne l'eût été de la chaleur venant de corps chauffés au-dessous de l'incandescence.

Pour rendre complète la corrélation entre le pouvoir phonogène et l'athermancie, j'ai examiné dans quelle mesure tous les gaz et toutes les vapeurs qui avaient été exposés au rayon intermittent augmentaient de force élastique par absorption de chaleur radiante. Je me servais d'un cylindre de verre, de 4 pouces de longueur et de 3 pouces de diamètre; ses extrémités étaient fermées par des plaques transparentes de sel gemme. Un étroit tube en U, contenant un liquide coloré qui se tenait au même niveau dans les deux bras, était relié à ce cylindre. On pouvait à volonté soit faire le vide dans ce dernier, soit le remplir d'un gaz ou d'une vapeur. Quand il était plein, on le faisait traverser par le rayon de lumière à la chaux, en enlevant subitement un double écran argenté; l'augmentation de force élastique était immédiatement accusée par la dépression du liquide dans l'un des deux bras du tube en U et son élévation dans l'autre. La différence du niveau dans les deux bras donnait, en pression d'eau, une

mesure de la chaleur absorbée. Avec les vapeurs plus fortes, il serait aisé de produire, à l'aide de cet instrument, une augmentation de force élastique correspondant à une pression de 1000^{mm} d'eau. L'intensité des sons correspondait, comme on pouvait s'y attendre, à l'énergie de l'absorption : elle variait depuis « excessivement forte », « très forte », « forte », « modérée », « faible », jusqu'à « imperceptible ». A ce propos, le conférencier a rappelé les expériences du professeur Röntgen, qui a cultivé avec indépendance et succès ce domaine de la Physique.

Pour conclure, le conférencier appelle l'attention sur les relations existant entre les faits constatés par lui et certains phénomènes météorologiques. Il rappelle les idées de Magnus sur le rôle du brouillard ou de la gelée blanche, et il signale diverses observations de Wells, qui sont en opposition avec ces idées. Il cite les observations de Wilson, de Six, de Leslie, de Denham, de Hooker, de Livingstone, de Mitchell, de Strachey et d'autres physiciens, et parle de l'action de la vapeur aqueuse sur la radiation solaire et la radiation terrestre. Il y a plusieurs années, le conférencier avait pensé à imiter l'action de la vapeur d'eau sur les rayons solaires en faisant passer un rayon de lumière électrique à travers une couche d'eau. En faisant cette expérience il avait examiné le spectre ainsi obtenu. La courbe représentant la distribution de la chaleur ressemblait à celle fournie par le spectre du soleil. La radiation calorifique invisible, égale avant l'absorption à près de huit fois la radiation visible, était réduite à deux fois environ. Si nous pouvions retirer l'écran constitué par la vapeur atmosphérique, une grande quantité de rayons ultra-rouges serait assurément restituée au spectre solaire. Cette conclusion a été récemment établie par de grandes expériences, dues au professeur Langley, qui écrivait, le 10 septembre, d'une hauteur de 12000 pieds, sur le mont Whitney « où l'air est peut-être plus sec qu'à toute

autre altitude égale, à laquelle on ait jamais fait des recherches scientifiques » : « Mes observations indiquent une grande différence entre la *distribution* de l'énergie solaire ici et celle à laquelle nous sommes accoutumés dans les régions d'humidité ordinaire. L'effet de la vapeur d'eau sur les rayons les plus réfrangibles est faible ; il y a d'autre part un effet systématique, dû à l'absence de cette vapeur et montrant par contraste, d'une manière frappante, quelle est ordinairement son action sur le rouge et l'ultra-rouge. Le spectre ultra-rouge s'étend énormément au delà du point jusque auquel il avait été suivi jusqu'à présent. Faites sur une plus grande échelle que dans le laboratoire, sur la plus grande que puisse fournir la nature, et par des moyens complètement indépendants de ceux ordinairement appliqués à ces recherches, mes expériences peuvent vous intéresser. Étant publiées, elles dissiperont tous les doutes, quant à l'exactitude de votre opinion, défendue par vous depuis si longtemps, relative au pouvoir absorbant de cet agent sur la plus grande partie du spectre et à son importance prédominante pour modifier l'énergie solaire par rapport à nous. »

MESURE DES POTENTIELS CORRESPONDANT A DES DISTANCES EXPLOSIVES DÉTERMINÉES ;

PAR M. J.-B. BAILLE.

Le potentiel d'un corps électrisé, par rapport à un point intérieur, présente une importance très grande pour l'étude de l'électricité. Pourtant la définition mathématique de cet élément ne correspond pas à un phénomène bien net, pouvant conduire à une mesure précise.

Dans l'étude de la chaleur, la température est mesurée par la dilatation d'un corps bien défini, de sorte que l'échelle des températures indique sûrement la qualité de la chaleur employée. De même, dans l'étude de la pesanteur, la différence de niveau correspond à une idée précise et susceptible de mesure.

Dans l'étude de l'électricité, il n'en est pas ainsi. Le *potentiel,* qu'on appelle quelquefois par analogie la *température* ou le *niveau* électrique du corps, peut être défini analytiquement : mais, pour le réduire en nombre, il faut le rapporter à quelque phénomène spécial.

La longueur de l'étincelle électrique peut être considérée comme une fonction de la différence des potentiels des corps entre lesquels elle jaillit ; et, comme c'est un phénomène très apparent et d'une mesure facile, j'ai pensé qu'il ne serait pas inutile d'avoir les potentiels correspondant à des distances explosives déterminées, et de former, pour ainsi dire, une échelle de potentiels, comme on a formé une échelle de températures ou de hauteurs.

Sir W. Thomson (1860) a déjà donné les potentiels correspondant à de petites longueurs d'étincelles. Mais il n'a pas dépassé $0^c,15$, et les nombres qu'il a obtenus sont probablement un peu faibles, comme j'en donnerai la raison dans la suite de ce travail.

M. Warren de la Rue (1877) a également cherché la force électromotrice nécessaire pour faire jaillir des étincelles, et l'a mesurée par un nombre d'éléments de piles au chlorure d'argent. Il n'a pas dépassé $0^c,21$ entre deux plans, et les nombres qu'il donne sont notablement plus forts que ceux de M. Thomson.

D'autres expérimentateurs, tels que MM. Masson, Gordon (1878), Gaugain, etc., ont également fait des mesures sur la pression ou la densité électrique des corps au moment où jaillit l'étincelle. Mais de ces expériences, faites dans des buts particuliers, il est difficile de conclure

l'échelle des potentiels correspondant à des distances explosives déterminées.

I. — Appareils de mesure.

La méthode que j'ai employée était, à quelques détails près, celle de sir W. Thomson, qui se servait d'un électromètre absolu.

Source d'électricité. — J'employais une petite machine de Holtz a double rotation, qui me paraît plus facile à construire que le modèle ordinaire. Ce sont deux plateaux de verre, vernis à la gomme laque, montés autour du même axe vertical, sur deux arbres différents et tournant en sens inverse. Quatre peignes, alternativement au-dessus et au-dessous du système des deux plateaux, sont réunis deux à deux à angle droit et forment deux conducteurs que l'on réunit au corps à électriser.

La théorie de ce modèle à deux rotations est la même que celle de la machine ordinaire. Les plateaux doivent également être amorcés et tourner très vite.

Cet appareil est plus facile à construire que le modèle ordinaire, puisqu'il n'y a pas de plateaux fixes, percés de fenêtres diagonales. Il présente cependant une très petite difficulté mécanique, qui est de faire tourner les plateaux en sens inverse autour du même axe. On la résout de différentes manières, en particulier, en faisant porter le plateau inférieur par un arbre formant manchon indépendant autour de l'arbre central, et celui-ci est muni de deux oreilles pour maintenir l'écart du manchon.

Cet appareil fournit plus d'électricité que l'appareil de Holtz ordinaire, puisqu'il alimente quatre peignes, par une vitesse relative double.

Malheureusement, je n'avais pu construire qu'une machine de petite dimension, et je ne pouvais obtenir sûrement que des étincelles de 4^{mm} à 5^{mm} entre deux plans.

Pour les distances explosives plus grandes, je me suis

servi d'un modèle de Holtz ordinaire à quatre plateaux.

Excitateur. — Je faisais jaillir une étincelle entre deux corps, l'un étant à la terre, l'autre communiquant avec le pôle négatif de la machine. J'ai vérifié à différentes reprises que les deux pôles donnaient les mêmes résultats; mais, comme l'étincelle positive est parfois plus difficile à obtenir, les aigrettes se formant très facilement, je me suis servi de préférence de l'électricité négative.

Les deux branches de l'excitateur étaient l'une fixe, l'autre formée par une vis micrométrique, permettant de mesurer très exactement la distance entre les deux pôles. On pouvait terminer ces deux branches avec des corps quelconques, et étudier ainsi l'influence de la forme de l'excitateur sur le potentiel correspondant à une étincelle déterminée.

Le zéro de l'excitateur, défini par le contact sans pression des deux branches, était obtenu soit, comme le faisait M. Thomson, en prenant le point où l'étincelle cessait d'être visible, soit en interrompant un courant qui actionnait un téléphone. Ces deux procédés m'ont toujours donné des résultats à peu près identiques, et je les employais indifféremment l'un ou l'autre, selon la commodité du moment.

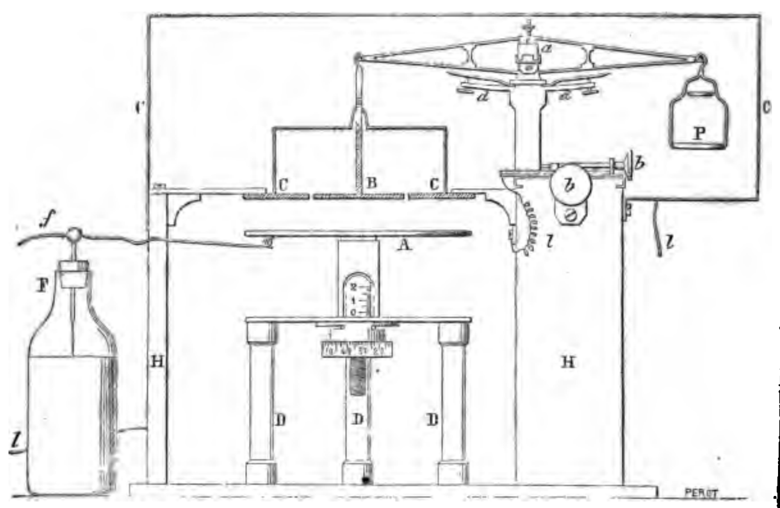
Balance. — Le potentiel était évalué par l'attraction qu'un disque fixe, très grand, exerçait sur une portion limitée d'un plan indéfini; ce plan indéfini formait anneau de garde, et la portion centrale était le plateau d'une balance très sensible.

Le disque fixe, réuni au pôle de la machine, était porté par une vis micrométrique, permettant de mesurer très exactement la distance au plan de l'anneau de garde. Il était formé d'un cercle de cuivre, bien poli et nickelé, de 16^c de diamètre. Ce disque et sa vis micrométrique étaient portés par trois colonnes de verre, qui l'isolaient complètement du reste de l'appareil.

Le plateau mobile était un petit cercle d'aluminium suspendu par une tige au fléau d'une balance; l'autre plateau recevait les poids qui équilibraient l'attraction.

Le plateau de la balance était amené dans le plan fixe

Fig. 1.



A, disque électrisé attirant.
B, plateau en aluminium attiré.
C, anneau et boîtes de garde.
P, poids faisant équilibre à l'attraction.
a, godets de mercure faisant communiquer le levier avec le bâti et le sol.
b, vis de réglage.
d, support réglant le mouvement du levier.
F, condensateur.
D, colonnes de verre isolantes.
H, supports métalliques.
l, communication avec le sol.
f, communication avec la source.

de l'anneau de garde. Cette disposition ingénieuse de sir W. Thomson permet de négliger l'influence des bords et de regarder le plan mobile comme la partie centrale d'un plan continu et d'une densité électrique uniforme.

Ce plan était surmonté d'une boîte conductrice et réunie au sol ; de cette façon, le disque mobile était soustrait à toute influence autre que celle du plan fixe électrisé qui lui est parallèle.

Le fléau de la balance communiquait avec le sol par deux petites tiges portées par le couteau et plongeant dans des godets de mercure. La sensibilité de l'appareil n'était pas diminuée par ces tiges placées sur l'axe. Les autres dispositions que j'ai essayées ont toujours présenté quelque inconvénient : tantôt la communication avec le sol était insuffisante, tantôt les fils, en s'électrisant, attiraient des poussières qui souillaient la surface du mercure, etc.

La balance formait donc une sorte d'électromètre absolu. Elle avait été construite avec beaucoup de soin, et le fléau trébuchait d'environ $0^c,15$ pour une différence de poids d'un demi-milligramme.

Je me servais d'un système de poids très commode, faits avec un fil d'aluminium bien pesé et coupé à des longueurs définies.

II. — Établissement de la formule.

L'action d'un plan indéfini sur une portion finie d'un plan parallèle se calcule très facilement. On emploie le plus souvent, pour faire les calculs de ce genre, les formules de transformation de Green. Mais il est facile, dans ce cas particulier, de poser la formule d'une manière plus élémentaire.

Supposons en effet que, le disque fixe étant indéfini et le plateau mobile entouré d'un anneau de garde assez rapproché, l'action des bords soit négligeable et la densité électrique constante sur les deux surfaces en regard.

Soient ρ et ρ' ces densités électriques sur les plans fixe et mobile, c'est-à-dire les masses répandues sur l'unité de surface et évaluées en unités de masses électriques.

L'action d'un point $dx\,dy$ du plan fixe sur un point $dx'\,dy'$ du plan mobile est, d'après la loi de Coulomb,

$$\frac{\rho\,dx\,dy \times \rho'\,dx'\,dy'}{l^2},$$

l étant la distance des deux points.

Ces points sont les éléments de deux droites parallèles.

L'action d'une de ces droites indéfinies d'épaisseur dy sur l'autre droite finie d'épaisseur dy' et de longueur b, évaluée suivant la plus courte distance λ de ces droites, θ étant l'angle que la distance des deux points fait avec la perpendiculaire commune aux droites, est

$$\int \frac{\rho\rho'\, dx\, dx'\, dy\, dy'}{l^2} \cos\theta$$

avec

$$x = \lambda \operatorname{tang}\theta, \quad l = \frac{\lambda}{\cos\theta}, \quad dx = \frac{\lambda\, d\theta}{\cos^2\theta}.$$

En réduisant l'expression précédente, on obtient

$$\frac{\rho\rho'\, dy\, dy'}{\lambda} \int\int dx' \cos\theta\, d\theta = -\rho\rho' \frac{x'}{\lambda} dy\, dy' \sin\theta.$$

Et comme il faut intégrer cette expression entre o et b pour dx', et entre $\theta = o$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$ pour $d\theta$, en doublant l'expression, on obtient enfin

$$-2\rho\rho' \frac{b}{\lambda} dy\, dy'.$$

En faisant alors varier les y, les droites décrivent les plans parallèles ; et la composante verticale de l'action d'un plan sur un autre, suivant leur courte distance D, est, en considérant que

$$D = \lambda \cos\omega, \quad y = D \operatorname{tang}\omega \quad dy = D \frac{d\omega}{\cos^2\omega},$$

$$\int\int -\frac{2\rho\rho' b}{\lambda} dy\, dy' \cos\omega$$

$$= -2\rho\rho' b \int\int \frac{D\, d\omega}{\lambda \cos^2\omega} \times \cos\omega \times dy' = -2\rho\rho' b y' \omega.$$

Il faut prendre cette intégrale, telle que le produit by' soit la surface du plateau attiré A, et faire varier ω de o à π : ce qui donne $F = -2\rho\rho' A \times \pi$ pour l'action d'un plan

indéfini, de densité ρ, sur un plan fini, parallèle, de surface A et de densité uniforme ρ'; le signe n'est pas à considérer, puisque le sens de la force dépend des signes relatifs de ρ et ρ', sur lesquels il n'y a aucune hypothèse à faire.

Cette force n'est pas aussi indépendante de la distance D qu'elle le paraît au premier abord. Car les densités électriques ρ et ρ' sont déterminées, non seulement par l'électrisation individuelle des plans, mais aussi par leur influence réciproque, laquelle dépend de leur distance. De sorte que, si la distance D changeait, les densités ρ et ρ' changeraient aussi, et par suite la force normale F.

Dans le cas de mon appareil, la distance verticale des plans est toujours restée petite, par rapport à leurs dimensions horizontales; de plus, les influences extérieures étaient soigneusement évitées. On peut donc admettre que, l'équilibre ayant lieu, les forces se réduisent à l'action du disque fixe sur le plateau mobile; par conséquent, l'épaisseur électrique est la même sur les deux plans en présence, comme elle serait la même sur deux sphères concentriques de rayon quelconque. On a donc, dans le cas particulier de mon appareil,

$$\rho = \rho' \quad \text{et} \quad F = 2\pi\rho^2 A.$$

Pour évaluer ρ, on emploie le théorème connu élémentaire: Une surface électrisée en équilibre, renfermant une masse électrique μ, la somme des forces normales aux éléments de cette surface est $4\pi\mu$. Or ici ces forces se réduisent à la composante verticale de l'action du plan inférieur sur la portion finie du plan supérieur; elle est égale à la dérivée du potentiel par définition, et pour l'unité de surface $\mu = \rho$. Donc

$$\frac{dV}{dD} = 4\pi\rho = \frac{V - V'}{D},$$

$$\rho = \frac{1}{4\pi} \frac{V - V'}{D}.$$

En éliminant ρ entre ces deux expressions, on a $V - V' = D\sqrt{\frac{8\pi F}{A}}$, formule connue et employée par sir W. Thomson, dans laquelle

V est le potentiel du plan inférieur,
V' est le potentiel du plan supérieur,
D la distance des deux plans,
A la surface du plateau attiré,
F la force équilibrant l'action électrique.

Dans mes études, deux cas se sont présentés. Le plus souvent, je faisais $V' = 0$. D'autres fois, pour mesurer de grands potentiels, je donnais à V' une valeur constante; dans les deux cas, la formule s'applique.

Pour établir cette formule, nous avons supposé la densité ρ exprimée en unités de masse électrique, c'est-à-dire en masse qui, agissant sur une masse identique à 1^c de distance, la repousse ou l'attire avec une force égale à l'unité de force.

Dans ce travail, toutes les distances, et en particulier D, sont mesurées en centimètres, A en centimètres carrés; F en unité de force que nous pouvons choisir soit dans le système ordinaire et égale à un gramme, soit dans le système C.G.S., et égale à une dyne.

Si la force est évaluée en dynes, la balance ne donnant que la masse des poids, il faut remplacer F par Pg ($g = 980^c,88$), et la formule devient

$$V - V' = D\sqrt{\frac{8\pi g P}{A}}.$$

On a adopté ici le système C.G.S.

V est donc exprimé en unités dérivées du système C.G.S., dans lequel l'unité de potentiel est produite par la masse 1 à la distance de 1^c. On peut se représenter ce potentiel comme étant celui d'une sphère de rayon 1^c,

qui, agissant sur une sphère égale et chargée de la même masse, à la distance de 1^c, la repousserait ou l'attirerait avec une force égale à une dyne.

Pour passer de ce système d'unités au système du gramme, il faudrait diviser les nombres donnés ci-dessous par $\sqrt{g}$, les forces n'entrant dans les formules que par leurs racines carrées.

Vérification de la formule. — Il était bon de vérifier la formule trouvée, et de rechercher quelle est l'influence des erreurs que l'on peut commettre.

1° J'ai d'abord fait varier la distance D des disques, en laissant fixes les autres éléments, en particulier la distance explosive qui donne la constance de V.

Le produit PD^2 doit être constant.

Voici quelques-uns des résultats trouvés :

Action sur un plateau de $1^c,95$ de diamètre (ouverture de l'anneau de garde $2^c,05$), excitateur à pointes.

LONGUEUR des étincelles.	$0^c,5$.		$1^c,0$.	
	P.	PD^2.	P.	PD^2.
Distance D = 0,50......	gr 0,288	0,0720	gr »	»
» 0,75......	120	0675	0,199	0,1119
» 1,00......	068	0680	114	1140
» 1,25......	046	0719	075	1171
» 1,50......	033	0743	051	1147
» 2,00......	018	0720	028	1120
Moyenne..........	»	0,0710	»	0,1139

La constance du produit PD^2 est très satisfaisante ; en prenant la moyenne de ces nombres comme valeur vraie, on voit que la plus grande divergence est environ $\frac{1}{20}$, c'est-à-dire que l'erreur commise sur la mesure de la distance

affecte la mesure du potentiel de $\frac{1}{40}$ de sa valeur environ.

2° J'ai de même fait varier la surface A du plateau attiré, en prenant des cercles de différents rayons (dans ce tableau, les rayons r n'ont pas subi la correction dont il sera parlé plus loin).

Action sur des plateaux divers, à 1^c de distance environ, ouverture de l'anneau de garde $r \pm 0^c,1$ (vide total égal à $0^c,2$), excitateur à pointes.

LONGUEURS des étincelles.	$0^c,5$.		$1^c,0$.	
	P.	$\frac{P}{r^2}$	P.	$\frac{P}{r^2}$
1 plateau $2r = 1,95$.....	gr 0,069	0,072	gr 0,101	0,106
2 » »	128	072	206	108
1 » $2r = 2,85$.....	138	068	212	104
1 » $2r = 3,42$.....	202	069	306	105
1 » $2r = 6,90$.....	355	074	525	110
Moyenne..........	»	0,071	»	0,107

Ici encore, on voit que la constance du rapport $\frac{P}{r^2}$ est très satisfaisante. L'erreur commise ne dépasse pas $\frac{1}{30}$ [1].

III. — Études préliminaires.

Je crois utile de rassembler ici diverses observations, qui se rapportent indirectement à la mesure des potentiels, et qui présentent cependant quelque intérêt.

Étincelles équivalentes. — On peut faire jaillir une

[1] Lorsque la surface attirée est très grande, on peut remarquer qu'il s'établit une sorte de compensation. Si, d'un côté, le disque attirant ne peut plus être considéré comme infini, de l'autre, la densité des bords augmente. Ces deux effets, qui ne sont probablement pas égaux, sont cependant de signes contraires.

première étincelle entre deux corps fixes, et une seconde, en dérivation, entre deux corps dont la distance varie jusqu'à ce que l'étincelle passe à peu près indifféremment par l'un ou par l'autre des deux excitateurs.

Ces longueurs sont alors équivalentes au point de vue électrique, et si l'on connaît le potentiel correspondant à l'une de ces distances explosives, on peut conclure que la seconde étincelle est également déterminée par ce potentiel.

En réalité, il faut que la source ait un très grand débit et que les distances explosives soient très courtes pour que les étincelles jaillissent à la fois par les deux côtés; mais on peut trouver assez exactement la distance limite pour laquelle l'étincelle change de côté.

Plusieurs expérimentateurs, Faraday et M. Gaugain entre autres, ont employé ce procédé, qui est commode, pour trouver rapidement les potentiels relatifs, mais qui n'est pas susceptible d'une grande précision. On sait en effet que, lorsqu'une première étincelle a jailli entre deux points, les suivantes jaillissent encore plus facilement entre ces points. L'air, échauffé par une première décharge, est devenu plus conducteur, et la distance explosive correspond alors à son potentiel moindre, ou bien les surfaces conductrices ont été légèrement altérées par une première décharge.

Quelle que soit la cause du phénomène, il est difficile de l'éviter, et l'on trouve toujours une longueur plus grande pour faire cesser les étincelles entre deux corps que pour les établir.

De plus, il faut observer qu'on peut difficilement admettre comme ayant des longueurs équivalentes, des étincelles rectilignes et des étincelles sinueuses; il faudrait donc ne comparer que des étincelles rectilignes, ce qui n'est pas toujours possible.

Je ne me suis servi de ce procédé que pour faire quel-

ques essais, et nullement pour préciser les phénomènes ou pour les mesurer.

Anneau de garde. — Sir W. Thomson a éliminé l'influence des bords des plateaux électrisés, en introduisant un anneau de garde dans les appareils d'électricité statique.

Théoriquement, il faudrait que le vide de l'anneau de garde fût infiniment petit, pour que le plateau fît partie du plan de l'anneau ; mais en réalité il doit exister toujours un vide entre les deux pièces, afin que le plateau attiré puisse se mouvoir sans frottement.

J'ai étudié de plusieurs façons quelle pourrait être l'influence du vide laissé entre le plateau et l'anneau de garde.

1° J'ai fait jaillir une étincelle entre une sphère de 1^c de diamètre et un plan relié à la terre, formé d'un disque central ($1^c,5$ de diamètre) et d'anneaux concentriques, laissant un vide de plus en plus grand. Je cherchais la longueur pour laquelle l'étincelle cesserait d'être centrale, pour s'élancer sur la rainure.

Mais le phénomène n'a pas cette allure simple.

L'étincelle, d'abord rectiligne et centrale, présente bientôt des sinuosités ; elle voyage alors autour du centre et décrit une sorte de cône circulaire dont la base sur le plan s'agrandit peu à peu et atteint lentement les bords du disque.

Quel que fût le vide formé par l'anneau de garde, je n'ai pas pu obtenir le saut brusque, qui m'aurait permis de calculer la densité relative au centre et aux bords du disque. Je n'ai même pas pu l'obtenir pour un disque isolé sans anneau de garde [1].

---

[1] Je n'ai pu produire ce déplacement brusque de l'étincelle centrale qu'entre un plan et une calotte sphérique de même pourtour.

Ainsi une étincelle centrale de $0^c,75$ était brusquement remplacée par une étincelle sur les bords de $1^c,20$ avec un disque de 6^c de diamètre. Pour un autre diamètre de $1^c,5$, les longueurs d'étincelles ont été $0^c,17$ et $0^c,33$. Mais les étincelles des bords sont très sinueuses, et on ne peut pas prendre ces longueurs comme équivalentes.

Il faut conclure de ces expériences, quelque négatives qu'elles soient, que le bourrelet électrique occasionné par un vide presque égal à la moitié du rayon, est trop peu saillant pour allonger une étincelle, même d'une très petite quantité.

2° J'ai mesuré directement les différentes attractions que le disque exerce sur un plateau, diamètre 1c,95, entouré d'anneaux de garde variables à une distance d'environ 0c,8 (excitateur à pointes).

Voici le tableau des poids obtenus :

Diamètre du vide de l'anneau de garde en centimètres		1c,98	2c,00	2c,05	2c,10	2c,15	2c,20	3c,05	3c,62	7c,20
Distance explosive.	0c,5..	0g,066	0,066	0,068	0,070	0,071	0,073	0,100	0,105	0,152
	1c,0..	0g,102	103	106	109	111	115	162	185	226

Comme on le voit, l'influence de l'anneau de garde se fait sentir jusqu'à la limite, et on ne peut même pas admettre que les poids obtenus avec le dernier anneau de garde soient ceux qui correspondent à un sillon nul, bien que le sillon total ne fût plus que de $\frac{3}{10}$ de millimètre. On peut cependant remarquer qu'alors l'influence est très faible.

M. Thomson a tenu compte de l'anneau de garde, en adoptant pour surface attirée la surface réelle du plateau, augmentée de la moitié du vide intermédiaire. Cet artifice établit une compensation très satisfaisante, ainsi qu'on peut le voir par le tableau suivant, qui contient le facteur $\frac{P}{4R^2}$, P étant les poids contenus dans le tableau précédent, et R le rayon du plateau corrigé.

Les nombres $\frac{P}{4R^2}$ écrits sur une même ligne horizontale devraient être égaux.

Vide total		0c,03	0c,05	0c,10	0c,15	0c,20	0c,25	0c,55	0c,67	5c,2
2R		1,965	1,975	2,000	2,025	2,050	2,075	2,500	2,785	4,5
$\frac{P}{4R^2}$ correspondant aux distances explosives.	0c,5.	0,0171	0,0169	0,0170	0,0171	0,0169	0,0170	0,0160	0,0135	0,00
	1c,0.	0,0244	0264	0267	0265	0264	0259	0259	0239	010

La constance $\frac{P}{4R^2}$ est très satisfaisante, tant que le rayon de l'anneau de garde ne dépasse pas celui du plateau de $0^c,125$, c'est-à-dire du $\frac{1}{8}$ environ de sa valeur. Lorsque ce vide atteint $0^c,25$, c'est-à-dire près de $\frac{1}{3}$ du rayon, l'erreur n'est encore que le $\frac{1}{17}$ environ. Mais ensuite cette erreur augmente rapidement.

Il est donc nécessaire de maintenir le vide de l'anneau de garde dans les limites indiquées par ce tableau. Pour toutes les mesures faites dans ce travail, le rayon de la surface attirée a été corrigée de la façon indiquée par M. Thomson.

Régime de la machine. — La machine de Holtz donne de grandes quantités d'électricité, et les étincelles qu'on obtient sont de plus en plus longues, à mesure qu'on ouvre l'excitateur. Lorsque le temps est très sec, la longueur des étincelles ne paraît limitée que par les dimensions et l'isolement des diverses pièces de la machine, et en particulier des condensateurs.

Mais lorsque le temps est moins favorable, la limite des étincelles est assez rapidement atteinte. Les peignes positifs versent sur les plateaux en sens inverse du mouvement

une nappe très étalée et très longue; elle est à peine diminuée au moment des étincelles. Mais, à la limite, cette nappe se réduit tout à coup, ainsi que les points lumineux qui terminent les peignes négatifs, et brusquement les pôles changent de place, le bruissement de la machine devient plus intense, on sent une forte odeur d'ozone, il se produit un déplacement d'air assez fort; la machine se décharge rapidement, les condensateurs se vident, et il faut le plus souvent amorcer de nouveau les armatures, à moins de fermer aussitôt l'excitateur. Je dis le plus souvent et non pas toujours, parce que, en continuant à tourner la machine au moment où les pôles viennent de s'inverser, j'ai pu quelquefois obtenir, pendant assez longtemps, un bon fonctionnement de la machine, les nappes retournées.

La longueur limite de l'étincelle dépend de plusieurs éléments, de la vitesse des plateaux, de leurs dimensions, de la capacité de la machine, de la courbure de l'excitateur, et surtout des circonstances atmosphériques. Elle dépend aussi de la gomme laque qui recouvre les plateaux de verre : si ce vernis est trop épais, la machine fonctionne très bien, mais bientôt le vernis se fendille, se soulève par places sous la trajectoire des peignes, et la gomme laque devient dès lors incapable de recevoir de grandes quantités d'électricité. On est averti que la gomme laque est *fatiguée,* par de fréquents changements de pôle, sans cause apparente.

Voici, à titre de renseignements, les limites de l'étincelle fournie par la machine avec deux excitateurs différents, prises le 10 octobre 1881, où la machine fonctionnait médiocrement, et le 25 octobre, où elle fournissait de grandes quantités d'électricité ([1]).

([1]) Pour établir ce tableau, je laissais tous les autres éléments de la machine aussi constants que possible. En particulier, les corps voisins,

		10 OCTOBRE.				25 OCTOBRE.	
		Étincelles.		Aigrettes.		Étincelles.	
		2 plans.	2 sphères de 1c,7.	Plans.	Sphères.	Plans.	Sphères.
Entre les deux pôles		c 2,2	c 8,4	c 6,0	c 12,0	c 2,5	c 16,5
L'autre pôle de la machine étant à la terre, et l'étincelle jaillissant entre cette terre et le	Pôle +	1,4	3,4	12,0	12,0	1,6	3,5
	Pôle —	2,0	5,2	2,5	5,2	2,1	9,6

Ce tableau donne lieu à plusieurs remarques.

On voit d'abord que l'étincelle négative a une limite plus reculée que la positive. C'est une conséquence de ce fait que l'électricité positive a une tendance très marquée à s'échapper par des aigrettes.

La puissance d'une machine électrique ne devrait donc pas se mesurer, comme on le fait quelquefois, par la longueur de l'étincelle jaillissant entre les deux pôles, mais par la longueur maximum de l'étincelle négative.

Remarque. — Lorsqu'on fait jaillir une étincelle entre les deux pôles d'une machine, chacun des conducteurs est à un potentiel particulier qu'il serait difficile de connaître d'avance. Pour les trouver, il faudrait se servir des deux principes généraux suivants :

1° La différence des potentiels explosifs de deux conducteurs est une fonction de la distance $V - V' = \varphi(\delta)$, et l'on ne connaît pas toujours la forme de la fonction φ;

reliés au sol, étaient placés dans les mêmes positions. L'influence des corps neutres, voisins de l'excitateur, est considérable sur la longueur de l'étincelle limite. Je citerai, pour le montrer, l'exemple suivant.

La limite d'une étincelle entre deux sphères de 1c, l'une positive, l'autre au sol, était de 3c,5; en entourant les deux sphères d'un large cylindre de 7c,0 de diamètre, la limite ne fut plus que 1c,2.

2° Le rapport de ces potentiels est inverse de celui des capacités des conducteurs.

Ce dernier principe est une conséquence des définitions mêmes. Soient, en effet, deux conducteurs de capacité C et C'; lorsqu'une étincelle jaillit entre eux et qu'ils sont ramenés à l'état neutre, une même quantité d'électricité se neutralise sur chacun d'eux, de sorte que l'on a $m = VC = V'C'$, ce qui démontre la règle énoncée.

Pour deux conducteurs quelconques, ce théorème est soumis à la condition qu'ils soient complètement déchargés par l'étincelle. Mais il est toujours vrai lorsque les conducteurs sont ceux d'une machine, car les quantités des deux électricités fournies sont toujours égales, sans être, pour cela, capables de porter leurs conducteurs respectifs à un même potentiel.

Ce théorème se vérifie très facilement. L'expérience suivante peut servir à cette vérification.

On sépare les deux pôles d'une machine par une distance explosive fixe, et on mesure le potentiel V du pôle positif, par exemple en formant la capacité C de ce pôle de l'électromètre seul. Si la capacité C' du pôle négatif est très petite, le potentiel V sera à peu près nul; les étincelles sont alors très faibles, bleuâtres et continues; de temps en temps, cependant, quelques-unes jaillissent plus brillantes que les autres. A mesure qu'on augmente la capacité négative, par l'addition de condensateurs, le potentiel positif augmente aussi très rapidement; les étincelles deviennent plus rares, plus brillantes, plus égales entre elles. Elles sont bientôt toutes identiques, et le potentiel positif tend vers un maximum fixe qui sera atteint lorsque la capacité C', de plus en plus grande, sera infinie, et qui correspond à la distance explosive déterminée. Ce potentiel est du reste le même, qu'il soit atteint par le pôle positif ou par le pôle négatif.

Aigrettes. — Le tableau précédent contient encore les

longueurs limites de l'aigrette, après lesquelles la machine se décharge.

On voit que l'aigrette se forme surtout au pôle positif : du côté négatif, les aigrettes qui peuvent se former sont toujours très courtes et disparaissent rapidement ([1]). Quand la machine fonctionne bien, il n'y a plus de limites à l'aigrette positive : il y a toujours quelque point voisin, relié au sol, vers lequel elle peut se former.

On sait que, lorsque la distance explosive augmente, tout le reste demeurant constant, l'étincelle, qui était d'abord la seule manifestation de la décharge, devient de plus en plus rare. Bientôt il se forme une aigrette de longueur continue qui disparaît un instant lorsque l'étincelle jaillit, ou lorsque l'on souffle dessus (du Moncel) ; puis l'étincelle disparaît; l'aigrette cesse d'être continue et se réduit à deux points brillants placés sur les sommets des pôles.

Comment varie le potentiel du conducteur, pendant que varie la distance explosive δ?

Pour résoudre cette question, j'ai fait les mesures consignées dans le tableau suivant : les autres éléments, tels que le débit de la machine, la capacité des conducteurs, etc., restaient constants.

([1]) Il se présente cependant au pôle négatif un phénomène particulier : lorsqu'on fait jaillir une étincelle entre une pointe négative et un plan positif, et lorsqu'on est près de la limite, il ne jaillit que quelques étincelles, puis il se forme une étoile brillante sous la pointe, et les étincelles s'arrêtent : elles ne reparaissent qu'au moment où la machine se ralentit. Pendant cette absence d'étincelles, le potentiel augmente légèrement. Ce phénomène, que l'on peut reproduire, quoique plus difficilement, avec d'autres excitateurs, est tout à fait analogue aux phénomènes capillaires dans les vases : on sait que le niveau de l'eau dans un vase peut s'élever au-dessus du bord, d'une quantité sensible, sans que l'eau s'écoule. Je n'ai obtenu ce phénomène, avec une netteté suffisante, qu'au pôle négatif.

Action sur un plateau de $3^c,42$ (*anneau de garde* $3^c,62$), *à la distance* 2^c, — $V = 100, 7\sqrt{P}$.

Excitateur deux sphères de $0^c,1$.

DISTANCES explosives.	POLE +.			POLE —.			OBSERVATIONS.
	P.	V.	ΔV.	P.	V.	ΔV.	
c	gr			gr			
0,5	0,090	30,2	//	0,089	30,2	//	Étincelle rectiligne jusqu'à 0c,4.
1,0	125	35,2	5,0	127	35,2	5,0	
1,5	155	39,3	4,1	155	39,3	4,1	Aigrette intermittente à 1c,5.
1,8	178	42,3	5,0	176	42,3	5,0	Aigrette continue à 1c,8. étincelle rare.
2,0	235	48,8	16,0	240	49,3	17,5	
2,5	345	59,4	10,5	320	57,0	7,7	Aigrette discontinue à 2c,5.
3,0	387	62,6	3,2	350	59,5	2,5	
3,5	425	65,6	3,0	382	62,1	2,6	
4,0	475	69,5	3,9	410	64,4	2,3	

Dans ce tableau, ΔV désigne l'accroissement du potentiel pour une distance explosive de $0^c,5$.

On voit que le potentiel croît d'abord assez régulièrement, tant que l'étincelle reste le seul phénomène de la décharge. Dès que l'aigrette se mélange à l'étincelle, le potentiel augmente brusquement beaucoup; cependant les deux pôles ont toujours le même potentiel pour une même distance δ.

Mais dès que l'aigrette n'est plus continue, les accroissements de potentiel redeviennent plus lents, et ce qu'il y a de plus inattendu, c'est que les deux pôles n'ont plus le même potentiel par une même longueur δ. Le négatif est notamment plus faible que le positif. La divergence augmente avec δ.

En rapprochant cette observation de celle de MM. Warren de la Rue et Hugo W. Muller, d'après laquelle la

décharge est bien plus continue au pôle négatif qu'au pôle positif, on peut se rendre à peu près compte du mécanisme de la décharge par aigrette : au pôle négatif, l'écoulement est régulier, et dû à un niveau à peu près constant; au pôle positif, l'écoulement est intermittent et le niveau monte et descend rapidement.

Quoi qu'il en soit, l'aigrette et l'étincelle ne sont donc pas deux formes différentes d'un même phénomène : la décharge disruptive. L'étincelle est la rupture brusque de l'équilibre statique d'un conducteur électrisé. L'aigrette, au contraire, indique que cet équilibre est à chaque instant troublé, et qu'il n'est pas atteint d'une manière permanente : c'est une sorte de courant électrique dont la régularité dépend d'une infinité d'éléments variables.

Ainsi, la force électromotrice déterminant ce courant, c'est-à-dire le potentiel du conducteur électrisé, varie avec l'afflux d'électricité arrivant de la source.

Pour le vérifier, j'ai établi une aigrette discontinue entre une pointe électrisée et un plan relié à la terre. Puis j'ai cherché la longueur de cette aigrette équivalente à une distance explosive déterminée. Voici les résultats trouvés :

Distances explosives entre deux sphères de 3c de diamètre		0c,5.		1c,0.	
Signe de la pointe électrisée, le même que celui de la sphère de l'excitateur..		+	—	+	—
Longueurs d'aigrettes équivalentes aux distances explosives précédentes	Appareil seul (capacité 1)	c 2,40	c 1,55	c 4,60	c 3,60
	Appareil et 1 condensateur (capacité 2)	2,45	1,65	5,90	4,30
	Appareil et 2 condensateurs (capacité 3)	2,50	1,70	6,50	4,50

Le débit de la source étant constant, il arrive à la pointe d'autant moins d'électricité que la capacité à remplir est plus grande et que les fuites partielles sont plus nombreuses. Donc, pour maintenir constant le potentiel de la pointe où se forme l'aigrette, il faut diminuer le pouvoir de celle-ci, c'est-à-dire en augmenter la longueur C'est ce que montre le tableau.

De même l'électricité positive formera des aigrettes équivalentes plus longues que la négative, puisque les fuites partielles sont plus nombreuses.

Le potentiel d'un conducteur dans lequel se trouve une fuite par aigrette varie encore avec d'autres éléments plus difficiles à définir, tels que l'accès plus ou moins abondant des molécules d'air, etc.

Le tableau suivant indique que la courbure de l'excitateur a également une influence. Ainsi les nombres d'une même colonne devraient être égaux, si les aigrettes se comportaient comme les étincelles.

Distance explosive entre deux plans....		0c,5.		1c,0.	
		Sphère de 3c.	Sphère de 0c,6.	Sphère de 3c.	Sphère de 0c,6.
Longueurs équivalentes.	Étincelle........	0,48	0,65	1,05	3,22
	Aigrette négative.	0,34	0,35	1,00	2,40
	Aigrette positive.	0,52	0,65	1,50	∞

Les longueurs équivalentes d'étincelle indiquée dans ce tableau ont été trouvées à part avec un débit de la machine plus actif.

De tout cela, on peut conclure qu'il n'y a aucune régularité possible dans les mesures faites sur les aigrettes.

Cette forme de la décharge dépend de trop d'éléments variables; et, dans un conducteur contenant une aigrette, le potentiel ne tend pas vers une limite fixe, déterminée par la plus grande longueur possible de l'étincelle.

IV. — Méthodes d'observation.

La principale difficulté que l'on rencontre dans la mesure des potentiels par l'électromètre est de conserver un conducteur à une même température électrique, pendant un temps assez long pour pouvoir faire la mesure. On a résolu cette difficulté de plusieurs manières.

Trop-plein. — M. Mascart indique un procédé de *trop-plein* électrique, pour maintenir cette constance du potentiel sur le conducteur. Le trop-plein est déterminé par une pointe positive, placée en face d'un plan relié au sol, et la longueur du trop-plein est équivalente à une distance explosive particulière.

J'ai déjà étudié cette disposition, et la longueur du trop-plein est ce que j'ai appelé jusqu'ici longueur de l'aigrette. Pour que ce procédé donnât des résultats réguliers, il faudrait que tous les éléments du conducteur restassent rigoureusement constants. Or, si l'on peut admettre que la capacité du conducteur soit toujours la même, il est difficile de faire la même hypothèse pour le débit de la source; ce débit varie dans des limites très étendues, même pendant une expérience : le moindre changement de l'état hygrométrique de l'air, les poussières qui s'attachent en si grand nombre au pôle positif et sur les plateaux de verre de la machine, les variations de la vitesse de rotation qui ne peut pas être rigoureusement uniforme, etc. Une foule de causes accidentelles, qu'on ne peut pas toujours définir, altèrent ainsi le débit de la machine pour un temps plus ou moins long.

De même, le courant d'air par lequel s'échappe l'élec-

tricité (vent électrique) devrait toujours rester identique à lui-même, ce qu'il est difficile d'admettre, car il y a toujours beaucoup de poussières voltigeant autour des corps électrisés.

Je n'ai jamais pu avoir des nombres réguliers avec le trop-plein. Les potentiels mesurés à l'électromètre ne peuvent être que des maxima; et, dans les conducteurs contenant une pointe, on n'est jamais sûr de les avoir atteints. Dans les mesures comparatives que j'ai faites, j'obtenais quelquefois des attractions plus fortes après une attente de quelques secondes qu'après plusieurs minutes. Je suis même porté à croire que le potentiel n'est pas constant sur tout le conducteur; mais les mesures que j'ai entreprises dans ce sens n'ont donné aucun résultat bien net; il aurait fallu avoir plusieurs appareils à indications simultanées, et intercaler des condensateurs entre ces appareils de mesure, ce qui aurait été une grande complication.

Voici les résultats d'une comparaison différente que j'ai faite. Je déchargeais le conducteur dont je mesurais le potentiel, d'abord par une étincelle seule, puis à la fois par l'étincelle et un trop-plein équivalent, puis enfin par le trop-plein seul. Les poids obtenus ont augmenté à mesure. Dans une autre expérience, les poids obtenus dans les deux dernières colonnes ont été différents et plus forts encore.

Action sur un plateau, 6^c,90 *de diamètre* (*anneau de garde* 7^c,05), *à environ* 0^c,8 *de distance. — Excitateur deux sphères de* 0^c,1.

DISTANCES explosives.	ÉTINCELLE seule.	ÉTINCELLE ET TROP-PLEIN.	TROP-PLEIN, équivalent seul.
c	gr	gr	gr
0,1	0,570	0,575	0,590
2	1,730	1,800	1,840
3	3,400	3,520	3,610
4	5,500	5,590	5,750
45	6,470	6,530	6,960

Dans les mesures définitives que je rapporte dans le courant de ce travail, je ne me suis jamais servi du trop-plein électrique.

Étincelles continues. — Sir W. Thomson faisait jaillir une série continue d'étincelles entre les deux branches de l'excitateur, et il mesurait le potentiel du conducteur électrisé.

On ne peut obtenir ainsi qu'une valeur inférieure au potentiel cherché. En effet, lorsqu'une source d'électricité charge un conducteur, le potentiel de celui-ci, d'abord nul, croît de plus en plus jusqu'à une limite maximum qui serait le potentiel de la source, s'il n'y avait dans le voisinage des corps neutres vers lesquels une étincelle ou une aigrette peut jaillir. Aussitôt que la décharge s'est produite, le potentiel du conducteur retombe brusquement à une valeur voisine de zéro, d'où il recommencera à s'élever par les afflux nouveaux.

Cette valeur inférieure, à laquelle retombe le potentiel d'un conducteur après l'étincelle, dépend de plusieurs éléments : du débit plus ou moins grand de la source, des circonstances atmosphériques, de la nature des corps isolants entrant dans l'appareil et surtout de la capacité du conducteur. En rapprochant brusquement les branches de l'excitateur entre lesquelles vient de jaillir une première étincelle, j'en ai obtenu une deuxième plus petite, qui pourrait servir de mesure au potentiel résidu. Cette deuxième étincelle a présenté une longueur variable entre le tiers et le huitième de la première; c'est-à-dire le résidu avait toujours une valeur appréciable.

Donc un conducteur, qui laisse jaillir une série continue d'étincelles, passe rapidement du potentiel maximum au potentiel résidu, et inversement. Dans ces conditions, la mesure ne peut donner qu'une valeur intermédiaire, d'autant plus rapprochée du maximum que la capacité du conducteur sera plus faible et la source plus abondante.

Mais il serait difficile d'admettre que la valeur mesurée correspondît toujours au maximum. C'est à cette cause que j'attribue la faiblesse des nombres donnés par M. Thomson.

J'ai essayé de mesurer le potentiel d'un conducteur qui se déchargeait pour une série continue d'étincelles. Le plateau attiré était animé d'un tremblement et je considérais comme poids exact celui pour lequel tout tremblement avait disparu. J'ai obtenu des nombres toujours plus petits que les nombres réels.

Etincelles condensées. — J'ai disposé mon appareil de façon que l'étincelle, au lieu de jaillir d'une manière continue, ne se produisît qu'à des intervalles assez longs, et que le potentiel maximum fût atteint lentement. Je pouvais alors admettre qu'au moment de l'étincelle le conducteur tout entier, et par conséquent le disque attirant, était à un potentiel uniforme, déterminé par la distance explosive ([1]).

La capacité du conducteur pouvait être augmentée indéfiniment par l'introduction de bouteilles de Leyde en quantité suffisante. Les condensateurs dont je me servais étaient formés de bouteilles en verre vert anglais, de 2^{lit} environ, remplies d'acide sulfurique concentré, bien bouchées et recouvertes extérieurement d'une feuille d'étain.

Il est inutile de mettre un intervalle plus grand que quatre à cinq secondes entre les étincelles successives. A partir de cet intervalle, la constance des poids, égaux à

([1]) Si l'on voulait se rendre un compte bien exact de la manière dont s'accroît avec le temps le potentiel d'un conducteur de capacité déterminée, il faudrait observer que, pour chaque intervalle de temps dt, l'accroissement du potentiel dV est la différence entre l'afflux constant de la source $m\,dt$ et la déperdition de l'électricité $KV\,dt$:

$$dV = m\,dt - KV\,dt.$$

La difficulté pratique que l'on rencontre dans ce problème, c'est la définition exacte de m et de K.

[illegible]

[illegible]

Cette méthode des étincelles mesurées présente plusieurs inconvénients. D'abord les fortes étincelles oxydent rapidement les surfaces de l'excitateur et augmentent par cela même la distance explosive. Il faut avoir soin de nettoyer fréquemment les surfaces et de les tenir polies.

Enfin, malgré une communication à la terre très soigneusement établie par deux voies différentes, avec les tuyaux d'eau et les tuyaux de gaz, il se produisait un phénomène de choc en retour. Le fléau de la balance se trouvait, pendant un instant très court, fortement électrisé, assez fortement même pour donner des étincelles de quelques millimètres et pour rejeter au loin les petits poids de 1mg ou de 2mg placés sur la balance. Aussi, les parois de la cage agissaient sur le levier de la balance, d'une façon irrégulière, et d'autant plus gênante que l'étincelle mettait en jeu une plus grande quantité d'électricité. Au moment où l'étincelle venait de jaillir, une attraction ou une répulsion brusque et considérable se manifestait et pouvait tromper sur les poids mesurant l'attraction directe.

Cet inconvénient aurait été très grave, et m'aurait certainement fait abandonner cette méthode, si, par une communication très exacte avec le sol, je n'étais parvenu à le diminuer beaucoup et même à le supprimer le plus souvent. Je me suis même décidé, dans les derniers temps, pour la mesure des forts potentiels, à entourer la balance en entière d'une cage en toile métallique, communiquant avec le sol. Le fléau était alors intérieur, et il ne recevait plus aucune influence gênante.

V. — ÉTUDE DES PLANS.

J'ai mesuré d'abord les potentiels nécessaires pour faire jaillir une étincelle de longueur déterminée entre deux plans.

Conduite d'une expérience. — La densité électrique sur un plan ne peut être considérée comme constante que sur la partie centrale; elle devient plus grande vers les bords, de sorte que l'étincelle jaillit toujours sur le pourtour des pièces, indiquant un potentiel moindre que celui correspondant à leur distance.

J'employais donc l'artifice de sir W. Thomson, et faisais jaillir une étincelle entre un plan et une calotte sphérique de grand diamètre (18^c). Les bords de la calotte étaient assez éloignés du plan; néanmoins, avec de grands potentiels, ils auraient laissé échapper des aigrettes qui auraient gêné les mesures. Je les avais donc entourés d'une bande de gutta-percha. C'est cet ensemble de deux corps que j'appelais *les plans*.

Cette calotte sphérique communiquait avec la terre; le plan était relié à la machine électrique et au disque attirant. Le plateau attiré de la balance était amené dans le plan de l'anneau de garde, et il reposait sans pression sur un arrêt disposé à cet effet.

Le fléau ne pouvait prendre qu'un mouvement très

court dans le sens de l'attraction, et un certain nombre de milligrammes, placés dans la balance, compensaient cette attraction. Si les poids étaient trop faibles, le fléau s'abaissaient d'autant plus vite avant l'étincelle, que les poids étaient plus faibles. J'augmentais donc les poids jusqu'à ce que l'attraction fût nulle.

Il fallait éviter ici une petite difficulté. Au moment d'atteindre l'équilibre, le mouvement du plateau devenait de moins en moins perceptible; il arrivait à n'être plus qu'une sorte de tension verticale de la tige du plateau. A ce moment, je considérai l'équilibre comme atteint; mais alors les plus petites vibrations étrangères avaient le même aspect que cette tension à peine visible, et il importait de ne pas confondre ces effets de causes diverses.

Les poids, adoptés comme mesure de l'attraction électrique, sont la moyenne entre le dernier poids qui laissait subsister cette attraction et le premier qui l'annulait tout à fait. Je faisais toujours au moins deux mesures à plusieurs jours d'intervalle; elles étaient toujours très concordantes, et les tableaux ci-après sont les moyennes de ces deux mesures indépendantes.

Résultats. — On peut voir que les valeurs données par ces tableaux, qui empiètent les uns sur les autres, sont pourtant très régulières, bien que les observations aient été faites à des époques et avec des éléments différents.

1° *Action sur un plateau de* 3c,42 (*anneau de garde* 3c,62) *à la distance* 0c,2

$$V = 10{,}066\sqrt{P}.$$

δ = DISTANCES explosives.	P.	V POTENTIEL.	DENSITÉ $\frac{1}{4\pi}\frac{V}{\delta}$.	V DONNÉS par M. Thomson.
c 0,0015	gr 0,020	1,42	75,4	
0020	026	1,62	64,5	
0025	036	1,90	60,5	1,345
0050	062	2,51	39,9	1,869
0075	078	2,81	29,8	2,396
0100	098	3,15	25,1	2,723
0125	120	3,48	22,1	2,979
0150	143	3,80	20,1	3,295

2° *Action sur un plateau de* 3c,42 (*anneau de garde* 3c,62) *à la distance de* 0c,5.

$$V = 25{,}166\sqrt{P}.$$

δ = DISTANCES explosives.	P.	V.	DENSITÉ $\frac{1}{4\pi}\frac{V}{\delta}$.	V DONNÉS par M. Thomson.
c 0,01	gr 0,016	3,17	25,2	2,723
02	032	4,51	17,9	3,956
03	061	6,22	16,5	5,016
04	085	7,32	14,6	6,142
05	120	8,71	13,8	7,248
0,06	0,153	9,84	13,2	8,758
07	198	11,20	12,7	
08	242	12,38	12,3	
09	285	13,44	11,9	
10	340	14,67	11,7	12,360
0,11	0,392	15,75	11,4	
12	448	16,84	11,1	
13	508	17,94	11,0	
14	570	19,00	10,8	
15	642	20,16	10,7	17,350

3° *Action sur un plateau de* $1^c,95$ (*anneau de garde* $2^c,05$) *à la distance* $1^c,0$.

$$V = 88,584\sqrt{P}.$$

DISTANCES explosives δ.	P.	V.	$\rho = \frac{1}{4\pi}\frac{V}{\delta}$.
$0^c,025$	$0^{gr},0045$	5,94	18,86
050	00975	8,68	13,76
075	018	11,87	12,57
100	028	14,79	11,76
0,125	0,039	17,45	11,06
150	0525	20,29	10,76
175	0675	22,94	10,43
200	083	25,51	10,15
0,225	0,101	28,17	9,96
250	118	30,47	9,70
275	136	32,69	9,46
300	159	35,35	9,37
0,325	0,182	37,83	9,25
350	203	39,95	9,08
375	227	42,17	8,94
400	255	44,74	8,90
0,425	0,285	47,30	8,86
450	315	49,70	8,79
475	348	52,18	8,75
500	378	54,48	8,67

4° *Action sur un plateau de* $3^c,42$ (*anneau de garde* $4^c,62$) *à la distance* $2^c,0$.

$$V = 100,663\sqrt{P}.$$

DISTANCES explosives δ.	P.	V.	$\rho = \frac{1}{4\pi}\frac{V}{\delta}$.
c 0,40	gr 0,198	44,80	8,90
45	243	49,63	8,78
50	292	54,36	8,65
55	345	59,09	8,55
60	402	63,82	8,47
65	467	68,75	8,42
70	542	74,09	8,42
75	617	79,02	8,39

5° *Action sur un plateau de* $3^c,42$ *électrisé* (*anneau de garde* $3^c,62$) *à la distance* $2^c,0$.

$$V = 100,663\left[\sqrt{P} + \sqrt{P'}\right].$$

DISTANCES explosives δ.	$\sqrt{P} + \sqrt{P'}$.	V.	ρ.
c 0,70	gr 0,730	73,48	8,35
75	796	80,13	8,50
80	843	84,86	8,44
85	893	89,89	8,42
90	941	94,72	8,38
95	995	100,16	8,38
1,00	1,048	105,50	8,39

Les valeurs de V ne paraissent pas liées aux distances δ par une relation simple; cependant les points de l'hyperbole

$$V^2 = 10500(\delta + 0,08)\delta$$

ne s'éloignent pas beaucoup des nombres trouvés expérimentalement.

Mesure des grands potentiels. — L'appareil avait été construit surtout pour la mesure des petits potentiels, et je ne pensais pas dépasser la distance explosive $0^c,5$. Mais jusqu'à cette limite j'ai obtenu des résultats tellement réguliers que j'ai voulu prolonger les observations.

J'ai alors été en butte à de nouvelles difficultés. L'isolement n'était plus suffisant, et, à chaque instant, des aigrettes se déclaraient en divers points; il fallait obturer ces fuites par de fortes couches de matières isolantes, ce qui rendait l'appareil de plus en plus dissymétrique. Des étincelles même jaillissaient entre les diverses pièces, et surtout entre les bords du disque attirant et de l'anneau de garde.

Pour éviter ces étincelles, j'augmentais d'abord la distance des plans de l'électromètre. Mais je n'ai pas voulu dépasser la distance 2^c, afin de pouvoir considérer toujours le disque attirant comme indéfini. Enfin, après plusieurs essais, je me suis servi de l'artifice suivant, qui m'a donné d'assez bons résultats. J'ai donné à la balance tout entière, et par conséquent au plateau attiré et à l'anneau de garde, un potentiel particulier V'.

Pour cela, j'ai isolé complètement la balance en l'entourant d'une cage métallique communiquant électriquement avec elle, et je mesurais à part V' et la différence $V - V'$.

On peut donner à la balance ce potentiel V', soit avec une deuxième machine électrique, soit par la décharge en cascades de bouteilles de Leyde disposées à cet effet, et enfin plus simplement encore par l'influence du disque inférieur sur l'anneau de garde.

En effet, ces deux grands plans forment un condensateur à lame d'air. Lorsque l'armature supérieure, c'est-à-dire la balance, communique avec le sol, elle est au po-

tentiel o, ce qui est la position ordinaire; si elle est tout à fait isolée, elle est à un potentiel variable, dont l'évaluation théorique aurait été difficile. Mais elle peut être maintenue à un potentiel particulier V′ par une étincelle de longueur fixe, jaillissant entre le conducteur et le sol. Le procédé était donc très simple; je disposais dans le conducteur de la balance un deuxième excitateur, dont je réglais la distance explosive jusqu'à ce que les étincelles et les aigrettes gênantes ne se produisissent plus; et je faisais les mesures comme à l'ordinaire; puis, sans rien déranger, je mettais le disque inférieur au sol, et je pesais le potentiel V′ (¹).

Avec cet artifice, j'aurais pu mesurer des potentiels plus élevés que ceux auxquels je me suis arrêté. Mais d'un côté l'étincelle, qui était restée très sensiblement rectiligne jusque-là, commençait à présenter des sinuosités de plus en plus marquées, et les longueurs explosives n'auraient pas été faciles à mesurer. En outre, la machine dont je me servais, bien que très énergique (4 plateaux de 60^c), ne donnait pas d'étincelles plus longues que $1^c,5$ entre deux plans; et cette limite s'abaissait rapidement, lorsqu'on mettait l'électromètre, dont la capacité était assez grande, en contact avec le pôle de la machine. La distance 1^c n'a même été atteinte que très péniblement, et en s'entourant de précautions minutieuses.

Ce procédé soulève plusieurs objections.

L'influence du disque inférieur déterminait dans le deuxième excitateur une série continue d'étincelles; et il était difficile d'admettre que tout le conducteur fût en équilibre statique et au potentiel V′. Si le disque inférieur

---

(¹) L'appareil étant ainsi disposé, on peut vérifier très facilement que, lorsque $V = V'$, il n'y a pas d'action : c'est-à-dire que deux corps électrisés au même potentiel ne se repoussent pas, quelle que soit la densité sur chacun d'eux. Je n'ai même pas eu d'action lorsque le disque supérieur n'avait pas d'anneau de garde.

est positif, le plateau supérieur électrisé par influence sera négatif; il sera dès lors soumis à deux actions directement opposées: l'une F est l'attraction ordinaire du disque sur le plateau; l'autre F' est la somme des actions des masses électriques positives répandues sur tout le conducteur et s'écoulant continuellement par l'étincelle.

J'admets que cette deuxième force F' est constante, puisque la longueur de l'étincelle continue par laquelle s'échappe le surplus de l'électricité positive est fixe. Il faut pour cela que la distribution de l'électricité ne soit pas changée, c'est-à-dire que le conducteur, formé par la balance, ait non seulement une capacité, mais encore une forme invariable, et que la disposition des corps voisins soit restée la même. Or, on n'est jamais sûr de cette immobilité des corps voisins, l'observateur lui-même agissant par influence sur la balance électrisée.

De plus, pour faire la pesée V', je mettais le disque au sol, et j'électrisais directement la balance. J'admets alors que le plateau est exactement dans le même état que pendant la première pesée, bien que le disque inférieur ne soit plus électrisé; je suppose, en d'autres termes, que le potentiel V', de quelque façon qu'il soit obtenu, ne dépend pas du potentiel V du disque parallèle. Or rien ne justifie cette hypothèse. Cependant la régularité des résultats trouvés montre bien que, dans mes expériences du moins, elle n'est pas éloignée de la vérité.

Le tableau suivant contient le détail des deux pesées que j'ai faites en me servant de cet artifice, et dont la moyenne $\sqrt{P} + \sqrt{P'}$ a été portée dans le cinquième tableau précédent. On voit que ces deux expériences donnent des sommes $\sqrt{P} + \sqrt{P'}$ à très peu près identiques; la plus grande erreur est 0,011 pour $\delta = 0,95$ ($0^{gr},989$ et $1^{gr},000$).

DISTANCES	25 OCTOBRE.				28 OCTOBRE.			
δ.	P′.	$\sqrt{P'}$.	P.	$\sqrt{P}$.	P′.	$\sqrt{P'}$.	P.	$\sqrt{P}$.
c 0,70	0,0165	0,128	0,363	0,602	0,0505	0,225	0,255	0,505
75	.	.	445	667	.	.	327	572
80	.	.	512	715	.	.	382	618
85	.	.	580	761	.	.	450	671
90	.	.	655	809	.	.	518	719
95	.	.	742	861	0,322	0,567	188	433
1,00	.	.	850	922	.	.	230	479

Densité et pression électrique. — On considère souvent, dans les calculs de l'électricité statique, la masse d'électricité répandue sur l'unité de surface du conducteur, c'est-à-dire la densité moyenne de ce conducteur. Tant que le conducteur est en équilibre électrique, la densité moyenne peut être calculée; mais, au moment où l'étincelle jaillit, nous ne savons pas si la distribution de l'électricité n'est pas troublée par cette décharge, et si la couche reste semblable à elle-même jusqu'à la limite.

En supposant cependant qu'il en soit ainsi, on peut calculer la densité d'un plan électrisé à un potentiel déterminé. La relation qui lie le potentiel V à la densité moyenne est $\rho = \frac{1}{4\pi}\frac{V}{D}$, D désignant la distance du point où le potentiel est V au point où il est o. Cette distance n'est pas autre chose que la distance explosive δ, de sorte que l'on peut calculer ρ. Les densités correspondant à chaque distance explosive δ sont contenues dans les tableaux précédents.

On voit que la densité moyenne sur un plan électrisé, d'abord très élevée pour les petits potentiels, diminue rapidement et tend vers une limite constante. Ainsi la

densité est à peine plus faible pour une distance explosive de 1^c que pour une autre de $0^c,4$.

Je rappelle que la densité moyenne d'un plan au moment de l'étincelle est exprimée en unités de masse électrique. Chacune de ces unités de masse, si l'on pouvait les considérer à part, exercerait sur une masse égale, à un centimètre de distance, une action de 1 dyne.

On considère quelquefois encore la pression que l'électricité exerce sur l'air extérieur pour s'échapper en étincelles. D'après la formule $F = 2\pi\rho^2 A$, la force normale qu'un plan électrisé, à la densité ρ, supporte par unité de surface est

$$F = 2\pi\rho^2 = \frac{1}{8\pi}\left(\frac{V}{\delta}\right)^2.$$

En remplaçant V par les différentes valeurs trouvées, on aurait F, exprimée en dynes. Pour l'avoir en grammes, il faudrait diviser les nombres trouvés par g.

Voici deux valeurs extrêmes qui résultent de mes expériences : un plan électrisé, capable de fournir une étincelle de $\frac{1}{10}$ de millimètre à Paris, exerce sur l'air une pression de $3988^{\text{dynes}} = 4^{\text{gr}},066$ par centimètre carré de surface; et un plan capable de fournir une étincelle de 1^c exerce sur l'air une pression de $442^{\text{dynes}},29 = 0^{\text{gr}},451$ par centimètre carré de surface.

La pression atmosphérique exerçant par centimètre carré une pression de $1033^{\text{gr}},6$, on peut faire la comparaison des pressions. On voit, par exemple, que la pression électrique correspondante à 1^c d'étincelle n'est, à peu près, que la $\frac{2}{1000}$ partie de la pression atmosphérique normale.

VI. — Étude de l'excitateur.

Les observations de nombreux expérimentateurs, Riess et Gaugain entre autres, ont montré que les potentiels

variaient avec la courbure de la surface de l'excitateur; mais les résultats qu'ils ont obtenus paraissent souvent peu concordants, et il m'a été difficile de m'y reconnaître. J'ai donc préféré étudier à part cette question et le faire aussi complètement que possible.

J'ai étudié les potentiels nécessaires pour faire jaillir des étincelles entre des sphères de diamètres divers et entre des cylindres concentriques.

I. *Excitateurs cylindriques.* — Je formais une sorte de condensateur cylindrique à lame d'air, avec deux tubes de cuivre concentriques, l'intérieur étant électrisé et l'extérieur réuni à la terre; puis je mesurai le potentiel du conducteur au moment où l'étincelle jaillissait entre les deux tubes. Pour éviter l'action des bouts des cylindres, je prenais le tube intérieur très long, et le tube extérieur avait ses extrémités largement évasées.

Il y a une certaine difficulté à rendre les tubes exactement concentriques. On s'aperçoit que le centrage est suffisant lorsque les premières étincelles voyagent et ne se produisent ni au même point, ni sur la même génératrice.

Voici les résultats obtenus :

Action sur un plateau de $3^c,42$ (*anneau de garde* $3^c,65$) *à la distance* $2^c,0$.

$$V = 100,662\sqrt{P}.$$

NUMÉROS d'ordre.	TUBE intérieur $2r$.	TUBE extérieur $2R$.	DISTANCES explosives $R-r$.	P (poids).	V (potentiel).	ρ par les observations.	ρ_1 par le calcul.	$\frac{\rho_1}{\rho}$.
	c	c	c	gr				
1.....	6,28	6,86	0,29	0,063	25,27	7,24	20,00	2,4
2.....	5,75	·	56	286	53,85	8,44	20,59	2,7
3.....	5,50	·	68	438	66,64	8,73	20,86	2,4
4.....	4,92	·	97	812	90,70	9,07	21,56	2,4
5.....	4,92	5,32	0,20	0,045	21,34	9,07	21,56	2,4
6.....	4,50	·	41	154	39,46	8,33	22,13	2,7
7.....	4,40	·	46	185	43,29	8,25	22,29	2,7
8.....	4,00	·	66	375	61,61	8,59	22,91	2,6
9.....	3,66	·	83	720	85,36	9,92	23,53	2,3
10.....	4,00	4,45	0,23	0,048	22,05	8,23	22,91	2,7
11.....	3,66	·	40	148	38,65	8,60	23,53	2,7
12.....	3,10	·	68	392	63,01	8,95	24,73	2,7
13.....	2,49	·	98	758	87,68	9,65	26,39	2,8
14.....	2,49	3,00	0,26	0,060	24,56	8,46	26,39	3,1
15.....	2,20	·	40	147	38,55	8,74	27,40	3,0
16.....	1,78	·	61	320	56,98	9,76	29,21	3,0
17.....	1,25	·	88	562	75,50	10,99	32,54	2,9

Ce tableau montre que le potentiel d'un conducteur cylindrique, correspondant à une étincelle déterminée, dépend non seulement de la longueur de l'étincelle, mais encore des diamètres des cylindres entre lesquels jaillit l'étincelle.

En comparant les résultats consignés dans ce tableau et ceux rapportés plus loin pour les excitateurs sphériques, on voit que, pour une même distance explosive, un cy-

lindre dont la base est $2r$ est à un potentiel moindre qu'une sphère de même diamètre.

M. Gaugain a fait des condensateurs cylindriques une étude intéressante. Dans ses observations, la machine, tournant rapidement, maintenait le cylindre intérieur à un potentiel à peine inférieur à celui qui produirait l'étincelle. La déviation d'un électromètre à feuilles d'or servait à la fois à mesurer ce potentiel et à en vérifier la constance; on calculait ensuite la densité correspondante, laquelle, pour un condensateur cylindrique, est donnée par la formule

$$\rho = \frac{1}{4\pi} \frac{V}{rL\frac{R}{r}},$$

dans laquelle V est le potentiél des corps électrisés, R et r les rayons des tubes extérieur et intérieur, et $L\frac{R}{r}$ désigne les logarithmes népériens. En me servant de cette formule, j'ai calculé les densités ρ pour chaque tube; elles sont portées dans le tableau précédent, dans la colonne ρ observé.

Les observations de M. Gaugain l'ont conduit à différentes conclusions.

1° *La densité électrique du cylindre intérieur est indépendante du diamètre du tube extérieur enveloppant.* Ce théorème, qui ressort d'une manière remarquable des nombres donnés par M. Gaugain, ne se vérifie pas très bien dans le tableau précédent. Les observations correspondant aux numéros d'ordre 4 et 5, 8 et 10, 9 et 11, 13 et 14, donnent des densités ρ rapprochées, mais non égales.

Parmi les causes qui peuvent expliquer cette divergence, je citerai les suivantes: je faisais les mesures de potentiel au moment de l'étincelle, et dans les expériences

de M. Gaugain les étincelles ne se produisaient qu'accidentellement. Or la loi qui lie la densité au potentiel a été établie pour un état d'équilibre stable ; et c'est par une extension qui peut laisser des doutes que je l'applique au moment même où cet équilibre stable se rompt.

De plus, M. Gaugain agissait sur des cylindres dont le vide intérieur, c'est-à-dire la distance explosive, était considérable (de $0^c,5$ à $5^c,0$), et l'influence du cylindre enveloppant doit certainement diminuer à mesure que la différence des deux rayons devient plus grande.

Enfin mes observations montrent que la densité électrique varie beaucoup moins que les autres éléments. Ainsi la distance explosive a varié de $0^c,20$ à $0^c,97$ (de 1 à 4,9), le potentiel de 21,3 à 90,7 (de 1 à 4,25), et cependant la densité n'a varié que de 7,24 à 11 (de 1 à 1,5) [1].

2° M. Gaugain a tiré de ses observations la formule empirique $\rho_1 = 2,58 + \frac{25,62}{\sqrt[3]{r}}$, ρ_1 indiquant ici la densité explosive.

J'ai calculé les densités ρ_1 d'après cette formule; elles sont placées, sur le tableau précédent, dans la colonne ρ_1 calculé. Les nombres trouvés sont très différents de ceux que me donne l'observation directe; c'est qu'en effet les unités employées ne sont pas les mêmes. Mais le rapport des deux nombres $\frac{\rho_1}{\rho}$ est presque constant, bien qu'il augmente sensiblement à mesure que le tube r diminue. Quoi qu'il en soit, la formule empirique de M. Gaugain peut servir à calculer, approximativement du moins, la densité

[1] Je dois rappeler ici que la densité explosive des plans arrive également assez vite à être constante. Cette constance de la densité explosive pour les potentiels élevés paraît donc être un fait général, applicable du moins aux corps symétriques et symétriquement enveloppés.

explosive d'un cylindre donné, et par suite le potentiel correspondant.

II. *Excitateurs sphériques.* — Les étincelles jaillissaient entre une sphère électrisée et une autre sphère neutre extérieure. Voici les faits que mes observations m'ont permis d'énoncer.

1° Pour une même longueur d'étincelle, le potentiel de la sphère électrisée est maximum lorsque les deux excitateurs ont la même courbure.

La branche de l'excitateur, réunie au sol, était formée de sphères de diamètres variables, et je mesurais le potentiel comme à l'ordinaire, au moment où l'étincelle jaillissait. Le tableau suivant donne seulement les poids obtenus; le potentiel est proportionnel à la racine carrée de ces poids.

Action sur un disque de $3^c,42$ (*anneau de garde* $3^c,62$), *à la distance* 1^c.

Corps électrisés....		Sphère de 3^c.					Sphère de 1^c.				
Diamètre de la sphère neutre...........		∞	6^c.	3^c.	1^c.	$0^c,35$	∞	6^c.	3^c.	1^c.	$0^c,35$
Distances explosives....	c 0,15	gr 0,164	gr 0,165	gr 0,164	gr 0,162	gr 0,154	gr 0,176	gr 0,176	gr 0,175	gr 0,187	gr 0,175
	0,20	278	278	278	278	245	275	285	292	297	270
	0,30	536	542	558	532	372	485	510	508	522	432
	0,40	841	858	903	822	505	708	745	795	857	700
	0,45	980	1,008	1,037	965	560	900	910	955	1,025	865

Ce tableau démontre bien le théorème annoncé.

2° Le potentiel s'éloigne d'autant plus du maximum que la différence entre les courbures des pôles de l'excitateur est plus grande et que le potentiel est plus élevé.

Le tableau précédent montrait déjà ce fait. Le tableau suivant, qui est une autre portion de la même série d'observation, le montre encore.

Corps électrisés		PLAN.					SPHÈRE DE 0c,35.				
Diamètre de la sphère neutre...........		18c.	6c.	3c.	1c.	0c.35.	∞	6c.	3c.	1c.	0c,35.
Distances explosives....	c 0,15	gr 0,175	gr 0,175	gr 0,175	gr 0,176	gr 0,155	gr 0,165	gr 0,165	gr 0,165	gr 0,170	gr 0,176
	0,20	278	275	272	275	218	208	225	255	262	270
	0,30	508	506	508	495	330	315	352	376	435	502
	0,40	825	812	810	680	398	382	395	465	525	630
	0,45	1,030	1,020	985	785	445	405	435	485	585	685

Dans ce tableau, les courbures de l'excitateur étant rangées par ordre, on voit que les poids vont en augmentant régulièrement depuis la courbure la plus éloignée jusqu'au maximum arrivant pour l'égalité des courbures, aux deux colonnes extrêmes du tableau. Tant que les potentiels employés restent assez faibles, les différences de poids pourraient être négligeables; mais l'erreur étant toujours dans le même sens, on ne peut pas la considérer comme accidentelle.

3° Il ne paraît y avoir aucune différence entre les potentiels, lorsque l'étincelle jaillit de la plus grande courbure sur la plus petite ou inversement ([1]).

Les petites différences que les tableaux précédents peuvent montrer sont tantôt dans un sens, tantôt dans un autre, et elles peuvent être attribuées à des erreurs accidentelles.

4° Mesure des potentiels capables de fournir une étincelle déterminée entre deux sphères égales et de rayons divers.

J'ai fait cette comparaison de deux manières différentes.

([1]) Faraday a mesuré les distances explosives limites d'une machine dont l'excitateur était formé de sphères différentes. Il a remarqué que la distance limite était plus grande lorsque la petite sphère était *positive*. Mes expériences ne m'ont montré rien de semblable : il est possible que Faraday fut induit en erreur par ce phénomène de capillarité électrique que j'ai signalé plus haut, et qui a précisément pour effet de paraître diminuer l'étincelle négative des corps de petits diamètres.

D'abord j'ai cherché les longueurs en centimètres des ...tincelles équivalentes pour des excitateurs différents, en ...lonnant un mouvement régulier à la machine de Holtz.

...ètre de la cour-...e............	∞	6c.	3c.	1c,7.	1c.	0c,6.	0c,35.	0c,1.	POINTES obtuses à 90°.	POINTES aiguës à 10°.
...elles ou aigrettes ...ivalentes........	c 0,5	c 0,485	c 0,480	c 0,480	c 0,498	c 0,670	c 1,30	c 2,10	c 2,25	c 2,70
	1,0	0,993	1,070	1,430	1,500	3,200	4,50	6,30	5,80	7,20
	1,5	1,495	1,556	1,860	3,500	7,200	10,00	15,40	15,00	17,50
...ueur pour laquelle ...tincelle est rem-...acée par une ai-...ette..............	Aigrettes ne se formant pas dans l'excitateur			13,8	10,60	8,07	3,00	1,20	1,80	0,50

Ce tableau pourrait servir à trouver les potentiels relatifs. Mais, pour caractériser avec plus de précision encore les faits qu'il indique, j'ai mesuré directement les potentiels correspondant aux mêmes distances explosives de quelques-unes de ces sphères.

Je n'ai pas étudié d'une manière particulière les pointes, parce que, sous l'action des étincelles condensées dont je me servais, les pointes ne restent pas identiques à elles-mêmes. Elles s'émoussent rapidement, et même, lorsqu'on fait en sorte que la décharge se fasse par aigrette, la pointe projette une poussière métallique très visible lorsque le métal est mou comme l'aluminium (¹). Je me suis donc arrêté à des sphères géométriques bien définies de 1^{mm} de diamètre.

(¹) Ne serait-ce pas la cause du fait signalé par MM. Warren de la Rue et Hugo W. Muller (1877), que les pointes d'aluminium donnent des étincelles plus longues que les pointes des autres métaux? Des particules métalliques arrachées ont une capacité plus grande que les molécules d'air; donc, pour maintenir un potentiel constant sur la pointe, il faut diminuer le pouvoir de déperdition de la pointe, c'est-à-dire augmenter la longueur de l'étincelle.

Action sur un plateau de $6^c,90$ (*anneau de garde* $7^c,05$), *à la distance* $0^c,8$.

$$V = 20,306\sqrt{P}.$$

DISTANCES explosives.	PLANS.	CALOTTES de 6c.	SPHÈRES de 3c.	SPHÈRES de 1c.	SPHÈRES de 0c,6.	SPHÈRES de 0c,35.	SPHÈRES de 0c,1.
	P	P	P	P	P	P	P
c 0,05	gr 0,194	0,195	0,205	0,205	0,209	0,210	0,225
10	0,525	0,530	0,545	0,565	0,585	0,625	0,630
15	0,990	1,000	1,018	1,100	1,095	1,160	0,930
20	1,570	1,588	1,635	1,740	1,745	1,785	1,165
25	2,240	2,330	2,383	2,500	2,535	2,480	1,295
30	3,030	3,165	3,250	3,380	3,390	3,195	1,415
35	3,970	4,175	4,180	4,380	4,310	3,765	1,560
40	4,975	5,210	5,305	5,505	5,210	4,235	1,645
45	6,125	6,420	6,460	6,450	6,170	4,645	1,720

Action sur un disque de $3^c,45$ (*anneau de garde* $3^c,55$) *à la distance* $2^c,0$.

$$V = 100,662\sqrt{P}.$$

DISTANCES explosives.	2 PLANS.	CALOTTES de 6c	SPHÈRES de 3c.	SPHÈRES de 1c.	SPHÈRES de 0c,6.	SPHÈRES de 0c,35.	SPHÈRES de 0c,1.
	P	P	P	P	P	P	P
c 0,40	gr 0,198	0,200	0,200	0,205	0,198	0,167	0,070
45	243	250	243	267	231	185	080
50	292	300	298	295	280	220	088
60	402	420	420	420	352	285	098
70	542	562	538	515	408	315	107
80	"	292 112	710	595	453	342	113
90	"	402 112	380 105	378 033	392	345	121
00	"	302 328	167 400	415 033	518	350	130

De ces tableaux de poids on conclut les tableaux suivants des potentiels.

DISTANCES explosives.	PLANS.	CALOTTES de 6°.	SPHÈRES de 3°.	SPHÈRES de 1°.	SPHÈRES de 0°,6.	SPHÈRES de 0.35.	SPHÈRES de 0°,1.
c 0,05	8,94	8,96	9,18	9,18	9,26	9,30	**9,63**
10	14,70	14,78	14,99	15,25	15,53	16,04	**16,10**
15	20,20	20,31	20,47	21,28	21,24	**21,87**	19,58
20	25,42	25,59	25,95	26,78	26,82	**27,13**	21,91
25	30,38	30,99	31,33	32,10	**32,33**	31,96	23,11
30	35,35	36,12	36,59	37,32	**37,38**	36,29	24,12
35	40,45	41,45	41,47	**42,48**	42,16	39,39	25,34
40	45,28	46,34	46,77	**47,62**	46,34	41,77	26,03
45	50,48	51,46	**51,60**	**51,56**	50,44	43,76	26,62
0,40	44,80	45,00	45,00	**45,50**	44,80	41,07	26,58
45	49,63	50,33	49,63	**52,04**	48,42	43,29	28,49
50	54,35	**55,06**	**54,96**	**54,66**	53,25	47,21	30,00
60	63,82	**65,23**	**65,23**	**65,23**	59,69	53,75	31,51
70	74,09	**75,40**	73,79	72,28	64,22	56,47	32,92
80	84,83	**87,98**	84,76	77,61	67,75	58,79	33,82
90	94,72	**97,44**	94,62	80,13	70,56	59,09	34,93
1,00	105,49	**112,94**	104,69	83,05	72,38	59,49	36,24

Ces tableaux conduisent aux remarques suivantes :

1° Pour une longueur déterminée d'étincelles jaillissant entre deux sphères égales, l'une électrisée et l'autre au sol, le potentiel du conducteur varie avec le diamètre de la sphère; et l'on peut trouver une sphère de diamètre tel que le potentiel soit maximum.

2° Le diamètre de ces sphères correspondant au maximum est d'autant plus petit que la distance explosive est plus petite; il grandit avec la distance explosive, sans qu'on puisse dire cependant qu'il y ait proportionnalité entre ces deux éléments. Dans les tableaux précédents, les maxima ont été soulignés.

On voit que les maxima se rapprochent des plans,

qu'ils atteignent à la distance explosive de 2^c environ. (Voir les longueurs d'étincelles équivalentes.)

3° Les densités électriques ne peuvent donner aucune indication importante, puisque l'épaisseur électrique sur la sphère électrisée est tout à fait modifiée par le voisinage d'une sphère égale neutre.

On pourrait chercher une surface $V = f(R, \delta)$ reliant les différents éléments étudiés dans ce travail; mais la construction des observations donne des courbes régulières et de degrés élevés; ces courbes ne se rapprochent de l'hyperbole que lorsque R est très grand. Tout indique donc que cette surface est complexe; on ne pourrait même pas la prolonger jusqu'à l'infini, car nous ignorons complètement ce que sont les potentiels explosifs pour de grandes longueurs d'étincelles; on est même porté à croire que ces potentiels arrivent à être constants.

Une des particularités intéressantes à rechercher serait l'intersection de la surface précédente avec celle $\frac{dV}{d\delta} = 0$, intersection qui donnerait la courbe des différents maxima signalés dans les tableaux précédents. Mais rien n'indique que cette courbe soit plane. Les formules qu'on obtiendrait ainsi ne paraissent donner aucune simplification, ni dans les calculs, ni dans les représentations géométriques.

Remarque. — Les distances explosives auxquelles ont été rapportés les potentiels mesurés dans ce travail ont été évaluées dans l'air et aux conditions atmosphériques ambiantes, c'est-à-dire à des pressions voisines de 760^{mm} et à des températures variant de 15° à 20° C.

LE PHÉNOMÈNE DE MARÉE SOUTERRAINE DE DUX, EN BOHÊME (1).

Par M. C. LAGRANGE.

En passant en revue, l'année dernière (2), les progrès de la Mécanique céleste, notre attention a été attirée par la phase nouvelle dans laquelle cette grande science est entrée, l'étude des variations de forme des globes. Quelle que soit la résistance opposée par un corps à la déformation quand il est sollicité par certaines forces, cette résistance n'est pas infinie, et les corps les plus tenaces subissent tous, dans ces circonstances, un changement dans leurs dimensions; de plus, ces variations des dimensions sont proportionnelles aux dimensions elles-mêmes; il en résulte que des corps d'un volume considérable peuvent, quelque faibles que soient leurs allongements ou leurs compressions pour l'unité de longueur, subir des déformations totales appréciables. Tout le monde sait que le mouvement des marées est produit, dans les eaux qui recouvrent la terre, par l'action combinée du Soleil et de la Lune, et que la mobilité du fluide rend l'effet résultant considérable. Mais ces mêmes actions ne s'exercent-elles pas sur la partie solide de notre globe? Sans doute. Or, les matières dont il se compose sont, dans leur généralité, bien moins tenaces que des corps très tenaces, tels que le fer, par exemple, qui s'allongent ou se raccourcissent déjà sous l'action d'une traction ou d'une compression, quelque faible qu'elle soit.

---

(1) *Sul fenomena di marea osservato nelle miniere carbonifere di Dux in Boemia* di G. Grablowitz (*Bollettino della Società adriatica di Scienze naturali in Trieste*, vol. VI, fasc. I, 1880).

(2) *Histoire des Sciences physiques en Belgique,* dans *Cinquante ans de liberté,* t. II. Weissenbruck, Bruxelles, 1880.

On peut donc être certain que la terre, et en général tous les globes, subissent, par l'action des globes environnants, des déformations ou mouvements de marée, qui s'appliquent à toute leur masse, qu'ils soient solides ou liquides.

La question intéressante consiste à évaluer la grandeur et l'importance de ces déformations et à étudier leur influence, soit sur les mouvements des globes, soit sur les phénomènes physiques qui concernent leurs surfaces.

Depuis quelques années, la solution de ces problèmes est poursuivie avec un grand succès en Angleterre par M. Darwin, dont les recherches ne peuvent manquer d'entrer un jour dans le champ classique de la Mécanique céleste. L'étude des déformations du sol *prises sur le fait* a donné lieu également à des travaux nombreux, qui, sans avoir l'intérêt analytique et théorique des précédents, rachètent ce désavantage par leur caractère expérimental.

Notre objet n'est pas d'entreprendre ici l'analyse de toutes ces recherches, mais seulement d'attirer l'attention de nos lecteurs sur un *fait* très remarquable en lui-même, qui pourrait bien être la démonstration directe de l'existence des marées solides de la Terre. Il s'agit du mouvement de flux et de reflux observé par M. l'ingénieur F.-W. Klönne dans les eaux souterraines qui, en 1879, ont envahi les mines de Dux, en Bohême. M. Giulio Grablowitz, qui depuis longtemps s'occupe avec ardeur de ces questions et qui a étudié à ce point de vue les anomalies présentées par les marées de l'Adriatique ([1]), s'est emparé des observations de M. Klönne, en a discuté la concordance avec les mouvements luni-solaires, et a cru pouvoir en tirer la conclu-

([1]) *Dell' Attrazione luni-solare in relatione coi fenomeni mareo-sismici.* On conçoit que, si la marée solide est réelle, la marée liquide observée n'est que la différence entre la marée théorique liquide et cette marée solide. Cette dernière introduit donc un élément nouveau et essentiel dans la théorie du mouvement de la mer.

sion que le phénomène de Dux n'est explicable que par l'attraction directe du Soleil et de la Lune sur la partie solide même de la Terre.

Le nord-ouest de la Bohême présente un puissant bassin à lignite qui, sur 150^{km} de longueur, occupe presque sans interruption la grande vallée comprise entre le pied méridional de l'Erzgebirge et la longue suite des cônes basaltiques et phonolithiques dont l'ensemble constitue le Mittelgebirge.

La couche de combustible est en général unique et son épaisseur est exceptionnellement considérable; elle varie de 10^m à 18^m, et, en certains points, atteint 38^m.

Au bassin de Saatz-Teplitz, l'un des trois principaux dans lesquels se partage le dépôt, appartient la localité de Dux, peu distante de Teplitz.

La succession des couches de ce bassin se divise en trois étages : 1° l'étage prébasaltique, caractérisé par des grès et des sables très aquifères; 2° l'étage basaltique constitué par des masses plus ou moins régulières de basalte, de trachyte et de phonolithe, ainsi que par des tufs résultant de l'action de l'eau sur ces roches; 3° l'étage supérieur, représenté par des argiles alternant avec des grès ou des sables, est l'étage à lignite proprement dit.

Le tout, qui appartient à l'époque tertiaire, est rapporté à l'étage éocène moyen.

On exploite ordinairement par dépilage. Les puits atteignent jusqu'à 180^m de profondeur; les galeries sont presque toujours dans le charbon.

L'exploitation de la couche de lignite présente des difficultés nombreuses résultant, les unes de sa grande épaisseur; d'autres de la facilité et de la fréquence des incendies; d'autres enfin de l'abondance des eaux. Les sables argileux qui forment au-dessus du lignite des masses lenticulaires sont, en effet, souvent très aquifères et menacent à chaque instant de faire irruption dans les travaux.

Heures.	Après midi.	Avant midi.
0	— 170	+ 21
1	— 139	+ 33
2	— 90	+ 44
3	— 32	+ 58
4	+ 32	+ 63
5	+ 81	+ 59
6	+ 118	+ 32
7	+ 123	— 20
8	+ 110	— 67
9	+ 87	— 111
10	+ 58	— 149
11	+ 30	— 170

et ces mêmes hauteurs A^s, calculées par la formule périodique

$$A^s = +41,5 \sin \frac{\pi}{12} t - 98,5 \cos \frac{\pi}{12} t$$
$$+ 14,6 \sin \frac{\pi}{6} t - 71,9 \cos \frac{\pi}{6} t,$$

où t est l'heure, sont :

Heures.	Après midi.	Avant midi.
0	— 170	+ 26
1	— 138	+ 30
2	— 88	+ 40
3	— 27	+ 55
4	+ 25	+ 61
5	+ 84	+ 56
6	+ 113	+ 31
7	+ 120	— 12
8	+ 109	— 61
9	+ 85	— 113
10	+ 58	— 154
11	+ 36	— 176

La marche périodique du phénomène en rapport avec le mouvement du Soleil est donc nettement indiquée.

De même, la courbe moyenne lunaire est donnée par s observations de la manière suivante :

Heures lunaires.	Passage supérieur.	Passage inférieur.
0	− 126	− 130
1	− 99	− 111
2	− 44	− 62
3	+ 25	+ 1
4	+ 90	+ 60
5	+ 132	+ 102
6	+ 144	+ 112
7	+ 120	+ 90
8	+ 66	+ 40
9	− 3	− 23
10	− 68	− 82
11	− 115	− 119

La formule

$$A_t = +15,9 \sin\frac{\pi}{12}t + 1,6\cos\frac{\pi}{12}t$$

$$+ 13,4 \sin\frac{\pi}{6}t - 127,9\cos\frac{\pi}{6}t$$

onnerait :

Heures lunaires.	Passage supérieur.	Passage inférieur.
0	− 129	− 125
1	− 96	− 112
2	− 38	− 66
3	+ 26	+ 3
4	+ 87	+ 61
5	+ 134	+ 101
6	+ 146	+ 115
7	+ 119	+ 92
8	+ 63	+ 41
9	− 4	− 26
10	− 67	− 82
11	− 112	− 122

On voit par ces chiffres qu'en admettant la marche suivie par l'auteur (*loc. cit.*, p. 5), une périodicité due à l'action de la Lune est également très bien mise en évidence.

Suit l'étude de l'influence de la déclinaison de la Lune sur l'amplitude de l'oscillation. Il trouve une légère différence en faveur des déclinaisons australes, et l'attribue à l'augmentation de la parallaxe moyenne aux époques correspondantes. Il remarque aussi que dans les eaux de Dux, comme dans les mers ouvertes, les marées des syzygies sont plus marquées que celles des quadratures.

Nous citerons encore, parmi les concordances dont l'auteur fait usage pour prouver l'origine luni-solaire de la marée de Dux, celle qu'il trouve entre ses résultats et ceux qu'a obtenus le professeur Stahlbergen dans l'étude des marées de Fiume. Nous nous contenterons de traduire les propres paroles de l'auteur : « Le professeur Stahlbergen, dans son ouvrage *Die Ebbe und Fluth in der Rhede von Fiume*, a mis en évidence l'influence de la position relative des astres, par rapport à l'écliptique, sur l'amplitude de la marée. Il y donne un Tableau contenant les constantes solaires pour chacune des 37 lunaisons qu'il a discutées et qui comprennent un intervalle de temps s'étendant du 29 novembre 1868 au 27 novembre 1871. Il résulte de ce Tableau que l'amplitude de la courbe solaire de 12^h est maximum aux équinoxes et minimum aux solstices ; de plus, l'heure du maximum oscille entre $8^h\,9^m$ et $9^h\,6^m$, l'avance maximum ayant lieu précisément au milieu de l'intervalle d'un solstice à un équinoxe, et le retard le plus grand aux époques opposées. Pour donner un exemple qui puisse être mis en regard de la période d'observation à Dux, je reproduis ici les résultats des groupes d'observation 30 à 34 des marées de Fiume, groupes qui embrassent à très peu près la période de l'année à laquelle se rapportent les observations de Dux.

FIUME					VALEURS analogues pour Dux	
Groupes	Amplitude (a)	Heure (h)	$\frac{a}{A}$	h — H	$\frac{a}{A}$	h — H
30	0,477	8h 18m	1,22	— 16m	1,26	— 14m
31	0,351	8 10	0,90	— 24	1,21	— 22
32	0,239	8 17	0,61	— 17	0,77	— 17
33	0,292	8 56	0,75	+ 22	0,86	+ 19
34	0,388	9 6	0,99	+ 32	1,02	+ 45
Moy. gén.	0,390 = A	8h 34m = H				

» L'heureuse concordance dans la marche des valeurs de $\frac{a}{A}$ et h — H (rapport des amplitudes à l'amplitude moyenne et différence de l'heure de la marée à la moyenne des heures) dans les observations de Fiume et celles de Dux, faites à des époques et dans des conditions absolument différentes, suffit à prouver la communauté d'origine des causes qui les produisent. »

Ces différentes coïncidences donnent, en effet, une grande probabilité à l'existence d'une dépendance directe entre le mouvement de marée souterraine et l'attraction luni-solaire. Toute la question est de savoir si ce mouvement est dû à l'action du Soleil et de la Lune sur une vaste nappe d'eau souterraine, ou bien à une déformation du sol lui-même, qui, en augmentant et en diminuant périodiquement la capacité du réservoir, en ferait monter et descendre le niveau. C'est cette dernière thèse que s'attache à démontrer M. Grablowitz dans la seconde partie de son travail.

Il commence par rejeter l'hypothèse d'une propagation souterraine d'une marée océanique ; « dans les fleuves les plus grands, elle ne se propage ni à une telle distance, ni à une telle hauteur (200m) ; de plus, les oscillations des

eaux de Dux obéissent si promptement à l'attraction luni-solaire, étant maximum aux syzygies et minimum aux quadratures, et sans retard, qu'elles ne peuvent absolument pas être regardées comme la propagation d'une onde venant de loin. »

Si l'on examine « de plus près la forme des courbes, on verra qu'aux syzygies et aux quadratures, ainsi que dans les courbes moyennes dues respectivement à l'action solaire et lunaire, les deux minima sont très inégaux, tandis que les deux maxima arrivent presque sur une même ordonnée ; ... j'arrive... à admettre que les ordonnées maxima représentent le niveau naturel des eaux, tandis que les minima constitueraient l'effet premier et spontané de l'attraction luni-solaire.

» Ce qui concourt à confirmer ceci, c'est le fait que les minima coïncident presque exactement avec le passage des astres au méridien, tandis que les maxima ont lieu quand les astres sont à l'horizon,...... En outre, le minimum le plus prononcé coïncide avec la culmination considérée par moi comme la plus influente. (Voir plus haut.)

» Ce fait répond de lui-même à l'objection possible, suivant laquelle le premier effet de l'attraction serait le maximum, les ondes soulevées dans des bassins souterrains profonds employant en tout environ six heures pour arriver jusqu'au maréographe ; je répète, pour répondre à cette objection, que, si le maximum était la manifestation directe de l'attraction luni-solaire, il aurait une valeur différente suivant la hauteur des astres dans les deux (demi) méridiens, tandis que les minima arriveraient sur des ordonnées presque égales ou suivraient, en tout cas, une loi dépendante des maxima auxquels ils succèdent. Au lieu de cela, c'est le contraire qui se vérifie ; d'où l'on peut conclure que l'effet direct de l'attraction luni-solaire dans les eaux de Dux est l'abaissement de leur niveau. »

Nous ne suivrons pas l'auteur dans les discussions par

lesquelles il cherche à comparer les résultats de l'expérience avec les effets qu'exercerait l'attraction sur les eaux d'un vaste bassin intérieur, auquel il suppose successivement différentes orientations. Il rejette cette hypothèse, et conclut en considérant comme seule admissible celle de la variation de forme du réservoir lui-même.

« Mon hypothèse sur l'élasticité du globe terrestre, dit-il, me semble de nature à couper court à ces doutes sur la nature d'un phénomène qui, sans elle, paraît inexplicable.

» En partant de ce principe, on peut facilement soutenir que l'attraction luni-solaire doit tendre à allonger la terre dans la direction des axes qui joignent son centre à ceux des astres attirants ; ce qui est non seulement possible, mais effectif, dans une sphère de médiocre dureté, comme la Terre, et liquide ou molle dans son intérieur. Et l'effet doit être prompt, immédiat, et non retardé, comme il advient pour la partie liquide qui coule à la superficie, et qui doit vaincre sa propre inertie pour courir vers le point d'attraction maximum.

» Si la Terre était une masse parfaitement homogène, il serait naturel qu'elle s'assujettît uniformément à ce faible changement de forme ; mais la Terre est sillonnée de montagnes et de fleuves, et ses côtes offrent les plus bizarres irrégularités. Et non seulement sa superficie, mais aussi son intérieur constituent un mélange de substances hétérogènes, ainsi que nous l'enseigne la Géologie. Il n'est donc pas étonnant que, l'élasticité de la sphère une fois admise, le changement continu et périodique de forme donne lieu, dans les diverses parties de cette sphère, à des oscillations d'intensités variées, de façon à produire des effets mécaniques très différents, selon la constitution et le degré d'élasticité locale, mais soumis cependant à des lois invariables, réglées par le mouvement des astres.

» Dans le cas particulier que nous traitons, il est possible que, par l'effet du changement périodique de forme

de notre globe, les fentes existant entre des couches de diverses natures, et les interstices entre les différentes parties d'une même couche, subissent des élargissements ou des rétrécissements très faibles, et, dans un tel cas, s'ils contiennent un liquide, ce liquide sera aspiré ou expulsé. On ne peut pourtant point décider *a priori* si l'eau contenue dans un bassin donné, d'une constitution géologique connue, sera sujette à s'abaisser ou à jaillir sous l'attraction des astres au méridien, parce que ceci dépend d'un concours d'effets mécaniques impossibles à connaître d'avance dans l'état actuel de la Science ; cependant, la discussion bien pondérée des effets observés peut nous démontrer si le concours de ces effets mécaniques se résout de l'une ou l'autre manière.

» Les effets observés dans les mines de Dux nous donnent la preuve que le bassin inondé est sujet à éprouver une augmentation de capacité au passage des astres au méridien, parce que l'effet direct de ce passage est un abaissement de niveau ; il est d'ailleurs évident que la force même qui, dans les mines de Dux, est la cause de la diminution des eaux, pourrait produire aussi dans un bassin très voisin l'effet opposé. »

Un des points intéressants du Mémoire de M. Grablowitz, par lequel nous terminerons cette exposition, est la vérification, par les observations de Dux, de la formule dont il s'est servi pour représenter, dans son étude sur les marées de l'Adriatique, l'oscillation produite par le passage d'un astre au méridien.

Il admet que cette oscillation est proportionnelle au sinus de la hauteur sur ou sous l'horizon. Cette hypothèse, qui n'est qu'approchée, lui permet d'exprimer simplement en fonction d'une constante, de la latitude du lieu et de la déclinaison de l'astre, la hauteur moyenne de la marée correspondante et la demi-différence des effets produits. On comprend donc que, si l'effet de marée est

connu par l'observation, ainsi que la déclinaison de l'astre, on possède deux équations qui peuvent servir à déterminer et la constante et la latitude du lieu d'observation. Il faudra donc, si la formule est exacte et si l'effet d'oscillation du sol qu'elle représente est réel, que la latitude calculée concorde avec la latitude observée. M. Grablowitz a tenté cette épreuve. Employant les marées des syzygies afin de pouvoir considérer approximativement l'effet produit comme dû à l'action d'un seul astre d'une déclinaison moyenne, puis la courbe moyenne lunaire, il trouve pour la latitude les valeurs calculées 50°3′, 50°39′, 49°38′, 51°27′, dont la valeur moyenne est 50°42′.

En ne tenant compte que des résultats déduits de la courbe lunaire, résultats qui, d'après l'auteur, doivent être plus exacts en raison du plus grand nombre des observations, on a pour la latitude 50°35′.

Or ces nombres, qui ne diffèrent guère entre eux, concordent, à quelques minutes près, avec la valeur d'observation directe 50°37′, latitude de Dux.

« Le phénomène de Dux, dit M. Grablowitz en terminant, est destiné à marquer une époque dans la Science, et l'ingénieur Klönne, en le signalant et en en étudiant les particularités, a rendu un service éminent à l'étude de la physique terrestre. On connaissait déjà l'existence des fontaines périodiques : quelques-unes d'entre elles sont soumises à un véritable mouvement de flux et de reflux; mais personne n'avait pensé à faire des observations régulières, parce que la proximité de la mer semblait suffisante pour en expliquer la cause, supposition impossible dans le cas de Dux.

» Il y a aussi près de notre ville la source thermale de Monfalcone, notoirement sujette à la marée; on a mesuré, je crois, deux fois seulement la différence entre un maximum et le minimum suivant; on a analysé la composition chimique de l'eau à marée basse et à marée haute, mais

rien n'est encore fait au point de vue physico-astronomique, bien que l'application d'un maréographe fût la chose la plus facile. Un seul mois d'observations mettrait en pleine évidence les caractères du phénomène, de façon à pouvoir décider s'il est dû uniquement à de simples conditions d'équilibre entre la mer et la source.

» Puisque une grave catastrophe, qui, au point de vue humanitaire et industriel, ne sera jamais assez regrettable, est venue jeter un rayon de lumière dans le champ obscur de la mécanique endogène, il faut que la plus grande publicité soit donnée au fait observé, afin que quiconque serait à portée de voir un phénomène semblable soit mis en état d'en apprécier l'importance scientifique et de faire les recherches nécessaires.

» Par ce moyen, la science augmentera les matériaux propres à pénétrer les nombreux mystères de la météorologie endogène, et le jour viendra peut-être où l'on pourra, sinon conjurer, du moins prévoir, pour préserver la vie humaine, les désastreux effets que les forces intérieures préparent et produisent sans cesse. »

(*Ciel et Terre.*)

Paris, le 16 décembre 1881.

A M. J.-B. DUMAS,

SECRÉTAIRE PERPÉTUEL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

CONTRIBUTION DE L'ASTRONOMIE A LA SOLUTION D'UN PROBLÈME DE PHYSIQUE MOLÉCULAIRE.

Monsieur et cher Maître,

L'accueil bienveillant que vous avez bien voulu me faire m'engage à fixer par écrit les points principaux de notre

entretien de dimanche passé. Je vous remercie infiniment du concours que vous m'avez offert pour m'aider à réaliser la partie expérimentale du but scientifique que je poursuis et que je vais exposer dans les lignes suivantes.

L'étude synthétique des phénomènes thermochimiques, des lois de la thermodynamique et des expériences se rapportant à ces chapitres des sciences physiques nous ont amenés à considérer la *température* d'un corps comme étant l'*amplitude moyenne* des oscillations vibratoires des molécules constituant ce corps.

Cette définition, prise comme point de départ, permet d'expliquer et de déduire toutes les lois essentielles de la Théorie mécanique de la chaleur. On en dégage aisément la loi de Dulong et Petit, la loi de l'isomorphisme dans les systèmes de cristallisation, les rapports qui unissent les coefficients de dilatation de tous les corps avec leur poids atomique, leur température de fusion et leur densité, etc.

Les tensions maxima se calculent d'avance avec toute exactitude, enfin les deux grands principes mécaniques de la chaleur en sont une conséquence immédiate et forcée.

J'ai donc tout lieu de croire que cette définition sera adoptée puisqu'elle satisfait aussi bien à la condition d'intégrabilité de l'équation différentielle du mouvement (fonction S de Zeuner) qu'à la définition tirée du thermomètre à air ou à mercure (définition de Regnault).

Dans ce cas, qu'est-ce que la *chaleur spécifique* d'un corps?

La chaleur spécifique devient la manifestation unique de l'*attraction* des molécules les unes pour les autres.

En effet, si l'on multiplie l'*espace parcouru* (température) par la *force moléculaire* (chaleur spécifique) on obtient la chaleur totale ou quantité de travail absolu que contient le corps.

Ici se place, par conséquent, une question importante et qui n'est nullement secondaire, ainsi qu'on l'a dit souvent :

L'attraction de la matière par la matière est-elle une propriété fondamentale, essentielle, ou n'est-elle que le résultat de l'action dynamique du milieu dans lequel elle se trouve?

En d'autres termes, peut-on dire que, sans qu'il soit possible de l'expliquer, la matière attire la matière sans l'intermédiaire actif du milieu, ou bien : l'attraction comme force n'existe pas, elle n'est que la manifestation des chocs de l'éther qui tendent à rapprocher les corps suivant la loi newtonienne.

Dans le premier cas, on admet le *potentiel attractif* de la matière comme un capital primitif placé dans chaque élément matériel, capital qui ne s'épuise que par le rapprochement absolu de toute la matière existante dans l'univers. Dans le second cas, ce potentiel est nul et l'on admet qu'une certaine quantité de force vive a été communiquée à l'origine des temps à la masse de l'univers, quantité de force vive qui fatalement se transforme sous mille combinaisons différentes dans tous les phénomènes physico-chimiques et astronomiques de la nature.

Dans le premier cas, $\frac{1}{2} mv^2 +$ *le potentiel est constant.*

Dans le second cas, $\frac{1}{2} mv^2$ *seul est constant.*

La solution de cette importante question est nécessaire pour établir d'une façon un peu nette les théories physiques et pour trouver les rapports intimes qui existent entre les divers éléments des corps.

Dans l'hypothèse où l'*attraction* est une propriété essentielle de la matière, nous l'assimilerons à l'*inertie:* ainsi, un corps quelconque posséderait comme caractères primordiaux une certaine quantité d'inertie, sans laquelle nous n'arriverions jamais à être mis en contact avec lui ni à le connaître, et une certaine quantité d'*attraction* qui serait la manifestation de son influence propre sur le reste de l'univers.

Telles seraient les conditions d'existence de la matière.

Dans l'hypothèse où $\frac{1}{2}mv^2$ seul est constant, l'*inertie* et *le mouvement* sont les propriétés fondamentales de la matière; les *chocs* sont les moyens de transformation des différents modes de mouvement.

Prenons donc un corps quelconque et chauffons-le.

Si nous sommes partisans de la première hypothèse, celle du *potentiel,* nous devons nous attendre à trouver des rapports simples entre l'*inertie du corps considéré,* entre l'*attraction des molécules* les unes pour les autres, et entre l'*augmentation de volume du corps,* le tout associé à la quantité de travail mécanique fourni au corps sous forme de chaleur.

Les *chaleurs spécifiques,* les *chaleurs latentes* seront donc des fonctions du *poids atomique* ou *inertie* du corps et la *dissociation* qui se traduit par la *fusion* et la *volatilisation* se déduira de l'étude du corps sous ces deux points de vue : *masses* mises en mouvement et *potentiel* de ces masses.

Si nous sommes partisans de la seconde hypothèse, en admettant que $\frac{1}{2}mv^2$ est constant, nous sommes obligés absolument de considérer le *volume* des corps, c'est-à-dire la surface extérieure de la plus petite quantité de matière.

En effet, les *chocs* seuls expliquent les phénomènes, mais qui dit *choc* dit *surface* où se passe le choc. Plus cette surface sera grande, plus le nombre des chocs de l'éther sera considérable, plus la réaction de la matière sera forte.

Nous devons donc nous attendre, dans cette seconde hypothèse, à trouver des rapports simples entre le volume des atomes et des molécules, c'est-à-dire entre les coefficients qui représentent la densité des corps, le nombre d'atomes et le poids atomique et les chaleurs spécifiques, les chaleurs latentes et les tensions maxima.

En d'autres termes, dans la première hypothèse, la phy-

sique moléculaire s'appuiera essentiellement sur le *poids atomique,* qui, en vertu de la chute des corps, représente simultanément l'idée de l'*inertie* et celle de l'*attraction,* propriétés essentielles; dans la seconde hypothèse, les phénomènes physico-chimiques se déduisent surtout du *volume* des atomes et du *milieu* dans lequel se passent les phénomènes étudiés.

Le *milieu* devenant *actif,* une variation du milieu entraînera dans les phénomènes d'attraction des variations concomitantes tout à fait indépendantes de la matière elle-même.

Les *chaleurs spécifiques* et les *chaleurs latentes* peuvent donc être des éléments variables dans une même substance et à *une même température,* suivant l'*énergie mécanique du milieu* où se passent les phénomènes.

Ainsi toute la physique moléculaire est intimement liée à la solution de cette question théorique.

Nous avons cherché une méthode expérimentale capable de porter quelque jour sur ce problème, sans entrer dans des détails trop minutieux, nous allons exposer le plan de ce travail.

On peut admettre, je crois, que le système solaire est à peu près indépendant, mécaniquement parlant du reste, de l'univers, c'est-à-dire qu'aucun mouvement, relativement au centre de gravité de ce système, n'est produit dans nos planètes par la perturbation des autres systèmes qui nous entourent.

Nous pouvons donc appeler M la masse du système solaire total. Cette masse se décompose en m, m', m'',... masses respectives du Soleil, Vénus, Terre, Jupiter, etc., et μ masses de l'éther dont la densité est fonction de la vitesse de propagation de la lumière et de la chaleur, ainsi que des longueurs d'onde.

En multipliant toutes ces masses par la vitesse absolue de chaque particule relativement au centre de gravité du

système solaire on obtient le facteur

$$\tfrac{1}{2}Mv^2 = \text{force vive totale du système solaire.}$$

Cette force vive constante (si l'on admet la seconde hypothèse où $\frac{1}{2}mv^2$ est constant) ne se répartit pas dans tout le système solaire d'une manière régulière et fixe. Tantôt une planète, comme Jupiter, se trouve à l'extrémité du grand axe de son ellipse et marche plus lentement, tantôt, au contraire, sa vitesse s'accélère et passe par le maximum à une autre position de sa trajectoire.

A la même minute, toutes les planètes tournent autour du Soleil, les unes avec leur vitesse maximum, d'autres avec des vitesses minima, d'autres enfin avec des vitesses intermédiaires. Nous pouvons faire la *somme* de toutes ces forces vives de l'ensemble du système solaire et différentier l'équation totale par rapport au temps. Les *variations* ainsi obtenues *pour chaque heure* élimineront naturellement toutes les *quantités de force vive constante* représentées par la rotation des astres sur eux-mêmes; elles ne montreront que l'accroissement ou la détermination de l'ensemble des forces vives variables du système.

On pourra aisément tracer une courbe de ces variations calculée par les éphémérides des principales planètes. Jupiter jouera dans ce calcul le rôle prépondérant.

En considérant toujours la seconde hypothèse, où l'attraction n'est que le résultat des chocs, il est bien évident que l'attraction manifestée par chaque planète pour les corps qui sont à sa surface sera l'écho de la force vive disponible sur cette planète. *Cette force vive sera variable suivant le jour et l'heure de l'observation.*

En effet, la force vive du système solaire *étant fixe et constante* si les planètes, un certain jour, absorbent dans leur propre masse une quantité maximum de force vive, la

cause de la pesanteur sur la Terre sera diminuée de tout l'excès qui s'est accumulé dans ces corps en mouvement, et *l'accélération* g passera par un *minimum*. Au contraire, lorsque, quelques années plus tard, l'ensemble des planètes donnera un total de force vive minimum pour leurs masses en mouvement, la valeur de g, pour les mêmes raisons, devra passer par un *maximum*.

On comprend aisément que la valeur de l'attraction terrestre ne peut pas rester constante si la force vive disponible varie en fonction du temps et de la position respective des autres planètes. Or, on peut calculer la masse totale M du système, les masses partielles et leurs vitesses variables; on trouve pour ces variations des *valeurs considérables;* donc, si l'on enregistre soigneusement les valeurs de g obtenues directement pendant des observations qui doivent durer au minimum plusieurs années, et si l'on trace une courbe des valeurs de g ainsi obtenues, on doit constater la coïncidence suivante :

La courbe des variations de la force vive totale des planètes doit être inverse de la courbe des valeurs de g *rapportées au même temps.*

Les écarts dans les maxima et les minima des deux courbes, pris sur une même ordonnée, donneront la mesure de la vitesse de propagation de la force vive dans l'éther du système solaire.

Ces conclusions sont rigoureuses dans le cas où l'hypothèse $\frac{1}{2}mv^2 =$ constante est d'accord avec la nature.

Dans le cas, au contraire, où l'*attraction* est une propriété essentielle de la matière, et où l'on a

$$\frac{1}{2}mv^2 + \text{le potentiel} = \text{constante},$$

on devra trouver pour g une constante, puisque g est la manifestation unique d'un potentiel constant, étant donné

que la masse de la Terre est constante durant le cours des observations de g.

Il faudra donc tenir compte des perturbations de la Lune pour la mesure de g, ainsi que de celles du Soleil, puis vérifier si, ces corrections faites, g est constant.

Je crois que cette méthode expérimentale est l'unique moyen que l'on possède pour diagnostiquer avec certitude sur les propriétés essentielles de la matière et décider entre ces deux grandes théories, qui sont toutes les deux défendues par des hommes d'un mérite incontestable.

Quant à la mesure de g, il y a plusieurs procédés opératoires, et il serait indispensable, avant de commencer des observations, de discuter analytiquement les avantages de chacun d'eux et les modes d'inscription des valeurs obtenues.

Les moyens optiques d'enregistrement, les actions mécaniques associées au mouvement des pendules et le genre de pendules seront autant de sujets importants de discussion dans le cas où l'on serait d'avis de donner suite à ces recherches, que je considère comme bien utiles pour asseoir définitivement les théories physiques.

Voilà, cher Maître, une bien longue lettre; mais je tenais à vous exposer le but que je poursuis dans ses traits généraux, bien heureux si des expériences suivies peuvent être entreprises sous vos bienveillants auspices.

Veuillez, je vous prie, cher Maître, agréer l'expression de ma reconnaissance et de mon entier dévouement.

RAOUL PICTET.

EXPÉRIENCES HYDRODYNAMIQUES; IMITATION, PAR LES COURANTS LIQUIDES, DES PHÉNOMÈNES D'ÉLECTROMAGNÉTISME ET D'INDUCTION;

PAR M. C. DECHARME.

Les expériences remarquables de M. Bjerknes sur l'*hydro-électricité* et l'*hydro-magnétisme* ([1]), expériences que j'ai suivies avec le plus vif intérêt à l'Exposition d'électricité, m'ont remis en mémoire plusieurs faits que j'avais observés depuis longtemps et qui m'ont paru se rattacher aux phénomènes hydrodynamiques, si bien étudiés et décrits par le savant professeur de Christiania. Mais, avant de présenter à l'Académie ces rapprochements, j'ai voulu faire de nouvelles expériences, et, bien qu'elles ne soient pas complètes, je puis néanmoins en indiquer, dès à présent, les principaux résultats et montrer la marche que je me propose de suivre, à ce sujet, dans mes recherches ultérieures. Je me borne d'ailleurs au côté purement expérimental de la question.

Je dois dire d'abord que ce qui différencie essentiellement mes expériences de celles de M. Bjerknes, c'est qu'au lieu de *corps pulsants* ou *vibrants* (dans l'eau) dont il fait usage, je n'emploie que des *courants liquides, continus* ou *interrompus,* fonctionnant dans l'air ou dans l'eau.

La première expérience que j'ai faite dans cette voie avait pour but d'étendre aux liquides un phénomène constaté, sur les gaz et les vapeurs, par M. Clément Desormes, et qui consiste dans l'attraction d'un disque métallique présenté à très petite distance et normalement à un jet de

---

([1]) *Comptes rendus,* séance du 8 août 1881, p. 303, et Communications antérieures.

gaz, sortant par un tube muni d'un pareil disque affleurant l'ouverture. L'expérience correspondante avec les liquides se réalise facilement au moyen d'un jet, obtenu à l'aide d'un tuyau d'arrosage, alimenté par les eaux de la ville. On dispose verticalement le tube, muni à son extrémité d'un disque en métal ou en liège, affleurant l'ouverture tournée vers le haut. On approche un second disque (plaque de fer-blanc de 1^{dmq}) très près du premier, en ayant soin seulement de l'empêcher de glisser. Sous l'influence du jet, ce disque est *attiré* et *maintenu* à une très petite distance (2^{mm} ou 3^{mm} environ) du disque fixe, sans être amené en contact; mais, quand on veut l'éloigner de sa position d'équilibre, on sent une résistance très prononcée. Le même effet se produit également au sein de l'eau.

Dans l'expérience de M. Clément Desormes, on explique le phénomène en disant que le gaz, en sortant du tuyau, augmente de volume et que, par suite, sa pression diminue et devient inférieure à celle de l'atmosphère qui s'exerce sur la surface libre du disque mobile.

Dans le cas de l'eau, on ne peut pas dire que le liquide augmente de volume; mais lorsqu'il passe d'un canal étroit dans un espace plus large, il y a diminution de pression, succion sur les parois. La nappe liquide, au sortir du tube, s'épanouit sans discontinuité entre les deux disques. La pression y devient inférieure à celle de l'atmosphère; et c'est en vertu de cette différence que le disque mobile, contre lequel frappe le jet, est attiré, ou plutôt est pressé par l'air ambiant. Cela équivaut à un vide incomplet qui se ferait dans l'intervalle. L'eau s'écoule presque sans vitesse autour des disques [1].

---

[1] On sait que divers objets, de forme conique, sphérique, etc., peuvent se maintenir sur un jet d'eau, à une certaine hauteur, la force de projection faisant alors équilibre à la pesanteur. Mais il est assez cu-

Vibrations hydrodynamiques; hydro-électro-aimants à courants discontinus.—Les dispositions étant les mêmes que dans le cas d'un hydro-électro-aimant à courant continu, l'ajutage étant à bords épais, l'ouverture du tube étant très près d'un obstacle fixe, si l'on soulève un peu le tube et qu'on l'abandonne à lui-même, il sera attiré, frappera l'obstacle, sera ensuite soulevé, puis attiré de nouveau alternativement, et accomplira ainsi spontanément (c'est-à-dire sans qu'il soit nécessaire alors de le soutenir), des oscillations ou *vibrations verticales* pouvant devenir assez rapides pour produire un son, dont la hauteur et l'intensité dépendront des conditions expérimentales : diamètre du canal, force impulsive du liquide, poids du tube mobile, forme de l'ajutage, etc. Nous verrons plus loin l'explication du phénomène, lorsqu'il sera question des diverses forces mises en jeu dans cette circonstance.

Cette expérience n'a pas d'analogue parmi celles de M. Bjerknes; mais elle peut être assimilée à un électro-aimant placé sous l'influence d'un courant électrique, interrompu automatiquement par le mouvement attractif que détermine le courant lui-même, comme dans les trembleurs des sonneries électriques. Lorsqu'en effet on tient à la main ce tube vibrant, on croirait avoir affaire à un véritable électro-aimant, tant sont rapides et forts les effets successifs d'attraction et de répulsion, tout à fait semblables à ceux de l'aimantation et de la désaimantation, pour l'instantanéité et l'accroissement d'action, à mesure que la distance diminue. Le bruit ou le son qu'il produit, en frappant le fond d'un vase en zinc rempli d'eau, est tel qu'on croirait entendre fonctionner un appareil moteur électro-dynamique de M. Marcel Deprez.

Le mouvement vibratoire a lieu également et même d'une façon plus énergique, mais par répulsion, avec les ajutages à bords minces.

Pour avoir un *hydro-électro-aimant* à *deux pôles con-*

traires, il suffit de disposer solidairement deux courants distincts dans le prolongement l'un de l'autre (ou un seul courant branché) et de munir chaque extrémité d'un ajutage différent : à bords épais pour l'un, à bords minces pour l'autre; il y aura attraction d'un bout et répulsion de l'autre.

Si l'on veut simplement un appareil à *double effet*, on mettra aux extrémités des ajutages de même nature. Pour avoir le maximum d'effet, on prendra deux ajutages légèrement convergents, à bords minces. Le double tube, dans son mouvement vibratoire, soit vertical, soit horizontal, rencontrera alternativement les deux obstacles fixes; de sorte que les effets seront successifs et concordants, pour produire des vibrations régulières, en réglant convenablement la course du système.

On pourrait encore, pour compléter l'imitation, donner au tube la forme d'aimant en fer à cheval dont les deux extrémités seraient munies d'ajutages égaux. Mais, en divisant ainsi un même courant en deux parties égales, l'effet total serait inférieur à celui d'un courant unique. La division n'est pas moins défavorable avec l'eau qu'avec l'électricité.

La même observation s'appliquerait aux *hydro-électro-aimants à noyaux multiples*.

L'analogie entre les phénomènes hydrodynamiques et électro-magnétiques persiste jusque dans les détails; citons-en quelques exemples.

Quand on exerce une pression sur le tube vibrant ou quand on le soulève pour augmenter ou diminuer la rapidité des vibrations, ou la hauteur des sons rendus, on fait une opération analogue à celle qui consiste à diminuer ou à augmenter la distance du trembleur d'un électro-aimant.

Comme l'appareil interrupteur électrique, l'interrupteur hydrodynamique ne se met pas de lui-même en mou-

vement; mais dès qu'on approche, à distance convenable, le tube de l'obstacle et qu'on l'abandonne à lui-même, il y a attraction, puis répulsion ou inversement, et vibrations de l'hydro-électro-aimant. L'appareil, une fois amorcé, fonctionne seul indéfiniment.

On sait combien est grande la vitesse d'aimantation et de désaimantation; le mouvement vibratoire très rapide d'un courant liquide montre aussi la grande analogie des deux phénomènes.

Cette expérience, avec l'appareil simple ou avec l'appareil double, n'est pas seulement une imitation abstraite du phénomène naturel électro-magnétique : mais c'est une réalisation effective, semblable aux mouvements produits par les électro-aimants, sous l'influence d'un courant interrompu régulièrement; elle me paraît même susceptible de recevoir des applications dynamiques. Il est facile, en effet, d'imaginer des dispositions mécaniques propres à faire de ce tube vibrant hydrodynamiquement un petit moteur à grande vitesse, ou un interrupteur, ou un commutateur, ou un compteur, etc.

Avant d'aller plus loin, résumons les faits acquis :

1° Il y a *attraction* du tube, vers l'obstacle fixe, à la distance de quelques millimètres, avec tous les ajutages *à bords épais* (ou à bords minces munis d'un disque plan affleurant l'ouverture);

2° Il y a *répulsion* avec tous les ajutages à bords minces, non munis de disque;

3° Il y a *mouvement vibratoire* avec tous les ajutages.

En général, les effets d'attraction ou de répulsion et de vibration sont plus forts avec les ajutages convergents qu'avec les ajutages cylindriques et plus forts avec ceux-ci qu'avec les ajutages divergents. Les effets vibratoires par répulsion sont non seulement plus forts, mais encore plus faciles à produire que ceux par attraction.

Les vibrations produites par les courants hydrauliques

présentent tous les degrés de rapidité et d'intensité, depuis le simple frémissement du tube (mouvement de moins de 1^{mm} de course, qui donne des sons élevés et très faibles) jusqu'aux oscillations fortes et de plus de $0^m,01$ d'amplitude. Quant à l'intensité des sons produits en ces circonstances, elle varie aussi dans des limites très étendues. On peut rendre le son très faible en faisant porter les chocs du tube sur une lame de caoutchouc, et même supprimer entièrement tout bruit, en empêchant le contact, c'est-à-dire en arrêtant le tube (qu'on tient à la main ou qu'on fixe par un ressort antagoniste) avant la fin de sa course inférieure, comme on empêche le contact de la palette contre l'électro-aimant dans le régulateur de Foucault.

Analysons maintenant le phénomène vibratoire par attraction ou par répulsion : et, pour mieux en montrer la complexité, énumérons d'abord les forces mises en jeu dans ses diverses phases. Ces forces sont, les unes, pour ainsi dire inhérentes au tube et au courant liquide, les autres, en quelque sorte étrangères, extérieures :

1° *La force impulsive* du jet liquide, laquelle dépend de la hauteur du niveau ou de la pression artificielle que peut recevoir la surface du liquide. Elle est l'origine de toutes les autres forces intérieures;

2° *La force attractive* permanente qui se manifeste quand on emploie un ajutage *à bords épais,* l'ouverture étant à une très petite distance de l'obstacle fixe; cette force portante, qui augmente très rapidement à mesure que la distance diminue, s'exerce dans le sens du courant liquide ; c'est une force qu'on peut appeler *directe,* D. Elle croît avec la largeur des bords de l'ouverture et, jusqu'à un certain point, avec le diamètre du disque additionnel affleurant l'ouverture de l'ajutage;

3° *La force répulsive* permanente, qui se manifeste avec tout ajutage à *bords minces* convergent ou diver-

gent. C'est une force qui agit en sens contraire du courant liquide, c'est-à-dire une force *inverse,* I;

4° *La force du coup de bélier hydraulique* qui produit son effet au moment même de la fermeture du tube, par l'arrêt subit de la colonne liquide; c'est une force *instantanée* qui s'exerce dans le sens *direct,* D′;

5° *La force de réaction* qui naît au moment même où l'on ouvre le tube; force *instantanée* en sens *inverse* du courant, I′.

Les autres forces étrangères extérieures, sont :

6° La *pesanteur,* représentée par le poids du tube: force permanente qui agit dans le sens direct, D″;

7° La *pression additionnelle* qu'on peut exercer sur le tube pour accroître la rapidité des vibrations; c'est une force directe, D‴;

8° La *force de réaction du plan résistant* qui se manifeste au moment du choc de l'ajutage; c'est une force *inverse,* I″;

9° Enfin la *force soulevante* produite par la main qui tient le tube, ou par un ressort antagoniste; force constante agissant en sens contraire du courant; force inverse, I‴.

Ainsi, sur ces neuf forces, cinq agissent dans le sens du courant, en y comprenant la force impulsive elle-même, et quatre en sens contraire; mais elles sont loin d'être équivalentes.

Examinons actuellement les effets de ces forces lorsqu'elles sont mises en jeu simultanément, et tâchons de faire la part de chacune d'elles dans les diverses phases des phénomènes observés, en isolant les effets superposés qu'il est utile de distinguer les uns des autres.

A. Le fait simple qui accompagne tous les autres est celui qui se produit dans le tube au moment de l'*interruption* ou du *passage* du courant liquide, le tube étant muni ou non d'un ajutage, mais ayant son extrémité loin de

tout obstacle. On remarquera, comme je l'avais observé depuis longtemps, que, au moment où l'on *ouvre* subitement le robinet qui donne passage au jet liquide, on sent dans le tube, tenu à la main, un mouvement de *recul* bien sensible, et lorsqu'on *ferme* subitement le robinet on constate, au contraire, un mouvement qui entraîne le tube *en avant*.

Ces deux effets s'expliquent facilement : le premier est analogue à celui du tourniquet hydraulique ou du chariot à réaction; le second est une sorte de coup de bélier hydraulique produit par l'arrêt subit du mouvement de la longue colonne liquide intérieure.

Hydro-induction. — Si donc il est permis de comparer le courant liquide à un courant voltaïque inducteur et l'enveloppe, le tube, au fil induit qui entoure le fil inducteur, les phénomènes qui viennent d'être décrits sont analogues à ceux qu'un courant électrique, alternativement ouvert ou fermé, produit dans le fil induit. De plus, les mouvements hydrodynamiques sont instantanés comme les courants induits, c'est-à-dire ne se manifestant qu'au moment même du passage ou de l'interruption du courant; pendant toute sa durée il n'y a pas d'effet dynamique, c'est-à-dire que la position du tube reste invariable.

Mais voici ce qui complète l'analogie : on sait qu'au moment où un courant inducteur électrique constant *commence,* il détermine un courant *inverse* dans le fil induit, et qu'au moment où le courant inducteur *cesse* il y a production d'un courant induit *direct*. Il en est de même avec les phénomènes hydrodynamiques que je viens de signaler; car, au moment où le courant *commence,* il y a répulsion du tube, mouvement de recul, c'est-à-dire *inverse* au courant liquide; et au moment où le courant est *interrompu,* il y a attraction, mouvement en avant, c'est-à-dire dans le sens *direct* de l'écoulement.

D'autre part, on sait que, quand un courant électrique

augmente de force d'une manière continue, il fait naître dans le fil induit un courant *inverse, continu et croissant,* et quand le courant inducteur *diminue* d'intensité d'une façon continue, il détermine dans le fil induit un courant *direct, continu et décroissant.*

Il en est de même encore avec le courant liquide : en effet, quand on *ouvre* ou qu'on *ferme lentement* le tube, on fait *croître* ou *décroître* le courant liquide, ce qui produit une *hydro-induction continue, décroissante* ou *croissante,* avec changement de sens de l'effet dynamique.

Dans ces mouvements lents d'*avant* et de *recul,* le tube arrive aux mêmes positions finales qu'il aurait prises par suite de l'ouverture ou de la fermeture brusque du tube.

Les *courants induits* produits par la rotation des aimants permanents devant les bobines d'induction, ou par la rotation des bobines devant les aimants permanents, sont continus, croissants et décroissants alternativement, passent par un maximum et un minimum, puis changent de sens avec nouveau maximum, et ainsi de suite. En hydrodynamique, l'attraction du tube devant l'obstacle fixe ou celle d'une palette mobile devant le tube fixe, commence quand la distance est déjà très petite et augmente jusqu'à ce que cette distance soit presque nulle; alors a lieu le maximum d'effet. Mais cet effet cesse aussitôt pour décroître en sens contraire, et ainsi de suite alternativement.

Les courants hydro-induits *par répulsion,* qui ont lieu avec les ajutages à bords minces, simulent pareillement les effets électriques induits, croissants et décroissants.

L'analogie entre les phénomènes d'induction hydrodynamiques et ceux de l'induction électrique est donc *directe,* soutenue dans les détails, et par conséquent complète.

Le phénomène simple d'hydro-induction qui vient d'être

décrit se retrouve dans tous les autres phénomènes hydrodynamiques où l'on considère des courants interrompus ; il est pour ainsi dire le *substratum* de tous les autres; mais il est ordinairement dominé par les forces secondaires qui se développent par suite de dispositions particulières dans les diverses expériences.

B. Envisageons maintenant le phénomène complexe qui se produit lorsque le tube accomplit des vibrations hydrodynamiques plus ou moins rapides, soit par attraction, soit par répulsion.

1° Supposons d'abord que l'expérience se fasse avec un ajutage que je nommerai *ajutage attractif*. Le tube est ouvert et amené de plus en plus près de l'obstacle fixe. Arrivé à la distance de $0^{m},005$, l'attraction se fait sentir (plus ou moins vivement selon la forme de l'ajutage) à la main qui soutient le tube; et cette attraction augmente très rapidement à mesure que la distance diminue, comme pour les électro-aimants. Enfin, le tube entraîné arrive avec sa vitesse acquise jusqu'au contact de l'obstacle, en le choquant assez fortement. On pourrait croire que, par suite de cette vive attraction et du coup de bélier que provoque la fermeture du tube (effet qui agit dans le sens de la première attraction), ce tube doit rester inhérent au plan choqué. Il n'en est rien; car il faut bien remarquer que le second effet, le coup de bélier, est instantané. En ce moment, le tube se trouve soumis d'abord à la force soulevante émanant de la main qui le tient ou du ressort antagoniste qui la remplace, puis à la réaction du plan choqué; ces deux forces agissent donc dans le même sens pour soulever le tube.

Dès que l'ouverture est mise à découvert, le mouvement de réaction du liquide se fait sentir et s'ajoute encore aux forces précédentes pour élever le tube. Mais la dernière force est instantanée et la première est très faible, tandis que l'attraction que produit le courant est durable

et l'emporte bientôt sur la force soulevante. D'ailleurs, le tube, arrivé au sommet de sa course, est sollicité de haut en bas par son poids. Il vient donc frapper de nouveau l'obstacle fixe et accomplit ses vibrations sans qu'il soit désormais nécessaire de le soutenir. On peut même exercer sur lui une pression dans le sens de la pesanteur, sans que les vibrations cessent. Elles en deviennent, au contraire, plus rapides; mais la course du tube est diminuée à mesure que la vitesse vibratoire augmente.

Autre manière de procéder : le robinet est ouvert, le tube est au contact de l'obstacle, ou à peu près, car il passe un peu de liquide. Le tube resterait indéfiniment dans cette position sans qu'il se produisît un mouvement quelconque, l'appareil étant à un point mort. Mais si l'on soulève un peu le tube, il est immédiatement attiré jusqu'au contact. A partir de là, les phénomènes précédents se reproduisent dans le même ordre.

2° Si l'on opère avec un ajutage *répulsif*, les forces prédominantes ne sont plus les mêmes. Le tube étant ouvert et l'ajutage amené à la distance où la répulsion commence à se faire sentir à la main qui tient le tube, si l'on abandonne celui-ci à lui-même, il tombe et l'ajutage vient frapper contre l'obstacle. A ce moment, le coup de bélier produit son effet dans le sens de la pesanteur; mais cet effet étant instantané, la réaction du plan et la force répulsive agissent immédiatement pour repousser le tube de bas en haut. Il retombe ensuite par son poids. De là le mouvement vibratoire. Quand celui-ci est bien établi, on peut exercer sur le tube une pression assez forte qui diminue l'amplitude des vibrations, mais qui en augmente la rapidité. C'est alors que le son rendu prend un caractère musical dont on peut déterminer facilement la hauteur. Les vibrations *par répulsion* sont plus faciles à produire, plus stables et plus fortes que les vibrations *par attraction* pour deux ajutages de même forme, l'un à bords épais,

l'autre à bords minces, c'est-à-dire tous deux convergents ou tous deux cylindriques ou tous deux divergents. Cela s'explique en remarquant que la réaction du plan s'ajoute, dans le premier cas, à la force répulsive du courant et qu'elle se retranche dans le second.

On peut noter aussi que le coup de bélier dans l'appareil en vibration produit un effet analogue à celui de l'*extra-courant de rupture*, s'ajoutant au courant principal. Il est plus fort que l'extra-courant de *fermeture*.

Autre expérience sur le mouvement vibratoire. — Lorsqu'on rend le tube fixe dans l'eau ou dans l'air et qu'on approche de l'ouverture une lame de fer-blanc tenue à la main, cette palette (d'environ 1^{dmq}) est attirée à une petite distance de l'ajutage à bords épais, elle entre en vibration et produit des sons criards lorsqu'un de ses bords ou de ses angles arrive près de l'ouverture : ces sons, faibles d'ailleurs, diminuent rapidement de hauteur et d'intensité à mesure que le jet approche du centre de la plaque. Ces effets vibratoires s'expliquent comme ceux qui se produisent lorsque le tube est mobile, avec cette différence que les mouvements du tube n'entrent pas en jeu; ce qui rend compte du rôle important de ceux-ci dans la production des fortes vibrations quand le tube est mobile.

Action des courants liquides les uns sur les autres. — Sur ce sujet, je n'ai encore constaté que les faits suivants :

1° *Deux courants égaux* issus d'un même ajutage par un branchement en Y, muni de deux tubes en caoutchouc de même diamètre et de même longueur, sont disposés *parallèlement* et de *même sens*, très près l'un de l'autre. *Dans l'air*, on n'observe pas d'attraction sensible; mais quand on les incline légèrement l'un vers l'autre de manière qu'ils se touchent, à la distance de $0^{m},20$ à $0^{m},30$ de leurs ouvertures, à partir de là ils ne se quittent plus, con-

stituent ainsi un filet continu et tombent ensemble *sans bruit* sur le pavé, ce qui n'avait pas lieu auparavant. On peut donc admettre que les deux courants s'attirent. Quant à la répulsion de deux courants de sens contraire et contigus, elle est évidente. De là cette loi, qui serait la même pour les courants liquides que pour les courants électriques : *deux courants parallèles de même sens s'attirent et deux courants parallèles de sens contraires se repoussent.* Il faut ajouter toutefois, pour les courants liquides, que dans ces deux cas ils doivent être contigus.

2° Si les deux courants parallèles et de même sens sont *inégaux,* mais ne diffèrent pas trop l'un de l'autre par le volume et par la force impulsive, et qu'on les dispose de manière qu'ils se rejoignent à la distance de $0^m,20$ à $0^m,30$ des orifices, ils se confondront, et la portée du jet résultant sera intermédiaire entre celles des deux courants isolés. La loi précédente leur est donc encore applicable.

3° Lorsque les deux courants forment entre eux un angle, le courant résultant de leur réunion est dirigé suivant le prolongement de la bissectrice de cet angle, si les courants sont égaux; dans le cas contraire, il suit la diagonale du parallélogramme des forces.

4° *Dans l'eau* il est difficile d'observer les courants à quelque distance de leur entrée dans le liquide; toutefois, si deux courants parallèles et de même sens ne paraissent pas s'attirer sensiblement, du moins ils ne se repoussent pas; tandis que, quand ils sont de sens contraire, ils se repoussent vivement.

En résumé, j'obtiens avec les courants liquides :

1° Des *hydro-électro-aimants :* à effet continu; à un seul pôle, attractif ou répulsif; à deux pôles de même nom; à deux pôles de noms contraires.

2° Des *hydro-électro-aimants :* à effet discontinu, avec

mouvement vibratoire très rapide et très énergique : à un seul pôle attractif ou répulsif ; à deux pôles de même nom ; à deux pôles de noms contraires ;

3° Des *phénomènes d'hydro-induction, directement* analogues aux phénomènes d'induction électrique : à effets instantanés ou continus.

Les quelques expériences que j'ai faites jusqu'ici relativement à l'action des courants liquides les uns sur les autres tendent à confirmer l'assimilation que l'on peut faire entre eux et les courants électriques parallèles ou angulaires.

Mes expériences viennent donc compléter celles de M. Bjerknes.

Le savant professeur norvégien a trouvé, dans des effets hydrodynamiques, par les corps pulsants ou vibrants, une *imitation inverse* des phénomènes de l'électricité statique et du magnétisme. Mes expériences avec les courants liquides présentent une *analogie directe* avec les phénomènes d'électro-magnétisme et d'induction.

Qu'il me soit permis de faire remarquer, en terminant, que j'ai produit des vibrations sonores, plus ou moins élevées, au moyen de courants d'air sur le mercure (*voir* les *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences,* t. LXXX, p. 802 ; 1875). Dans mes expériences actuelles, je détermine des vibrations plus ou moins graves, au moyen de courants d'eau sur un corps solide ; c'est la continuation de la même idée. Les vibrations de la première espèce ont été poussées au delà de la limite supérieure de perceptibilité des sons, tandis que celles de la seconde espèce descendent au-dessous de la limite inférieure des sons proprement dits.

NOTE COMPLÉMENTAIRE RELATIVE AUX EXPÉRIENCES HYDRODYNAMIQUES;

PAR M. C. DECHARME.

On a vu précédemment que deux courants liquides de sens contraires, directement opposés l'un à l'autre, se repoussent; le fait est évident lorsque la distance des orifices est supérieure à quelques centimètres. Mais il en est tout autrement quand cette distance est réduite à quelques millimètres et que les courants sortent par des ajutages à bords épais ou munis de disques affleurant les ouvertures, l'un de ces courants, au moins, étant mobile.

En effet, dans ces conditions, si deux courants égaux (comme les précédents) sont exactement opposés l'un à l'autre, c'est-à-dire placés parallèlement et concentriquement, *dans l'eau,* on constate qu'à la distance de $0^m,02$ environ (pour des disques de $0^m,05$ de diamètre et des orifices de $0^m,006$ de diamètre, une *attraction* commence à se faire sentir à la main qui tient le courant mobile. A $0^m,01$ cette attraction est assez notable et croît rapidement jusqu'à la distance de $0^m,002$ environ([1]). Toutefois, la force attractive n'amène pas les disques au contact; ils restent à $0^m,001$ ou $0^m,0005$ l'un de l'autre. Pour produire le contact, il faudrait exercer sur eux une assez forte pression. Ils ne glissent plus l'un sur l'autre, comme dans le cas d'un seul courant; nous en verrons bientôt la raison. Lorsqu'on veut les séparer, on éprouve une résistance assez grande. L'attraction des disques pouvait être prévue, d'après ce qui se produit, dans des conditions analogues,

---

([1]) Savart a observé les effets du choc de deux veines liquides et l'influence de la distance des disques; mais, n'ayant pas rendu ses tubes mobiles, il n'a pu apercevoir le phénomène d'attraction qui vient d'être décrit.

avec un courant unique. L'explication du phénomène, pour deux courants opposés, est d'ailleurs la même que celle qui a été donnée pour un seul courant.

L'expérience réussit également dans l'air; toutefois, l'attraction est moins forte que dans l'eau et se fait sentir à une distance beaucoup plus petite; cela se conçoit : le liquide qui entoure les disques constitue un obstacle plus énergique à l'écoulement et diminue bien plus efficacement que l'air, la vitesse de l'eau; de plus, la pression du liquide ambiant vient encore s'ajouter à celle de l'air sur les surfaces extérieures des disques.

Les autres expériences que j'ai réalisées, avec ces courants égaux munis de disques, m'ont donné les résultats suivants :

1° Lorsque les disques sont placés à la distance attractive (de $0^m,005$ par exemple) et disposés *excentriquement,* tout en restant parallèles, et que l'un d'eux, au moins, est mobile, celui-ci tend à se placer *concentriquement* au premier. Il ne faudrait pas cependant que cette excentricité fût exagérée au point que chacun des courants vînt frapper trop près des bords du disque opposé, car, dans ce cas, il n'y aurait plus attraction centripète;

2° Lorsque les disques sont disposés *angulairement* l'un par rapport à l'autre, ils tendent à se placer *parallèlement* entre eux. Cependant l'angle ne doit pas être trop ouvert, car l'attraction cesserait de se produire, la force impulsive devenant alors prépondérante.

Ces deux derniers faits, facilement réalisables dans l'eau et difficilement dans l'air, sont les conséquences du premier, l'attraction des disques placés concentriquement et parallèlement; ils expliquent pourquoi les deux disques en regard, à la distance d'un millimètre, ne glissent pas l'un sur l'autre, comme dans le cas d'un courant unique entre deux disques. Ces courants sont maintenus par une *attraction axiale.*

En employant des ajutages à disques de diamètres plus petits ($0^{m},025$ à $0^{m},015$) ou seulement à bords épais de $0^{m},004$ pour une ouverture de $0^{m},006$, et en combinant deux à deux ces divers courants, on observe toujours des faits analogues aux précédents. Mais de plus, quand on tend à vaincre l'attraction des courants, on obtient des *vibrations* d'autant plus rapides (et par conséquent des sons d'autant plus élevés) que les disques sont plus petits. Il en est de même encore avec des courants inégaux en diamètre ou en force impulsive, sauf quelques particularités de détail.

On trouve donc, pour les courants égaux ou inégaux, de sens contraires, *directement opposés,* sortant par des ajutages munis de disques, ou seulement à bords épais, et dont les orifices sont amenés à très petite distance l'un de l'autre, des lois semblables à celles des courants de *même sens;* fait jusqu'ici sans analogue pour les courants électriques.

Enfin, lorsque les courants sortent par des *ajutages à bords minces,* il n'y a plus attraction proprement dite des courants opposés, mais tendance énergique à se placer de manière que les axes coïncident. Dès qu'on écarte les courants de cette position d'équilibre, ils *oscillent* et *vibrent* rapidement de part et d'autre de cette situation *axiale.* Ces oscillations sont tout à fait analogues à celles d'une aiguille de boussole à laquelle on présente un barreau aimanté.

1882

TABLE DES MATIÈRES,

TOME XXV (5e SÉRIE).

PLANCHE.

ERRATUM.

Page 129, ligne 17, *au lieu de :* $176^{vib}, 236$, *lisez :* $173^{vib}, 236$.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES DU TOME XXV (5e SÉRIE).

7444 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

